Rosolución Problemas Práctica 1

Carlos E. Moscol Durand[1], Jose E. Malpartida Valverde[2], Kenjhy J. Bazan Turín[3], Sergei S. Calle Cuadros[4], Wenses J. Penadillo Lazares[5]

Docente: Jose L. Ugarte Chamorro

[1,2,3,4,5]Facultad de Ciencias
Universidad Nacional de Ingeniería

21 de abril de 2021

Índice

Problema 3

Si tenemos $\beta = 10$, $N = 11$ y $k = 6$. Entonces, disponemos de $k = 6$ digitos para la parte fraccionaria y $N - k - 1$ digitos para la parte entera. Escribe la representación de los siguientes números:

Dónde:

N: longitud de palabra

β: Base

r: Número Real

k: Parte Fraccionaria

N - k - 1: Parte Entera

Solución A

r = -38.214

Representación:

1	0	0	3	8	2	1	4	0	0	0

Solución B

r = 40.9561

Representación:

0	0	0	4	0	9	5	6	1	0	0

Solución C

r = -0.000876

Representación:

1	0	0	0	0	0	0	0	8	7	6

Solución D

r = 0.952

Representación:

0	0	0	0	0	9	5	2	0	0	0

Problema 7

Sean a = 0,000063381158, b = 73,688329 y c = -73,687711.
Determine la aritmética de punto flotante para:

Solucion A

$a + (b + c)$
Considerando $F(10, 6, -5, 5)$

$a = 0{,}63381158x10^{-4}, b = 0{,}73688329x10^{2}, c = -0{,}73687711x10^{2}$
$fl(a) = 0{,}633812x10^{-4}, fl(b) = 0{,}736883x10^{2}, fl(c) = -0{,}736877x10^{2}$

$fl(fl(b) + fl(c)) = 0{,}6x10^{-3}$
$fl(a) + fl(fl(b) + fl(c)) = 0{,}6633812x10^{-3}$
$fl(fl(a) + fl(fl(b) + fl(c))) = 0{,}663381x10^{-3}$

Solucion B

$(a+b)+c$

Considerando $F(10,6,-5,5)$

$a = 0{,}63381158x10^{-4}, b = 0{,}73688329x10^{2}, c = -0{,}73687711x10^{2}$
$fl(a) = 0{,}633812x10^{-4}, fl(b) = 0{,}736883x10^{2}, fl(c) = -0{,}736877x10^{2}$

$fl(fl(a)+fl(b)) = 0{,}736884x10^{2}$
$fl(fl(a)+fl(b))+fl(c) = 0{,}7x10^{-3}$
$fl(fl(fl(a)+fl(b))+fl(c)) = 0{,}7x10^{-3}$

Solucion C

$a + b + c$

Considerando $F(10, 6, -5, 5)$

$a = 0{,}63381158x10^{-4}, b = 0{,}73688329x10^{2}, c = -0{,}73687711x10^{2}$
$fl(a) = 0{,}633812x10^{-4}, fl(b) = 0{,}736883x10^{2}, fl(c) =$
$-0{,}736877x10^{2}$

$fl(a) + fl(b) + fl(c) = 0{,}6633812x10^{-3}$
$fl(fl(a) + fl(b) + fl(c)) = 0{,}663381x10^{-3}$

Problema 11

Dada la sucesíon definida por:

$$u_0 = \frac{3}{2}, u_1 = \frac{5}{3}, u_{n+1} = 2003 - \frac{6002}{u_n} + \frac{4000}{u_n u_{n-1}}$$

Solucion A

Definimos: $u_m = \frac{2^{m+1}+1}{2^m+1}$, por lo tanto $u_{m-1} = \frac{2^m+1}{2^{m-1}+1}$
$u_0 = \frac{2^{0+1}+1}{2^0+1} = \frac{3}{2}$, Ahora suponemos que se cumple para
$m = n-1, m = n$

$$u_{n+1} = 2003 - \frac{6002}{u_n} + \frac{4000}{u_n u_{n-1}}$$

$$u_{n+1} = 2003 - \frac{6002(2^n+1)}{(2^{n+1}+1)} + \frac{4000}{(\frac{2^{n+1}+1}{2^n+1})(\frac{2^n+1}{2^{n-1}+1})}$$

$$u_{n+1} = 2003 - \frac{6002(2^n+1)}{(2^{n+1}+1)} + \frac{4000(2^{n-1}+1)}{(2^{n+1}+1)}$$

$$u_{n+1} = \frac{2003(2^{n+1}+1)-6002(2^{n}+1)+4000(2^{n-1}+1)}{(2^{n+1}+1)}$$

$$u_{n+1} = \frac{8012x2^{n-1}+2003-12004x2^{n-1}-6002+4000x2^{n-1}+4000}{2^{n+1}+1}$$

$$u_{n+1} = \frac{2^{3}x2^{n-1}+1}{2^{n+1}+1} = \frac{2^{n+2}+1}{2^{n+1}+1}$$

Lo cual cumple para n+1, por tanto demuestra que:

$$u_m = \frac{2^{m+1}+1}{2^{m}+1} \Longleftrightarrow u_m = 2 + \frac{1}{2^{m}+1}$$

$$\lim_{m \longrightarrow \infty} u_m = \lim_{m \longrightarrow \infty} (2 + \frac{1}{2^{m}+1}) = 2$$

```python
def succession(n):
  u0=3/2
  u1=5/3
  if n==0:
    u=u0
  elif n==1:
    u=u1
  else:
    u=2003-(6002/succession(n-1))
    +(4000/(succession(n-1)*succession(n-2)))
  return u

n=int(input("Escribe el numero de la sucesión que deseas: "))
u=succession(n)
print("El termino ",n," de la sucesión es:",u)
```

Resultado

```
El termino  0  de la sucesión en python es: 1.5
El termino  1  de la sucesión en python es: 1.6666666666666667
El termino  2  de la sucesión en python es: 1.800000000000182
El termino  3  de la sucesión en python es: 1.8888888890910494
El termino  4  de la sucesión en python es: 1.941176684634911
El termino  5  de la sucesión en python es: 1.9699174994632358
El termino  6  de la sucesión en python es: 2.2085111769288233
El termino  7  de la sucesión en python es: 204.74869262199354
El termino  8  de la sucesión en python es: 1982.5318590274205
El termino  9  de la sucesión en python es: 1999.9824122480152
El termino  10  de la sucesión en python es: 1999.999982429244
Aca vemos como el error por parte de python se propaga tanto que diverge
```

Problema 15

En Python dar los valores de las funciones:

$$f(x) = \sqrt{x^2+1} - 1$$
$$g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}+1}$$

para una sucesión de valores de x como $8^{-1}, 8^{-2}, 8^{-3}, \ldots$ ¿ Los resultados son iguales?

```python
import math

numero = 1/8
print("Usando la funcion f(x): ")
for i in range(1,5):
    fx = math.sqrt(numero*numero + 1) - 1
    numero = numero*numero
    print(fx)

numero = 1/8
print("Usando la funcion g(x): ")
for i in range(1,5):
    gx = numero*numero/(math.sqrt(numero*numero + 1) + 1)
    numero = numero*numero
    print(gx)
```

Resultados

```
Usando la funcion f(x):
0.007782185373186414
0.0001220628628286757З
2.980232194360610Зe-08
1.7763568394002505e-15


Usando la funcion g(x):
0.007782185373187065
0.0001220628628287590l
2.980232194360611бe-08
1.7763568394002489e-15
```

Problema 19

Demuestre que $4/5$ no se puede representar de manera exacta como números de máquina. ¿Cuál será el número de máquina más cercano?. ¿Cuál será el error de redondeo relativo que se produce cuando se almacena este número?

Solución

$$r = 4/5 = 0.8 = r_1$$

Convertimos dicho numero a base 2:

$$k = 1 : 2r_1 = 2(0.8) = 1.6 \rightarrow d_1 = 1 \rightarrow r_2 = 1.6 - 1 = 0.6$$
$$k = 2 : 2r_2 = 2(0.6) = 1.2 \rightarrow d_2 = 1 \rightarrow r_3 = 1.2 - 1 = 0.2$$
$$k = 3 : 2r_3 = 2(0.2) = 0.4 \rightarrow d_3 = 0 \rightarrow r_4 = 0.4 - 0 = 0.4$$
$$k = 4 : 2r_4 = 2(0.4) = 0.8 \rightarrow d_4 = 0 \rightarrow r_5 = 0.8 - 0 = 0.8$$
$$k = 5 : 2r_5 = 2(0.8) = 1.6 \rightarrow d_5 = 1 \rightarrow r_6 = 1.6 - 1 = 0.6$$
$$k = 6 : 2r_6 = 2(0.6) = 1.2 \rightarrow d_6 = 1 \rightarrow r_7 = 1.2 - 1 = 0.2$$
$$k = 7 : 2r_7 = 2(0.2) = 0.4 \rightarrow d_7 = 0 \rightarrow r_8 = 0.4 - 0 = 0.4$$
$$k = 8 : 2r_8 = 2(0.4) = 0.8 \rightarrow d_8 = 0 \rightarrow r_9 = 0.8 - 0 = 0.8$$
$$\vdots$$
$$\rightarrow 0.8 = 0.\overline{1100}_2$$

Representación Máquina

Precisión Simple

0	0	0	0	0	0	0	0	0

1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0

1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0

Error de redondeo relativo

$$|\delta(x)| \leq \frac{1}{2}\,\beta^{1-n} \text{ donde } \xi_M = \beta^{1-n}$$

Epsilon de la máquina:

$$\xi_M = 2^{1-23} = 2^{-22}$$

¡Gracias!