18

Пусть $g(x) = e^{2x} - 1 - x$. Тогда

$$g'(x) = 0 \iff 2e^{2x} = 1 \iff x = \frac{\log(\frac{1}{2})}{2} \approx -0.35,$$

и точка $x_0 \approx -0.35$ — единственный экстремум производной.

Функция $f(x) = e^{2x} - 1$ строго возрастает и ограничена снизу -1, следовательно, для произвольного отрезка (a, b) верно

$$\forall x \in (a, b)\ -1 < e^{-a} - 1 < f(x) < e^{-b} - 1.$$

И если выбрать отрезок так, чтобы

$$\forall x \in (a, b)\ f'(x) = 2e^{2x} < 2e^{2b} \leq 1,$$

то получится, что f является сжимающим отображением на (a, b). Мы решали такое же уравнение выше. Можно брать $(-\infty, -0.4)$