

SAT Solving - TPC I

Ana Luísa Lira Tomé Carneiro - PG46983 - Mestrado em Engenharia Informática (MEI)

Clube Desportivo de Ribeirão

Exercício 1

Variáveis proposicionais:

- A - Sócios com bigode
- B - Socios casados
- C - Sócios do Ribeirão
- D - Sócios que usam camisola amarela
- E - Sócios nos jogos de Domingo

Fórmulas proposicionais:

Todos os sócios que usam bigode são casados.

- $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$

Cada sócio do clube que não é de Ribeirão tem que usar camisola amarela.

- $\neg C \rightarrow D \equiv C \vee D$

Os sócios casados não podem assistir aos jogos ao Domingo.

- $B \rightarrow \neg E \equiv \neg B \vee \neg E$

Um sócio vai aos jogos ao Domingo se e só se é de Ribeirão.

- $C \leftrightarrow E \equiv (\neg E \vee C) \wedge (\neg C \vee E)$

Cada sócio usa bigode ou não usa camisola amarela.

- $A \vee \neg D$

Todos os sócios de Ribeirão usam bigode.

- $C \rightarrow A \equiv \neg C \vee A$

Fórmulas Preposicionais Minisat:

Fórmulas proposicionais em formato CNF para serem usadas no minisa de forma a modelar o problema:

- $\neg A \vee B$
- $C \vee D$
- $\neg B \vee \neg E$
- $\neg E \vee C$
- $\neg C \vee E$
- $A \vee \neg D$
- $\neg C \vee A$

Exercício 2

Para se conseguir aplicar as variáveis ao SAT Solver é necessário fazer a seguinte correspondência:

- A - 1
- B - 2
- C - 3
- D - 4
- E - 5

O problema formulado para ser utilizado num SAT Solver:

```
p cnf 5 7
-1 2 0
3 4 0
-2 -5 0
-5 3 0
-3 5 0
1 -4 0
-3 1 0
```

O conjunto de regras é consistente uma vez que segundo o SAT Solver, Minisat, o problema é satisfazível (SAT), isto é existe uma atribuição às variáveis proposicionais que faz com que todas as fórmulas sejam verdadeiras.

```
SAT
1 2 -3 4 -5 0

(output do minisat)
```

Assim, para cada uma das variáveis pode ser atribuído o seguinte valore lógico:

- A - Verdade
- B - Verdade
- C - Falso
- D - Verdade
- E - Falso

Exercício 3

- **Alínea A** -

A afirmação é representada pela fórmula proposicional G:

G: Quem usa bigode não pode ir ao jogo ao Domingo.

- $A \rightarrow \neg E$

Para resolver esta alínea é nessário provar que a afirmação G é consequência do modelo do exercício 1. Para provarmos isso utilizamos a seguinte propriedade:

```
Se F ≡ G então ¬ (F → G) ≡ F ∧ ¬ G é insatisfazível
```

Desta forma temos de negar a afirmação G e utilizá-la juntamente com as restrições apresentadas no exercício 1 e verificar pelo o Minisat se o modelo é UNSAT. Caso seja então significa que a afirmação é consequência do modelo do problema, logo é verdadeira.

Negação da fórmula proposicional G e a sua equivalência em formato CNF:

- $\neg (A \rightarrow \neg E) \equiv A \wedge E$

O problema modelado para ser utilizado pelo SAT Solver:

```
p cnf 5 9
-1 2 0
3 4 0
-2 -5 0
-5 3 0
-3 5 0
1 -4 0
-3 1 0
1 0
5 0

Output Minisat: UNSAT
```

Assim concluímos que a afirmação é **verdadeira**.

- **Alínea B** -

A afirmação é representada pela seguinte fórmula proposicional H:

H: Pode um membro de camisola amarela ser casaco.

- $D \wedge B$

Para resolver esta alínea é nessário que a afirmação acima juntamente com modelo seja satisfazível (SAT), assim sabemos que existe pelo menos um sócio que esteja dentro das condições do problema e da afirmação.

O problema modelado para ser utilizado pelo SAT Solver:

```
p cnf 5 9
-1 2 0
3 4 0
-2 -5 0
-5 3 0
-3 5 0
1 -4 0
-3 1 0
4 0
2 0

Output Minisat: SAT
```

Assim concluímos que a afirmação é **verdadeira**.

- **Alínea C** -

A afirmação é representada pela seguinte fórmula proposicional I:

I: Afinal o clube não pode ter sócios Ribeironenses.

- $\neg C$

Para resolver esta alínea é nessário provar que a afirmação I é consequência do modelo do exercício 1, logo vamos utilizar os conceitos da alínea A.

Negação da fórmula proposicional I e a sua equivalência em formato CNF:

- $\neg (\neg C) \equiv C$

O problema modelado para ser utilizado pelo SAT Solver (utilizando as fórmulas do problema da alínea A):

```
p cnf 5 8
-1 2 0
3 4 0
-2 -5 0
-5 3 0
-3 5 0
1 -4 0
-3 1 0
3 0

Output Minisat: UNSAT
```

Assim concluímos que a afirmação é **verdadeira**.

- **Alínea D** -

A afirmação é representada pela seguinte fórmula proposicional J:

J: Os sócios casados têm todos bigode.

- $B \rightarrow A$

Para resolver esta alínea é nessário provar que a afirmação J é consequência do modelo do exercício 1, logo vamos utilizar os conceitos da alínea A.

Negação da fórmula proposicional J e a sua equivalência em formato CNF:

- $\neg (B \rightarrow A) \equiv B \wedge \neg A$

O problema modelado para ser utilizado pelo SAT Solver (utilizando as fórmulas do problema da alínea A):

```
p cnf 5 9
-1 2 0
3 4 0
-2 -5 0
-5 3 0
-3 5 0
1 -4 0
-3 1 0
2 0
-1 0

Output Minisat: UNSAT
```

Assim concluímos que a afirmação é **verdadeira**.

- **Alínea E** -

A afirmação é representada pela seguinte fórmula proposicional K:

K: Ao domingo nunca há sócios a assistir aos jogos.

- $\neg E$

Para resolver esta alínea é nessário provar que a afirmação K é consequência do modelo do exercício 1, logo vamos utilizar os conceitos da alínea A.

Negação da fórmula proposicional K e a sua equivalência em formato CNF:

- $\neg (\neg E) \equiv E$

O problema modelado para ser utilizado pelo SAT Solver (utilizando as fórmulas do problema da alínea A):

```
p cnf 5 8
-1 2 0
3 4 0
-2 -5 0
-5 3 0
-3 5 0
1 -4 0
-3 1 0
5 0

Output Minisat: UNSAT
```

Assim concluímos que a afirmação é **verdadeira**.