

EXAMEN FINAL DE : ANALYSE**Sujet****Partie I : Répondez par vraie ou faux aux affirmations suivantes**

- 1- La réciproque d'une application continue et strictement croissante sur un intervalle est aussi continue et strictement croissante.
- 2- Si deux fonctions ont la même dérivée sur un intervalle ouvert alors elles sont égales.
- 3- Une suite de nombres réels peut être simultanément une progression arithmétique et géométrique.
- 4- Si une fonction paire est dérivable, sa fonction dérivée est impaire.
- 5- Un nombre peut être égal à son logarithme.
- 6- Si f et g sont deux fonctions continues sur un intervalle alors les fonctions $f + g$ et $f.g$ sont continues sur le même intervalle.
- 7- Si deux fonctions ont le même développement limité à l'ordre n , elles sont égales.
- 8- Si une fonction f est deux fois au moins dérivable, la condition est nécessaire pour que f admette un point d'inflexion en x_0 .

Partie II : Exercice

Soit la suite (U_n) définie par :
$$\begin{cases} U_0 = -2 \\ U_{n+1} = 3 + \frac{1}{2}U_n \end{cases} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1- a) Calculer U_1 , U_2 , U_3 et U_4

b) En déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2- Montrer en raisonnant par récurrence que la suite (U_n) est strictement croissante et que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, U_n \leq 6.$$

3- Soit la suite (V_n) défini pour tout n élément de \mathbb{N} par : $V_n = U_n - 6$

- a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le premier terme V_0 et la raison r .
- b) Exprimer V_n et U_n en fonction de n .
- c) Quelle est la limite de (V_n) ? En déduire la limite de (U_n) .