

# Расписания


Фомин Артем,  
группа 799, ФПМИ, МФТИ

# И их составление

Часы	B01-901	B01-902	B01-903	B01-904	B01-905	B01-906	B01-907	B01-908	B01-909	C01-919
10 <sup>25</sup>	Лин. алгебра 430 ГК				Физкультура	Физкультура				Лин. алгебра 430 ГК
10 <sup>10</sup>	Информатика/ доцент Северов Д.С./ Б.Хим.									
	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.
	Информатика/ Справку о комп. классах в 608 КПМ									
	Физика: термодинамика и молекулярная физика/ проф. Булыгин В.С./ Гл.Физ.									
	Линейная алгебра/ доцент Чубаров И.А./ Акт.зал									
	Физкультура		Общая физика: лаб. практикум	Основы инженерной подготовки (по четным неделям) 301 ЛК		Лин. алгебра 411 ГК	Общая физика: лаб. практикум	Основы инженерной подготовки (по нечетным неделям) 301 ЛК	Мат. анализ 413 ГК	Мат. анализ 413 ГК
	Теор. вероят. 428 ГК	Лин. алгебра 426 ГК			Лин. алгебра 411 ГК	Физкультура				
										Физкультура
	Многомерный анализ, интегралы и ряды/ доц. Петрович А.Ю./ Акт.зал									
	Лин. алгебра УЛК 1 № 2.36				Общая физика 528 ГК	Общая физика 529 ГК	Общая физика 530 ГК	Физкультура	Физкультура	Базовый день
		Мат. анализ 520 ГК	Мат. анализ УЛК-1 № 5.16							
		Мат. анализ 520 ГК	Мат. анализ УЛК-1 № 5.16	Общая физика: лаб. практикум	Общая физика: лаб. практикум	Физкультура				
	Общая физика: лаб. практикум	Основы инженерной подготовки (по четным неделям) 301 ЛК	Лин. алгебра 417 ГК		Общая физика: лаб. практикум	Мат. анализ 210 ГК	Мат. анализ 210 ГК	Общая физика 515 ГК		
10 <sup>25</sup>	Многомерный анализ, интегралы и ряды/ доц. Петрович А.Ю./ Б.Физ.									
10 <sup>45</sup> - 12 <sup>10</sup>	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.	Ин.яз.
12 <sup>20</sup> - 13 <sup>45</sup>		Мат. анализ 409 ГК								
13 <sup>55</sup> - 14 <sup>20</sup>	Мат. анализ	Мат. анализ		Общая физика	Теор. вероят.	Мат. анализ 432				

# План

- ▶ **01** Постановка задачи
- ▶ **02** Ветвление
- ▶ **03** Результаты
- ▶ **04** Модификации



# **1. Постановка задачи**

Дан набор задач с заранее известными характеристиками

Требуется упорядочить их так, чтобы минимизировать целевую функцию



# Задачи о расписании

# Наша постановка

## ▶ Одна машина

В каждый момент времени  
исполняется одна работа

## ▶ Прерывания

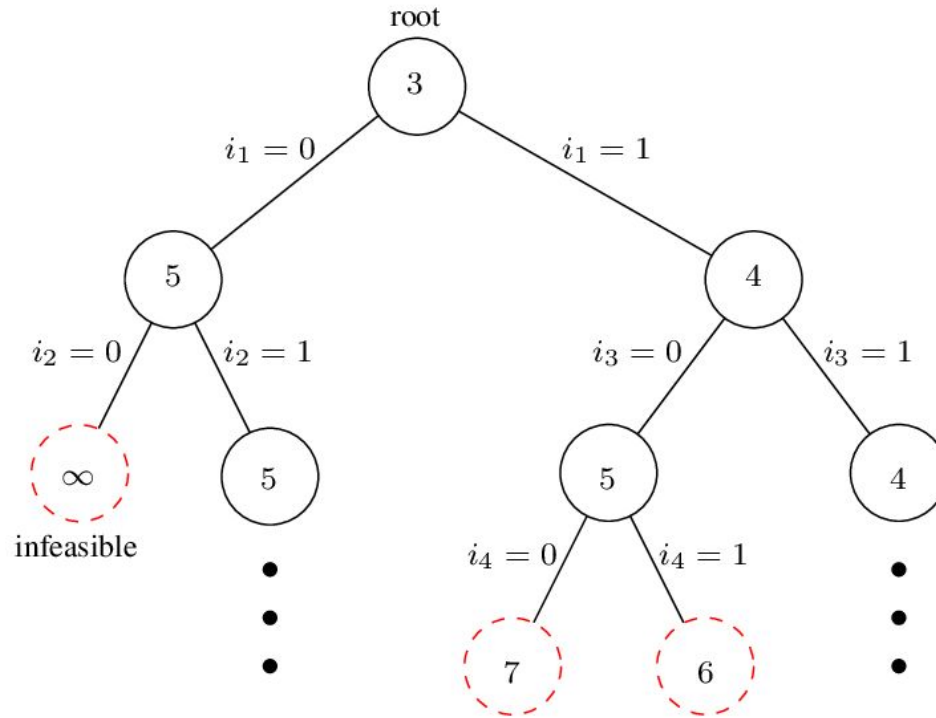
Исполнение можно  
прервать и завершить позже

# NP-hard

- Большая часть исследований концентрируется на эвристических решениях
- Мы решаем задачу поиска точного решения

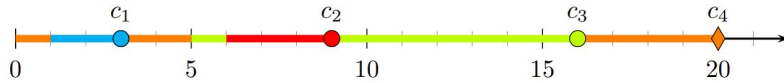
## **2. Ветвление**





# Branch and Bound

## Задача о расписании



## Задача о назначении

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$
2	$\infty$	0	1	2	3	4	5	6	7	2
3	$\infty$	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	2	4	6	8	10	6
6	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$
9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$
10	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	3	0

# Релаксация

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$
2	$\infty$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	$\infty$	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	6	8	10	12	14	16	18
6	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$
9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$
10	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	15	18	21

# Задача о назначении

## Исключение

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$
2	$\infty$	0	1	2	3	4	5	6	7	2
3	$\infty$	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	2	4	6	8	4
6	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$
9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$
10	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	3	0

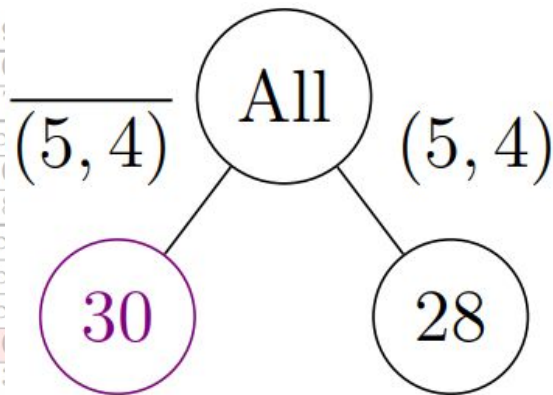
## Включение

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$
2	$\infty$	0	1	2	3	4	5	6	7	2
3	$\infty$	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	2	4	6	8	10	6
6	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$
9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$
10	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	3	0

Бинарное ветвление

## Исключение

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	∞	0	1	2	3	4	5	6	7
3	∞	0	0	0	0	0	0	0	0
4	∞	∞	0	0	0	0	0	0	0
5	∞	∞	∞	∞	0	2	4	6	8
6	∞	∞	∞	0	0	0	∞	∞	∞
7	∞	∞	∞	∞	0	0	0	∞	∞
8	∞	∞	∞	∞	∞	0	0	0	∞
9	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0	0	∞
10	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0	∞



## Включение

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	∞
2	0	1	2	3	4	5	6	7	2
3	0	0	0	0	0	0	0	∞	∞
4	∞	0	0	0	0	0	0	0	∞
5	∞	∞	0	2	4	6	8	10	6
6	∞	∞	0	0	0	∞	∞	∞	∞
7	∞	∞	∞	0	0	0	∞	∞	∞
8	∞	∞	∞	∞	0	0	0	∞	∞
9	∞	∞	∞	∞	∞	0	0	0	∞
10	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0	3	0

# Бинарное ветвление

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$
2	$\infty$	0	1	2	3	4	5	6	7	2
3	$\infty$	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	0	0	0	0	0	0	$\infty$	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	2	4	6	8	10	6
6	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$
9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$
10	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	3	0

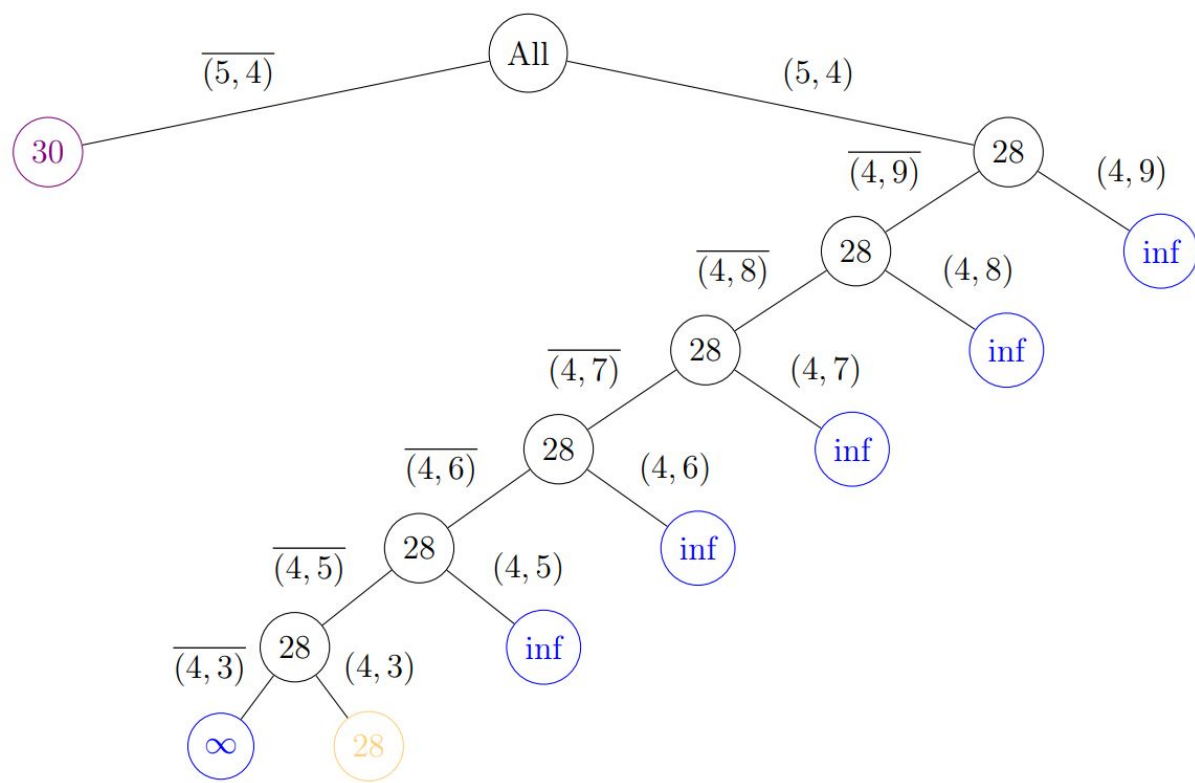
# Shortcutting



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$
2	$\infty$	0	1	2	3	4	5	6	7	2
3	$\infty$	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	2	4	6	8	10	6
6	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$
9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$
10	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	3	0

# Shortcutting

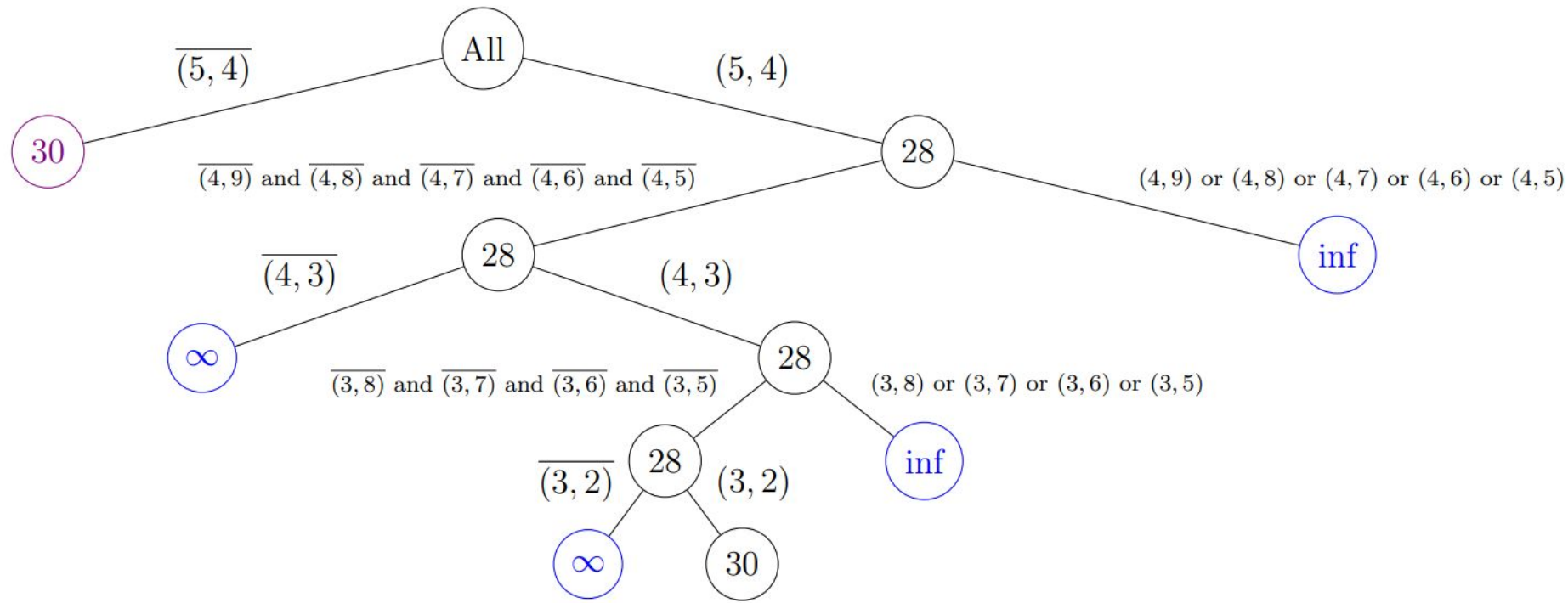




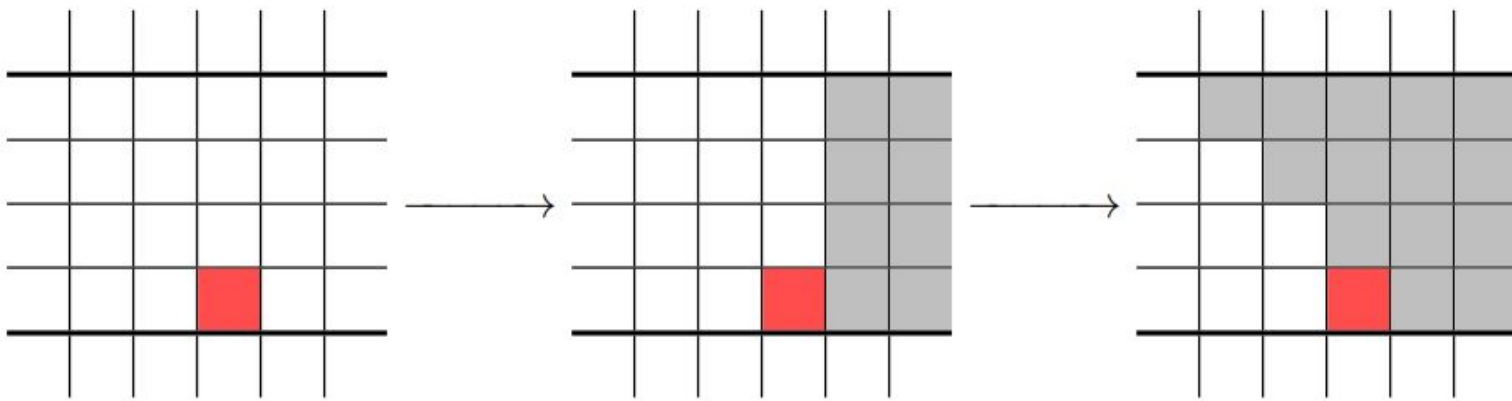
# Shortcutting

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$
2	$\infty$	0	1	2	3	4	5	6	7	2
3	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	2	4	6	8	10	6
6	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$
9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$
10	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	3	0

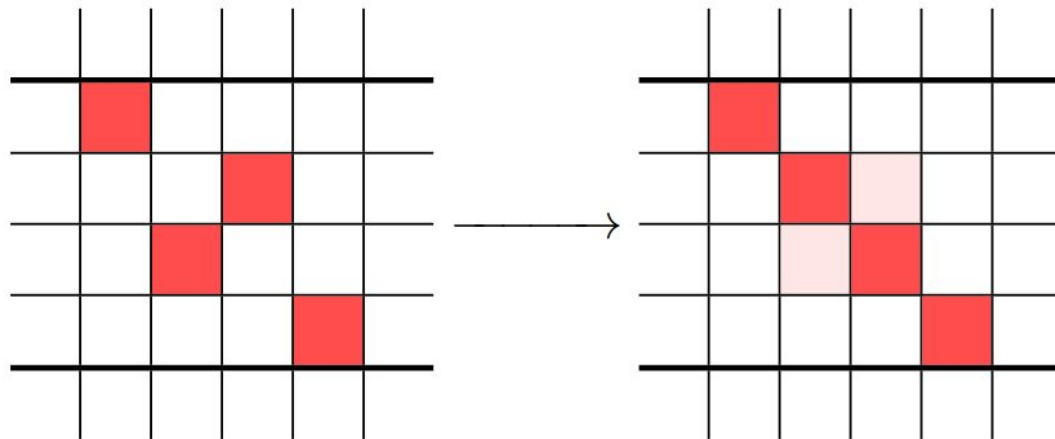
# Shortcutting



# Shortcutting



**Shortcutting**



# Reordering

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$
2	$\infty$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	$\infty$	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	0	0	0	0	0	0	0	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	6	8	10	12	14	16	18
6	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$	$\infty$
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$	$\infty$
9	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	0	0	$\infty$
10	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	15	18	21

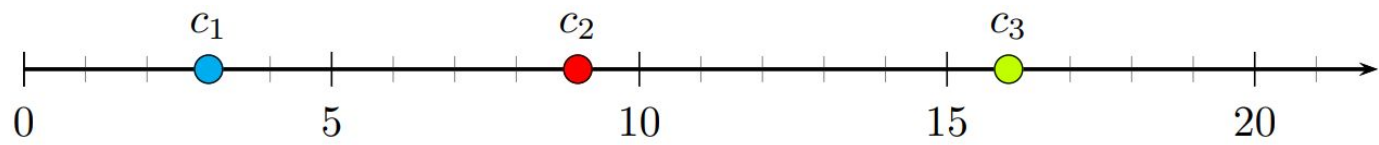
# Reordering



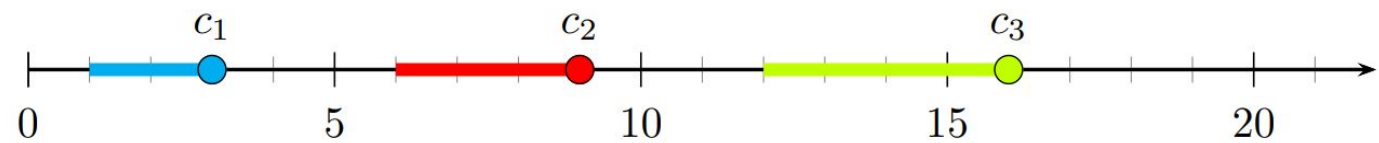
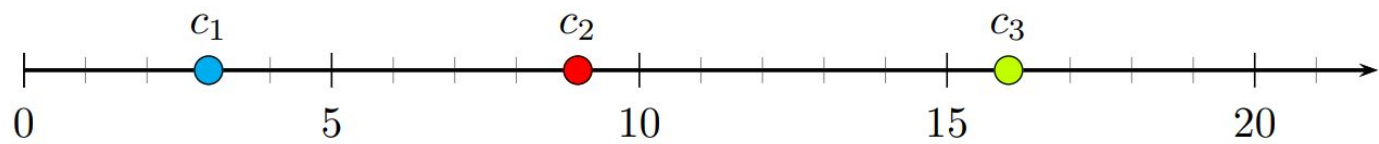
# Идея

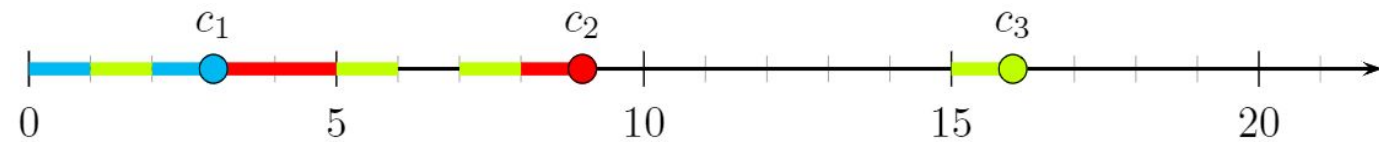
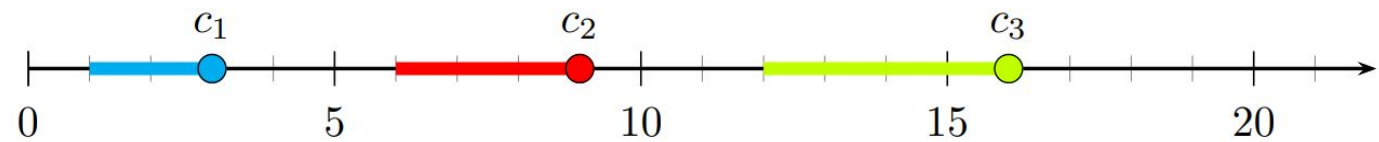
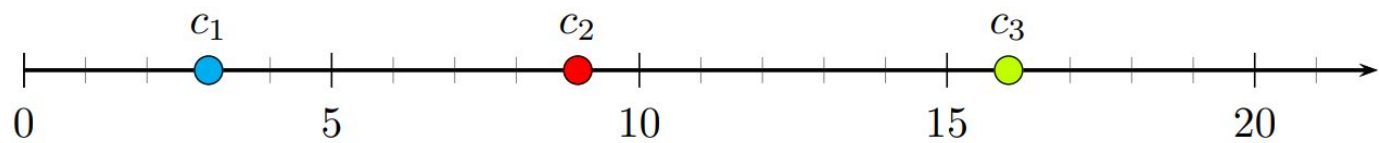


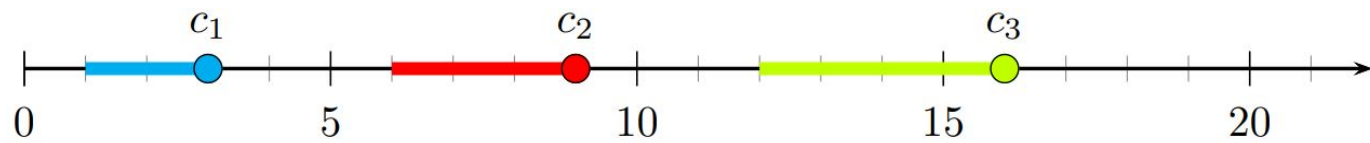
Ветвиться только по  
завершающим состояниям

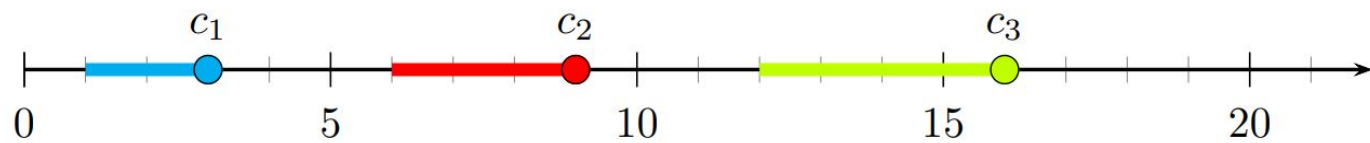


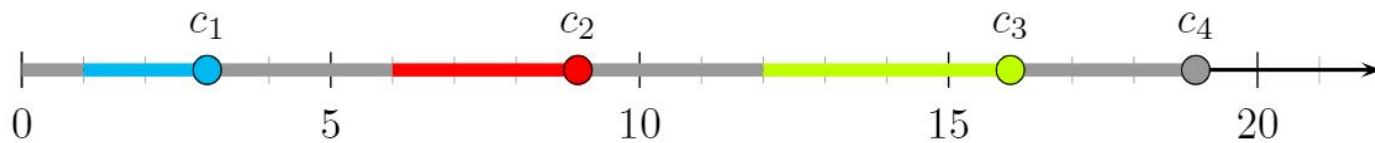
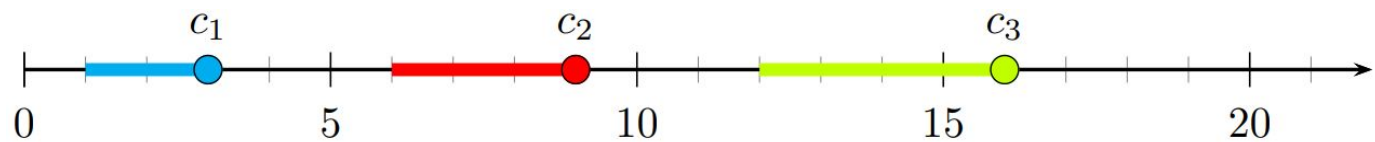




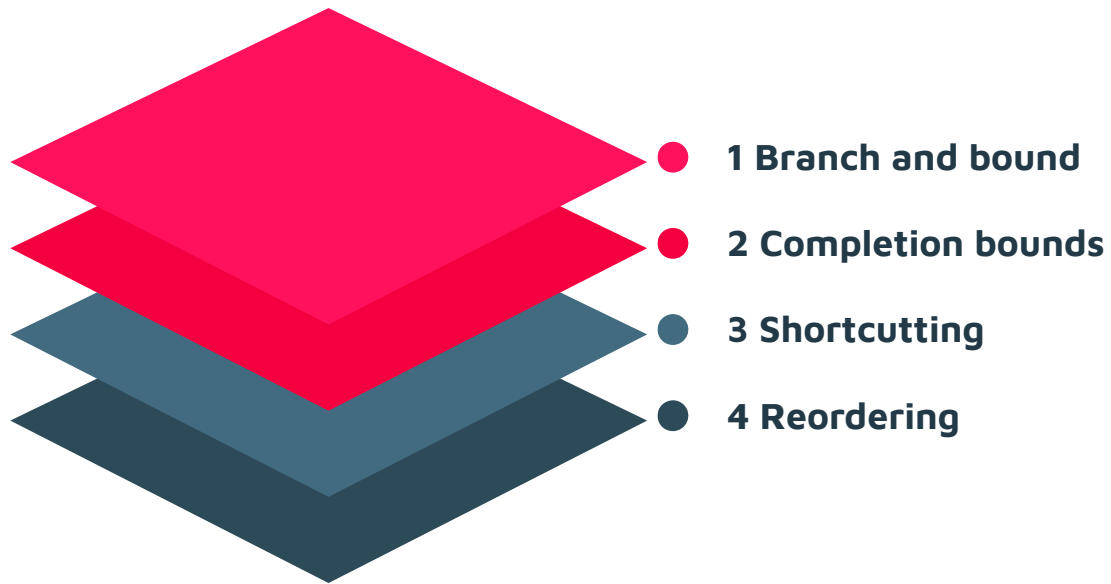








# Структура



### **3. Результаты**

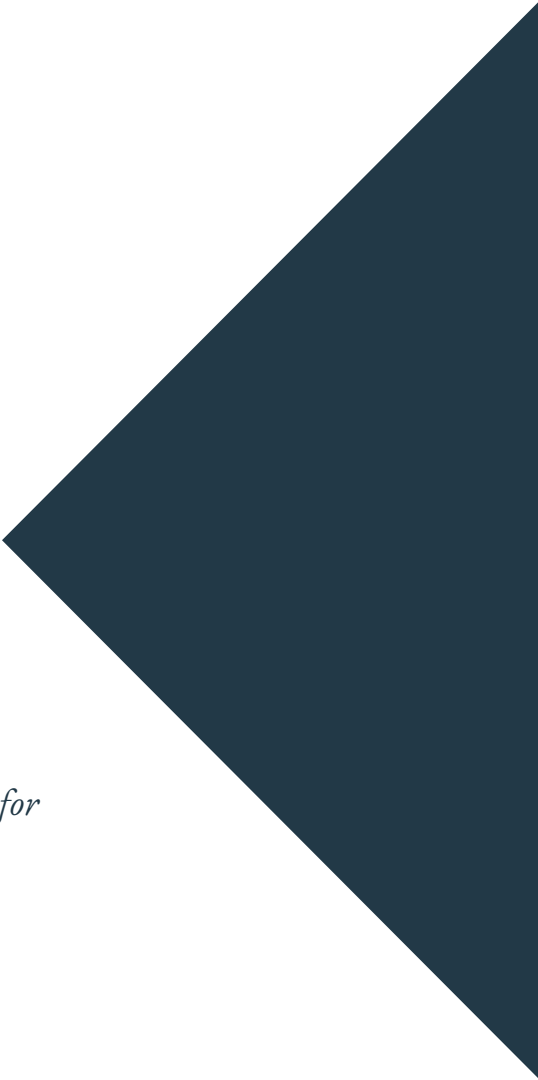

Number of jobs	Number of tests	$p_j$	min	max	mean
9	30	U[1, 9]	0.427	3352	490
8	30	U[1, 9]	0.04	67	11
7	100	U[1, 9]	0.02	90	2.2
6	100	U[1, 9]	0	0.677	0.07
5	100	U[1, 9]	0	0.78	0.005
11	30	2	0.2	1137	113
10	30	2	0.216	158	14
9	100	2	0.009	9.5	0.9
5	30	U[20,40]	1.5	85	23
4	100	U[20,40]	0.005	1.6	0.25

Результаты



Number of jobs	Number of tests	$p_j$	min	max	mean
9	30	U[1, 9]	0	285	37
8	30	U[1, 9]	0.001	368	18.7
7	30	U[1, 9]	0	10	0.95
11	30	3	0.04	698	87
10	30	3	0	468	24
9	100	3	0	64	1.6
8	100	3	0	1.6	0.1

Результаты



# С чем сравнить?



*Modeling single machine preemptive scheduling problems for  
computational efficiency*

Fernando Jaramillo, Busra Keles, Murat Erkoc



## 4. Модификации

## Модификации

▶ Другие  
целевые  
функции

▶ Дедлайны

▶ Более сложные  
приоритеты

▶ Цены для  
подзадач

▶ Выходные и  
праздники

▶ Обслуживание

1

**Модификации**

2

**Теории**

3

**Эвристик  
и**



# Спасибо!

Вопросы?

[anandakirtan@mail.ru](mailto:anandakirtan@mail.ru)

- Presentation template by [Slidesgo](#)
- Icons by [Flaticon](#)
- Images created by rawpixel, snowing, mindandi & [Freepik](#) - Freepik



credits

