

Programação Linear

Trabalho de modelagem

Márcia Fampa e Renan Pinto

Abordaremos um problema clássico de otimização, conhecido como *problema de transporte*. Com relação a um determinado produto, considere o seguinte conjunto P de centros de produção:

- $P = \{\text{Curitiba, Manaus, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, Sao Paulo}\}$

Há também um conjunto A de centros de distribuição (armazéns) que irão distribuir os produtos para venda:

- $A = \{\text{Campinas, Vitória, Joinville, Porto Alegre, João Pessoa, Recife}\}$

Cada centro de distribuição tem uma demanda prevista para um determinado período e cada centro de produção tem uma quantidade mínima e máxima de produtos que ela consegue confeccionar para o determinado período. É necessário assegurar que cada centro de distribuição receba dos centros de produção uma quantidade suficiente de produtos para satisfazer às demandas e isso deve ser feito ao menor custo possível.

Serão considerados os seguintes parâmetros:

- Q_i é a capacidade de produção do centro de produção i , $\forall i \in P$;
- D_j é a demanda do centro de distribuição j , $\forall j \in A$; e
- c_{ij} é o custo unitário de transporte do centro de produção i para o centro de distribuição j , $\forall i \in P, \forall j \in A$.

Será considerado, ainda, que cada centro de produção deve ter uma produção mínima de 75% da sua capacidade. Usaremos:

- $Q = \{180, 200, 140, 80, 180\}$, para as capacidades; e
- $D = \{89, 95, 121, 101, 116, 181\}$, para as demandas.

Para os custos de transporte, usaremos:

$$c = \begin{pmatrix} 4.50 & 5.09 & 4.33 & 5.96 & 1.96 & 7.30 \\ 3.33 & 4.33 & 3.38 & 1.53 & 5.95 & 4.01 \\ 3.02 & 2.61 & 1.61 & 4.44 & 2.36 & 4.60 \\ 2.43 & 2.37 & 2.54 & 4.13 & 3.20 & 4.88 \\ 6.42 & 4.83 & 3.39 & 4.40 & 7.44 & 2.92 \end{pmatrix}$$

Tarefas:

1. Formule o problema de transporte como um problema de programação linear.
2. Implemente o modelo em python utilizando a biblioteca do gurobi.
3. Resolva o problema e analise a solução.

Verifique o custo o total ótimo e as quantidades transportadas de cada centro de produção para cada centro de distribuição.

Algum centro de produção está operando no seu limite?

4. Suponha que seja permitido a apenas um dos centros de produção alterar sua logística de produção (produzir mais que a capacidade ou menos que o mínimo). Visando diminuir ao máximo o custo total de transporte, a operação de qual centro de produção deve ser alterada?

Deve ser feita uma análise de sensibilidade, junto ao uso do valor ótimo das variáveis duais.

- (a) Para cada uma das restrições associadas aos centros de produção, verifique o intervalo de variação do lado direito para que a base ótima se mantenha.
- (b) Usando o valor ótimo da variável dual associada e considerando a variação máxima permitida nesse intervalo, determine o ganho com essa possível alteração.

5. Suponha, adicionalmente, que apenas uma das rotas ficará livre de taxações, impactando uma redução de 1 unidade no custo unitário de transporte através dessa rota. Qual rota deve ser escolhida?

Deve ser feita uma análise de sensibilidade.

- (a) Para cada um dos custos, verifique o intervalo de variação para que a base ótima se mantenha.
- (b) Usando o valor ótimo da variável primal associada e considerando a variação máxima permitida nesse intervalo, determine o ganho com essa possível alteração.

Entrega e apresentação: 12 de junho de 2025.