

CM4F1 B Análisis y Modelamiento Numérico I 2021 – 1

Práctica Dirigida 1

Arnold Bautista Carlos Aznarán Ronald Cardenas Cristian Quito Juan
Reymundo Dan Aguilar

Facultad de Ciencias - Universidad Nacional de Ingeniería

2021 年 4 月 21 日

① Problema 2

② Problema 6

③ Problema 10

④ Problema 14

⑤ Problema 18

① Problema 2

② Problema 6

③ Problema 10

④ Problema 14

⑤ Problema 18

2) Escribir en base dos los siguientes números dados en base 10.

Algoritmo

Para convertir el número $M = N.Q$ a su forma binaria, usamos el siguiente algoritmo:

$$\text{Algoritmo: } \left\{ \begin{array}{l} N = 2P_0 + a_0 \\ P_0 = 2P_1 + a_1 \\ P_2 = 2P_2 + a_2 \\ \vdots \\ P_{k-2} = 2P_{k-1} + a_{k-1} \\ P_{k-1} = 2P_k + a_k, \quad P_k = 0. \end{array} \right.$$

2) Escribir en base dos los siguientes números dados en base 10.

a) $M = 2324.6$, $N = 2324$.

$$2324 = 2(1162) + 0 \rightarrow a_0 = 0$$

$$1162 = 2(581) + 0 \rightarrow a_1 = 0$$

$$581 = 2(290) + 1 \rightarrow a_2 = 1$$

$$290 = 2(145) + 0 \rightarrow a_3 = 0$$

$$145 = 2(72) + 1 \rightarrow a_4 = 1$$

$$72 = 2(36) + 0 \rightarrow a_5 = 0$$

$$36 = 2(18) + 0 \rightarrow a_6 = 0$$

$$18 = 2(9) + 0 \rightarrow a_7 = 0$$

$$9 = 2(4) + 1 \rightarrow a_8 = 1$$

$$4 = 2(2) + 0 \rightarrow a_9 = 0$$

$$2 = 2(1) + 0 \rightarrow a_{10} = 0$$

$$1 = 2(0) + 1 \rightarrow a_{11} = 1$$

2) Escribir en base dos los siguientes números dados en base 10.

Para la parte decimal $Q = 0.6$

$$2Q = 1.2 \quad \rightarrow b_1 = \llbracket 1.2 \rrbracket = 1 \quad \rightarrow F_1 = \text{frac}(1.2) = 0.2$$

$$2F_1 = 0.4 \quad \rightarrow b_2 = \llbracket 0.4 \rrbracket = 0 \quad \rightarrow F_2 = \text{frac}(0.4) = 0.4$$

$$2F_2 = 0.8 \quad \rightarrow b_3 = \llbracket 0.8 \rrbracket = 0 \quad \rightarrow F_3 = \text{frac}(0.8) = 0.8$$

$$2F_3 = 1.6 \quad \rightarrow b_4 = \llbracket 1.6 \rrbracket = 1 \quad \rightarrow F_4 = \text{frac}(1.6) = 0.6$$

$$2F_4 = 1.2 \quad \rightarrow b_5 = \llbracket 1.2 \rrbracket = 1 \quad \rightarrow F_5 = \text{frac}(1.2) = 0.2$$

Finalmente,

$$2324.6 = (100100010100.\overline{1001})_2.$$

2) Escribir en base dos los siguientes números dados en base 10.

c) $N = 45632$.

$$45632 = 2(22816)0 \rightarrow a_0 = 0$$

$$22816 = 2(11408)0 \rightarrow a_1 = 0$$

$$11408 = 2(5704)1 \rightarrow a_2 = 0$$

$$5704 = 2(2852)0 \rightarrow a_3 = 0$$

$$2852 = 2(1426)1 \rightarrow a_4 = 0$$

$$1426 = 2(713)0 \rightarrow a_5 = 0$$

$$713 = 2(356)0 \rightarrow a_6 = 1$$

$$356 = 2(178)0 \rightarrow a_7 = 0$$

$$178 = 2(89)1 \rightarrow a_8 = 0$$

$$89 = 2(44)0 \rightarrow a_9 = 1$$

$$44 = 2(22)0 \rightarrow a_{10} = 0$$

$$22 = 2(11)1 \rightarrow a_{11} = 0$$

2) Escribir en base dos los siguientes números dados en base 10.

Continuación

$$11 = 2(5) + 1 \rightarrow a_{12} = 1$$

$$5 = 2(2) + 1 \rightarrow a_{13} = 1$$

$$2 = 2(1) + 1 \rightarrow a_{14} = 0$$

$$1 = 2(0) + 1 \rightarrow a_{15} = 1$$

Finalmente escribiendo en base 2.

$$45632 = (a_{15}a_{14}a_{13} \dots a_2a_1a_0)_2.$$

Tenemos

$$45632 = (1011001001000000)_2.$$

1 Problema 2

2 Problema 6

3 Problema 10

4 Problema 14

5 Problema 18

6) Usando la idea de ítem anterior donde se produce desbordamiento entero de:

a) $0101 + 0100$

- Como el bit más representativo en ambos es 0, entonces ambos son positivos.

$$\left. \begin{array}{l} 0101 \text{ a base } 10: 5 \\ 0100 \text{ a base } 10: 4 \end{array} \right\} 9$$

Ahora:

$$\begin{array}{r} 0101 \\ + 0100 \\ \hline 01001 \end{array}$$

donde 0 es el último acarreo. Entonces,

$$c_2(1001) = 0111$$

$$1001_{c_2} = -7$$

- Entonces, sí se produce desbordamiento entero.

6) Usando la idea de ítem anterior donde se produce desbordamiento entero de:

c) $1001 + 1010$

- Como el bit más representativo en ambos es 1, entonces ambos son negativos.

$$\left. \begin{array}{l} c2(1001) = 0111 \\ 1001_{c2} = -7 \\ c2(1010) = 0110 \\ 1010_{c2} = -6 \end{array} \right\} \begin{array}{r} -7 \\ + \quad -6 \\ \hline -13 \end{array}$$

Ahora:

$$\begin{array}{r} 1001 \\ + 1010 \\ \hline 1 \ 0011 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ 3 \end{array}$$

Entonces, $0011 = 3$.

- Finalmente, sí se produce desbordamiento entero.

1 Problema 2

2 Problema 6

3 Problema 10

4 Problema 14

5 Problema 18

10) Usando el ítem 8 parte c), determine:

Si tenemos $\beta = 2$, $t = 3$, $L = -2$ y $U = 2$, entonces $\mathbb{F}(2, 3, -2, 2)$.

En este caso las mantisas serían: $(0.100)_2$, $(0.101)_2$, $(0.110)_2$ y $(0.111)_2$, los cuales son la representación en base 2 de los números reales $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{7}{8}$ respectivamente.

El total de número de máquinas aparecen en la siguiente tabla.

-2	-1	0	1	2
$(0.100)_2 \times 2^{-2}$	$(0.100)_2 \times 2^{-1}$	$(0.100)_2 \times 2^0$	$(0.100)_2 \times 2^1$	$(0.100)_2 \times 2^2$
$(0.101)_2 \times 2^{-2}$	$(0.101)_2 \times 2^{-1}$	$(0.101)_2 \times 2^0$	$(0.101)_2 \times 2^1$	$(0.101)_2 \times 2^2$
$(0.110)_2 \times 2^{-2}$	$(0.110)_2 \times 2^{-1}$	$(0.110)_2 \times 2^0$	$(0.110)_2 \times 2^1$	$(0.110)_2 \times 2^2$
$(0.111)_2 \times 2^{-2}$	$(0.111)_2 \times 2^{-1}$	$(0.111)_2 \times 2^0$	$(0.111)_2 \times 2^1$	$(0.111)_2 \times 2^2$

10) Usando el ítem 8 parte c), determine:

que corresponden respectivamente a los números reales de la siguiente tabla:

-2	-1	0	1	2
$\frac{4}{32}$	$\frac{8}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{32}{32}$	$\frac{64}{32}$
$\frac{5}{32}$	$\frac{10}{32}$	$\frac{20}{32}$	$\frac{40}{32}$	$\frac{80}{32}$
$\frac{6}{32}$	$\frac{12}{32}$	$\frac{24}{32}$	$\frac{48}{32}$	$\frac{96}{32}$
$\frac{7}{32}$	$\frac{14}{32}$	$\frac{28}{32}$	$\frac{56}{32}$	$\frac{112}{32}$

Con esta tabla, respondemos los siguiente ítemes:

a)

$$\begin{aligned}\frac{24}{32} \oplus \frac{7}{32} &= \text{fl} \left(\text{fl} \left(\frac{24}{32} \right) + \text{fl} \left(\frac{7}{32} \right) \right) \\ &= \text{fl} \left(\frac{24}{32} + \frac{7}{32} \right) \\ &= \text{fl} \left(\frac{31}{32} \right) \\ &= \frac{32}{32} \\ &= 1.\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}\frac{24}{32} \otimes \frac{7}{32} &= \text{fl} \left(\text{fl} \left(\frac{24}{32} \right) \times \text{fl} \left(\frac{7}{32} \right) \right) \\ &= \text{fl} \left(\frac{24}{32} \times \frac{7}{32} \right) \\ &= \text{fl} \left(\frac{21}{128} \right) \\ &= \frac{20}{128} \\ &= \frac{5}{32}.\end{aligned}$$

1 Problema 2

2 Problema 6

3 Problema 10

4 Problema 14

5 Problema 18

Problema 14 parte a)

```
1 print("Soluciones para polinomios de segundo grado:  $ax^2+bx+c$ ")
2 a = float(input("Ingrese el valor de a: "))
3 b = float(input("Ingrese el valor de b: "))
4 c = float(input("Ingrese el valor de c: "))
5 d = b**2-4*a*c
6
7 if d < 0:
8     x1 = complex(-b/(2*a), (-d)**0.5/(2*a))
9     x2 = complex(-b/(2*a), -(-d)**0.5/(2*a))
10    print("Las raíces son complejas y son:")
11    print(x1, x2)
12 else:
13     x1 = (-b+d**0.5)/(2*a)
14     x2 = (-b-d**0.5)/(2*a)
15     print("Las raíces son reales:")
16     print(x1, x2)
```

Soluciones para polinomios de segundo grado: ax^2+bx+c

ingrese el valor de a: 1

ingrese el valor de b: 1e8

ingrese el valor de c: 1

las raices son reales:

-7.450580596923828e-09

-100000000.0

In [2]: 1e16-1e8+1

Out[2]: 9999999900000000.0

图 1: Soluciones para un polinomio de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$.

Problema 14 parte b)

```
1 print("Soluciones para polinomios de segundo grado:  $ax^2+bx+c$ ")
2 a = float(input("Ingrese el valor de a: "))
3 b = float(input("Ingrese el valor de b: "))
4 c = float(input("Ingrese el valor de c: "))
5 d = b**2-4*a*c
6
7 x1 = (2*c)/(-b-(d)**0.5)
8 x2 = (2*c)/(-b+(d)**0.5)
9
10 print("Las raíces son reales:")
11 print(x1, x2)
```

1 Problema 2

2 Problema 6

3 Problema 10

4 Problema 14

5 Problema 18

18) Muestre ejemplos que $\text{fl}(\text{fl}(xy)z) \neq \text{fl}(x \text{fl}(yz))$.

Consideremos $\mathbb{F}(10, 3, -5, 5)$.

$$\begin{cases} x = 0.4383 \times 10^1 \\ y = 0.3566 \times 10^{-1} \\ z = 0.1719 \times 10^0 \end{cases}$$

$\text{fl}(\text{fl}(xy)z)$

$\text{fl}(\text{fl}(0.4383 \times 10^1 \times 0.3566 \times 10^{-1})z)$

$\text{fl}(\text{fl}(0.15629778) \cdot 0.1719 \times 10^0)$

$\text{fl}(0.156 \times 0.1719 \times 10^0)$

$\text{fl}(0.0268164)$

0.027

$\text{fl}(x \text{fl}(yz))$

$\text{fl}(x \text{fl}(0.3566 \times 10^{-1} \times 0.1719 \times 10^0))$

$\text{fl}(0.4383 \times 10^1 \cdot \text{fl}(0.006129954))$

$\text{fl}(0.4383 \times 10^1 \times 0.006)$

$\text{fl}(0.026298)$

0.026

Entonces:

$$\text{fl}(\text{fl}(xy)z) \neq \text{fl}(x \text{fl}(yz))$$
$$0.027 \neq 0.026$$

18) Muestre ejemplos que $\text{fl}(\text{fl}(xy)z) \neq \text{fl}(x \text{fl}(yz))$.

Consideremos $\mathbb{F}(10, 3, -5, 5)$.

$$\begin{cases} x = 0.544 \\ y = 0.234 \\ z = 0.146 \end{cases}$$

$\text{fl}(\text{fl}(xy)z)$

$\text{fl}(\text{fl}(0.544 \times 0.234)z)$

$\text{fl}(\text{fl}(0.127296) \cdot 0.146)$

$\text{fl}(0.127 \times 0.146)$

$\text{fl}(0.018542)$

0.019

$\text{fl}(x \text{fl}(yz))$

$\text{fl}(x \text{fl}(0.234 \times 0.146))$

$\text{fl}(0.544 \cdot \text{fl}(0.034164))$

$\text{fl}(0.544 \times 0.034)$

$\text{fl}(0.018496)$

0.018

Finalmente:

$$\begin{aligned}\text{fl}(\text{fl}(xy)z) &\neq \text{fl}(x \text{fl}(yz)) \\ 0.019 &\neq 0.018\end{aligned}$$