

Реферат

По теме:

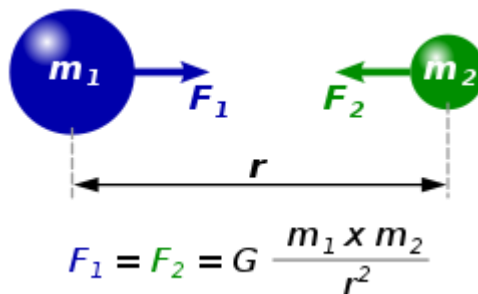
Опыты Г. Кавендиша по определению значения гравитационной постоянной.

Студент 1 курса 151 группы
Направления 09.03.04 Программная инженерия
Факультета КНиИТ
Соловьев Артем

1. Введение

Теория взаимного притяжения двух материальных, обладающих массой была сформулирована Исааком Ньютоном еще в 1666 г. Формула получила статус закона и вошла во все учебники и справочники по физике под именем “Закон всемирного тяготения”.

Формулировка закона. Каждые две материальные частицы притягивают друг друга с силой F , прямо пропорциональной их массам m_1 и m_2 и обратно пропорциональной квадрату расстояния r между ними[1]:



G — Гравитационная постоянная или иначе — постоянная Ньютона — одна из основных констант, используемых в астрофизике. Фундаментальная физическая постоянная определяет силу гравитационного взаимодействия. В СИ её значение примерно равно:

$$G = (6,673 \pm 0,003) \cdot 10^{-11} \cdot \text{н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$$

Большинство фундаментальных констант известны сегодня с чрезвычайно высокой точностью. Так, масса электрона измерена с точностью 10^{-7} (то есть сотысячная доля процента), а постоянная тонкой структуры α , характеризующая силу электромагнитного взаимодействия, — с точностью 7×10^{-10} . В свете этого может показаться удивительным, что значение гравитационной постоянной, которая входит в закон всемирного тяготения, известно с точностью хуже, чем 10^{-4} , то есть одна сотая доля процента.

Одной из проблем оказалась гравитационная постоянная. Её значение слишком мало для точного измерения. “Два объекта массой в один килограмм на расстоянии одного метра притягиваются друг к другу с силой, равной весу нескольких человеческих клеток” — говорит физик из Университета Вашингтона Дженс Гундлак.

Такое положение вещей отражает объективные трудности гравитационных экспериментов. Если пытаться определить G из движения планет и спутников, то необходимо с высокой точностью знать массы планет, а они-то как раз известны плохо. Если же поставить механический эксперимент в лаборатории, например измерить силу притяжения двух тел с точно известной массой, то такое измерение будет иметь большие погрешности из-за чрезвычайной слабости гравитационного взаимодействия.

Измерение таких малых сил на килограммные объекты с точностью до 4-5 знаков не легко. Существует множество факторов, которые оказывают значительное влияние на гравитацию и должны быть учтены.

Однако, до недавних пор, способа лучше у ученых-физиков не было. И для разбора темы новых способов измерения гравитационной постоянной, необходимо исследовать, как измеряли данную величину в прошлом.

2. Основная часть

2.1. Предыстория

В основном силы тяготения определяют характер движения небесных тел в космическом пространстве. Именно при изучении движения планет и их спутников был открыт Закон тяготения Ньютона и впоследствии строго обоснован.

В начале 17 в. И. Кеплером были установлены эмпирическим путём основные закономерности движения планет (Кеплера законы). Исходя из них, современники Ньютона (французский астроном И. Бульо, итальянский физик Дж. Борелли, английский физик Р. Гук) высказывали соображения, что движение планет может быть объяснено действием силы, которая притягивает каждую планету к Солнцу и которая убывает пропорционально квадрату расстояния от Солнца. Однако только Ньютон в «Математических началах натуральной философии» (1687) впервые это строго доказал, опираясь на свои первые два закона механики и на созданные им новые математические методы, составившие основу дифференциального и интегрального исчисления.



Исаак Ньютон

Ньютон доказал, что движение каждой планеты должно подчиняться первым двум законам Кеплера именно в том случае, если они движутся под действием силы тяготения Солнца в соответствии с формулой

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Далее Ньютон показал, что движение Луны может быть приближённо объяснено с помощью аналогичного силового поля Земли и что сила тяжести на Земле есть результат воздействия этого же силового поля на материальные тела вблизи поверхности Земли. На основании 3-го закона механики Ньютон заключил, что притяжение есть взаимное свойство, и пришёл к формулировке своего закона тяготения для любых материальных частиц. Выведенный по эмпирическим данным, на основании результатов наблюдений, с неизбежностью приближённых, Закон тяготения Ньютона представлял собой вначале рабочую гипотезу. В дальнейшем потребовалась колоссальная работа в течение более чем двухсот лет для строгого обоснования этого закона.

Воспользовавшись вторым законом Ньютона можно вывести G :

$$G = \frac{gR_3^2}{M_3}$$

Где M_3 и R_3 — масса и радиус Земли, соответственно, а g — ускорение свободного падения.

Почему тогда Ньютон не высчитал значение постоянной? Ускорение свободного падения было известно, а Радиус Земли посчитан еще в Древней Греции. Однако масса Земли не была известна. И опыт по измерению гравитационной постоянной будет проведен через 111 лет после написания “Математических начал” Ньютона, при помощи опыта по взаимодействию шаров большой массы в 1798 г. Английским ученым Генри Кавендишем.



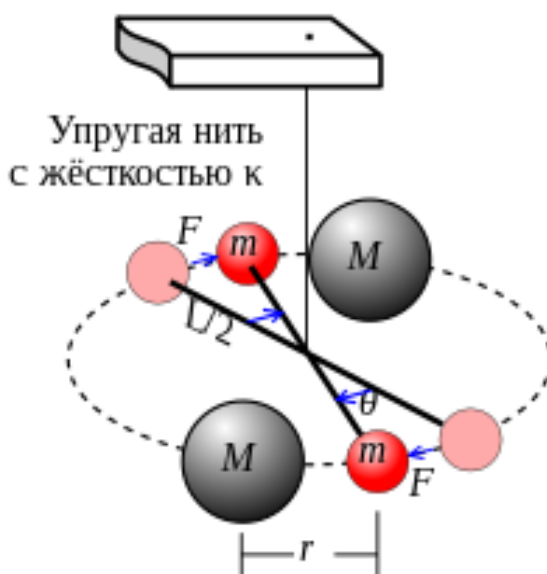
H. Cavendish

Генри Кавендиш

2.2. Эксперимент Кавендиша.

Следствием нахождения гравитационной постоянной можно было бы найти плотность Земли. Именно её искал Кавендиш, так как её значение позволило бы не только найти массу Земли, лучше понять состав планеты, но и найти массы многих других тел Солнечной системы.

Для нахождения гравитационной постоянной G использовались Крутильные весы Кавендиша:



Упрощенная схема крутильных весов

Крутильные весы – чувствительный физический прибор для измерения малых сил (малых моментов сил), были изобретены Ш. Кулоном в 1784. Крутильные весы простейшей конструкции состоят из вертикальной нити, на которой подвешен лёгкий уравновешенный рычаг. Измеряемые силы действуют на концы рычага и поворачивают его в горизонтальной плоскости до тех пор, пока не окажутся уравновешенными силами упругости закрученной нити. По углу поворота рычага можно судить о величине крутящего момента действующих сил.

Несмотря на то, что прибор был изобретен Кулоном для изучения точечных зарядов, Кавендишу прибор достался от Джона Мичелла, который также спроектировал и построил крутильные весы, но специально для расчета средней плотности Земли. Однако Мичелл умер до того, как успел провести эксперимент. После его смерти прибор перешел к преподобному Френсису Джону Хайду Волластону, Джексоновскому профессору в Кембридже, который, не имея условий для проведения экспериментов с помощью этого прибора в таком виде, как ему хотелось, был настолько добр, что передал его Кавендишу.

Оригинальность схемы Мичелла— Кавендиша состояла в том, что средняя плотность Земли определялась в лабораторных условиях по наблюдениям взаимодействия сравнительно небольших масс. До этого все оценки средней плотности Земли базировались на измерениях отклонения отвеса от вертикали под действием расположенной поблизости горы.

Наиболее известным в конце XVIII в. был результат $p = 4,71 \text{ г/с м } 3$, полученный из наблюдений английского астронома Н. Маскелайна, выполненных вблизи горы Шихаллиен (1774). Этот результат существенно меньше истинного ($p = 5,53 \text{ г/с м } 3$). Его сравнение со значением, полученным Кавендишем, $p = 5,48 \text{ г/с м } 3$, показывает, в какой степени последнему удалось повысить точность определения p^* .

Описание установки от самого Кавендиша:

Аппарат очень прост: он состоит из деревянной руки, длиной 6 футов, сделанной таким образом, чтобы соединить большую силу с небольшим весом. Рука подвешена в горизонтальном положении на тонкой проволоке длиной 4,0 дюйма, и к каждой конечности подвешен свинцовый шарик, около 2 дюймов в диаметре. И все это закрыто в узком деревянном ящике, чтобы защитить его от ветра.

Поскольку для того, чтобы заставить этот рычаг вращаться вокруг своего центра, требуется не больше силы чем для скручивания подвешенной проволоки, то очевидно, что если проволока достаточно тонкая, то самая незначительная сила, такая как притяжение свинцовой гири диаметром в несколько дюймов в диаметре, будет достаточно, чтобы ощутимо отвести рычаг в сторону.

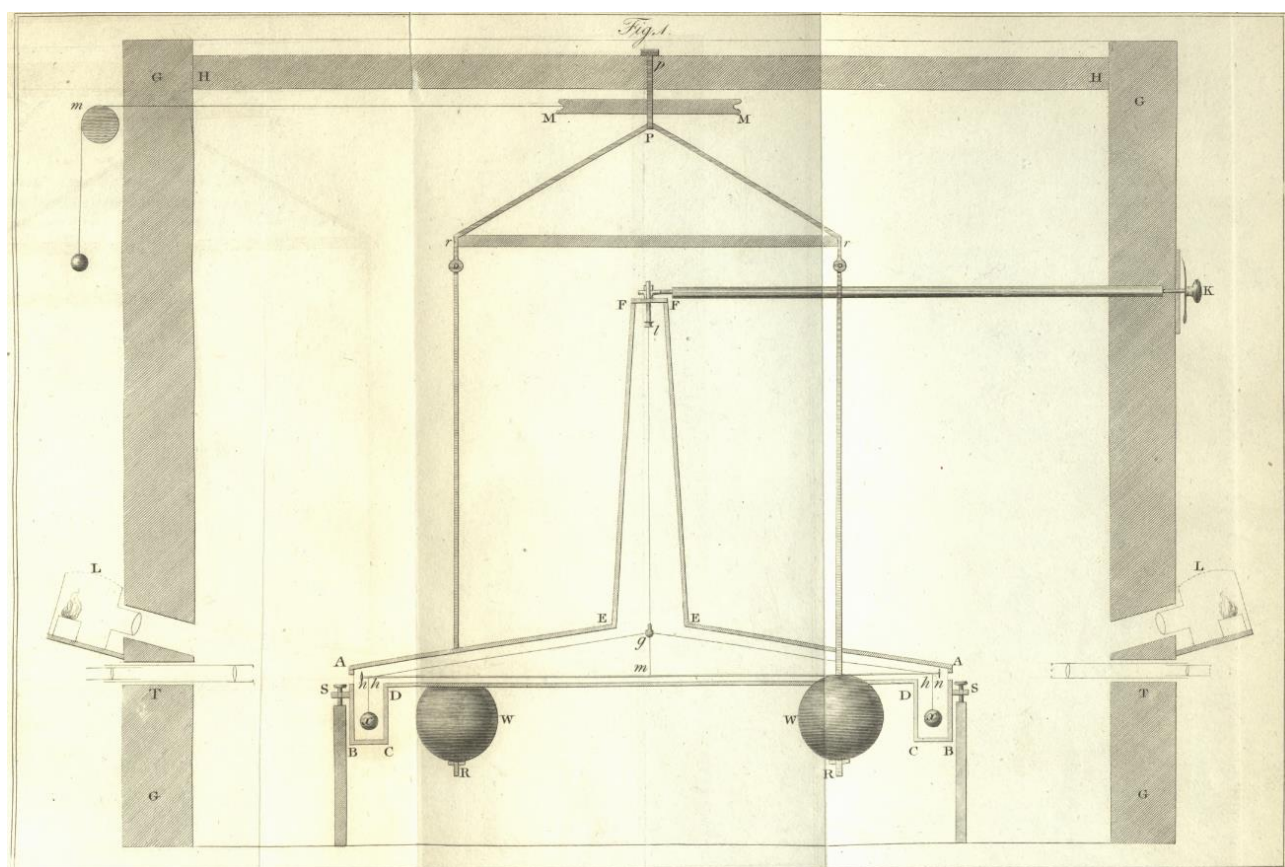


Рис. 1. Установка продольное вертикальное сечение

На рисунке показано продольное вертикальное сечение прибора и помещения, в котором он расположен. А В С D D С В А Е F F Е — это кожух; х и л: — два шарика, свешивающихся на нитях hх с коромысла g h m h , которое само подвешено с помощью

тонкой проволоки gl . Это коромысло состоит из тонкого соснового стержня $h m h$ у усиленного серебряной проволокой $h g h$. Благодаря этому он делался достаточно прочным для удержания шариков, хотя и оставался очень легким.

Кожух поддерживается и устанавливается горизонтально посредством четырех винтов, опирающихся на столбы, жестко врытые в землю. Два из них S и S представлены на рисунке, а два другие не показаны во избежание путаницы. GG и GG — края стен помещения. W и W — свинцовые грузы, которые подвешены на медных стержнях $RrPrR$ и деревянном бруске $гг$ с осевой шпилькой Pp . Эта шпилька проходит над центром прибора через отверстие в бруске $НН$ перпендикулярно бруску и поворачивается внутри этого отверстия, удерживаясь от падения пластиной p . $ММ$ представляет собой блок, прикрепленный к этой шпильке, а $М т$ — нить, накрученную на блок и проходящую через край стены; с ее помощью наблюдатель может поворачивать блок и таким образом передвигать грузы из одного положения в другое.

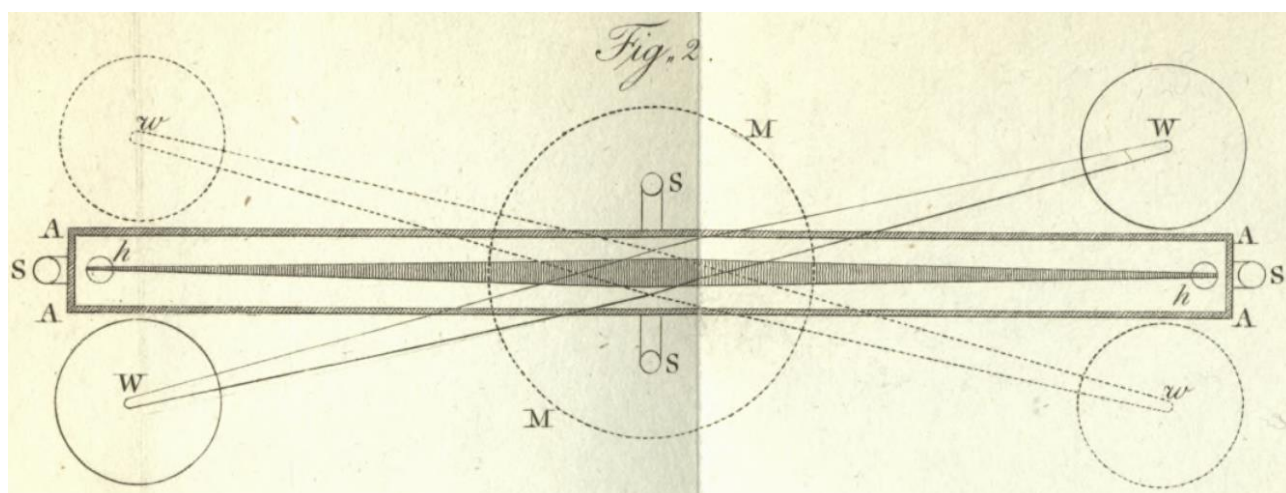


Рис. 2

На рис. 2 приведен вид прибора сверху: $A A A A$ — кожух, $S S S S$ — четыре поддерживающие его винта, $НН$ — коромысло и шарик, W и W — грузы, $ММ$ — блок для их передвижения. Когда грузы находятся в таком положении, то оба стремятся отклонить коромысло в направлении hW когда же они передвигаются в положения w и w , представленные точечными линиями, то оба стремятся отклонить коромысло в противоположном направлении $h w$. От ударов о кожух эти грузы предохраняют кусочки дерева, останавливающие их, как только они приближаются на расстояние $1/5$ дюйма к кожуху. Кусочки дерева прикреплены к стене здания; и я обнаружил, что грузы могут ударяться о них со значительной силой без ощутимого сотрясения прибора.

Чтобы определить положение коромысла, внутри кожуха расположены пластинки из слоновой кости настолько близко к каждому из концов коромысла, насколько это возможно без опасения коснуться его; пластинки разделены на двадцатые доли Дюйма. Другие маленькие пластинки из слоновой кости помечены на каждом конце коромысла и служат верньером, под разделяя эти деления на пять частей, так что положение коромысла может легко наблюдаться с точностью до одной сотой Дюйма и оцениваться с еще большей

точностью. Эти деления рассматриваются с помощью коротких телескопов T и T [рис. 1] через щели, прорезанные на концах кожуха и закрытые стеклами. Они освещаются лампами L и L с выпуклыми стеклами, расположенными так, чтобы отбрасывать свет на деления. Никакой другой свет в комнату не пропускаялся.

Деления на пластинке из слоновой кости идут в направлении w и w [рис. 2], так что, когда грузы помещались в позицию w и w , представленную точечными кружками, коромысло отклонялось в таком направлении, что указатель должен был отмечать большие числа на пластинках из слоновой кости. По этой причине Кавендиш называет эту позицию грузов положительной.

Деревянный стержень $F K$ [рис. 1] посредством бесконечного винта поворачивает держатель, к которому прикреплен провод $g l$, что позволяет наблюдателю закручивать провод до тех пор, пока коромысло не установится в центре кожуха, без опасения коснуться какой-либо из его стенок. Провод $g l$ наверху прикреплен к держателю, а внизу — к центру коромысла с помощью латунных зажимов, в которых она удерживается винтами.

На этих двух рисунках различные части изображены почти в естественной пропорции по отношению друг к другу и в масштабе один к тридцати.

Способ наблюдения. Прежде чем я перейду к описанию экспериментов, следует кое-что сказать о способе наблюдений. Предположим, что коромысло покоится и его положение определено. Пусть затем грузы сдвигаются. Вследствие этого коромысло не только сдвинется, но будет вынуждено колебаться и его колебания будут продолжаться довольно долго. Поэтому, чтобы выяснить, насколько сдвинуто коромысло, необходимо найти крайние точки колебания и отсюда определить точку, в которой оно, казалось бы, в покое, если бы его движение было уничтожено, или точку покоя, как я буду ее впредь называть. Для этого Кавендиш наблюдал три последовательные крайние точки колебания и брал среднее между первой и третьей точками, а затем принимал среднее между ней и второй крайней точкой за точку покоя. Так как колебания непрерывно уменьшались, очевидно, что среднее между двумя крайними точками не могло дать истинную точку покоя.

Можно подумать, что более точно было бы наблюдать много крайних точек колебания, чтобы находить точку покоя по разным сериям из трех крайних отклонений и брать средний результат. Однако надо отметить, что, несмотря на предосторожности, соблюдавшиеся во избежание какой-либо возмущающей силы, коромысло редко будет оставаться в покое в течение целого часа. По этой причине лучше определять точку покоя из наблюдений, выполненных, насколько это возможно, сразу же после передвижения грузов.

Вторая величина, которую надо определить, — это время колебания. Ее Кавендиш нашел следующим образом: определил две крайние точки колебания, а также моменты времени, в которые коромысло достигает двух данных делений между этими крайними точками, заботясь о том, насколько он мог предвидеть, чтобы эти деления располагались по разные стороны от средней точки и не очень далеко от нее. Затем он рассчитывал среднюю точку колебания и с помощью пропорции нашел момент времени, в который коромысло проходит через среднюю точку. Затем после нескольких колебаний он повторил эту операцию и поделил интервал времени между приходом коромысла в эти две средние точки на число колебаний, что дает время одного колебания.

Время одного колебания может быть определено либо из предварительных испытаний, либо это можно делать в каждом эксперименте, определяя время колебаний коромысла, которые реально возникают вследствие передвижения грузов.

Однако у последнего метода есть одно преимущество, а именно: если бы имелась какая-то случайная причина притяжения (как, например, электричество на стеклянных пластинках, через которые наблюдается движение коромысла), увеличивающая силу, необходимую для отклонения коромысла, то она уменьшила бы также и время колебания. Следовательно, ошибка в результате должна быть значительно меньше, когда сила, необходимая для отклонения коромысла, выведена из опыта, проведенного в то же время, чем когда она определяется из предшествующих опытов.

Описание экспериментов. В опыте проволока, на которой подвешивалось коромысло, была из посеребренной меди длиной 391/ 4 дюйма; один фут ее весил 2.4 грана. Ее жесткость была такой, что заставляла коромысло совершать одно колебание примерно за 15 мин.

Результат опыта состоял в том, что в течение первых 15 мин после перемещения стержней из одной крайней позиции в другую коромыслу было сообщено очень слабое движение, вряд ли большее, чем то, что должно сообщаться действием гравитационного притяжения. Однако затем движение усилилось, так что оказалось, что за следующие четверть часа или полчаса оно сдвинулось на 0.5 или 1.5 деления в том же направлении, в каком это должно происходить под действием тяготения. При возвращении железных деталей обратно в их исходное положение коромысло сдвигалось назад так же, как ранее двигалось вперед.

Следует отметить, что в этих экспериментах движение коромысла вряд ли было сильнее, чем движение, которое иногда имеет место без видимых причин. Тем не менее так как в трех опытах, сделанных с этими стержнями, движение было всегда одного и того же рода, хотя и различалось по величине от 0.5 до 1.5 деления, то представляется, что имеется веское основание считать, что оно создается действием стержней.

Метод расчета плотности Земли из экспериментов. Сначала рассмотрим задачу в предположении, что медные стержни невесомы и что груз оказывает ощутимое притяжение лишь на ближайший шарик; затем я исследую, какие исправления необходимы для учета [массы] коромысла и стержней и некоторых других малых факторов.

Первая задача состоит в том, чтобы найти силу, которая требуется для отклонения коромысла, что, как было сказано выше, должно быть определено по времени одного колебания. Расстояние между центрами двух шариков равно 73,3 дюйма, и поэтому расстояние каждого из них от центра движения составляет 36,65 дюйма, длина же секундного маятника в этих широтах равна 39,14 [дюйма]. Поэтому если жесткость проволоки, на которой подвешено коромысло, такова, что сила, которая должна быть приложена к каждому шарiku для отклонения коромысла на угол A , так относится к весу шариков, как дуга A к радиусу, то коромысло будет совершать колебание за то же время, что и маятник, длина которого 36,65 дюйма, т. е. за $\sqrt{\frac{36,65}{39,14}}$ секунд. И поэтому если жесткость проволоки такова, что порождает одно колебание за N секунд, то сила, которую необходимо

приложить к каждому из шариков для отклонения коромысла на угол А, так относится к весу шариков, как дуга $A \frac{1}{N^2} \frac{36,65}{39,14}$ относится к радиусу. Но шкала из слоновой кости на конце коромысла находится на расстоянии 38,3 дюйма от центра движения, и каждое деление равно 1/20 дюйма, поэтому оно стягивает центральный угол, дуга которого равна 1/766, а значит, сила, которая должна быть приложена к каждому шару для отклонения коромысла на одно деление, относится к весу шарика, как $\frac{1}{766N^2} * \frac{36,65}{39,14}$ к 1, или как $\frac{1}{818N^2}$ к 1

Следующая задача состоит в нахождении отношения, которое притяжение шариков грузами образует с их притяжением к Земле, в предположении, что шарики расположены в середине кожуха, т. е. не ближе к одной из его стенок, чем к другой. Когда грузы приближаются к шарикам, их центры находятся на расстоянии 8,85 дюйма от осевой линии кожуха. Однако по небрежности расстояние между стержнями, удерживающими эти грузы, было сделано равным расстоянию между центрами шариков, в то время как оно должно быть несколько больше последнего. Вследствие этого центры грузов не становятся в точности против центров шариков при сближении с ними. Действие грузов при отклонении коромысла оказывается меньше, чем оно должно быть в противном случае, в утроенном отношении 8.85/36.65 к хорде угла, синус которого равен 8.85/36.65 или в утроенном отношении косинуса 1/2 этого угла к единице, или в отношении 0,9779 к 1.

Каждый из грузов весит 2 439 000 гранов, и поэтому он равен по весу 10,64 сферического фута воды. Отсюда создаваемое им притяжение частицы, помещенной в центр шарика, так относится к притяжению сферического фута воды, действующего на равную частицу, помещенную на его поверхности, как $10,64 * 0,9779 * \left(\frac{6}{8,85}\right)^2$ к 1.

Средний диаметр Земли равен 41 800 000 футов, и поэтому, если средняя плотность Земли так относится к плотности воды, как D к 1, то притяжение шарика к свинцовому грузу будет относиться к его притяжению к Земле, как $10,64 * 0,9779 * \left(\frac{6}{8,85}\right)^2$ к 41 800 000 D, или 1 к 8 739 000.

Таким образом показано, что сила, которую необходимо приложить к каждому из шариков, чтобы отклонить коромысло на одно деление от его естественного положения, составляет $\frac{1}{818N^2}$ веса шарика. Если средняя плотность Земли относится к плотности воды как D к 1, то притяжение шарика грузом равно $\frac{1}{8739000D}$ веса этого шарика, и поэтому данное притяжение сможет отклонить коромысло от его естественного положения на $\frac{818N^2}{8739000D}$ или $\frac{N^2}{10683D}$ делений. Следовательно, если окажется, что при передвижении грузов из средней в крайнюю позицию коромысло сдвинулось на В делений, или если оно сдвигается на 2В делений при перемещении грузов из одной крайней позиции в другую, то плотность и Земли равна $\frac{N^2}{10683B}$.

Источники:

1. Большая советская энциклопедия. в 30-ти т.. – 3-е изд.. – М. : Совет. энцикл., 1969 - 1986. ил., карт.
2. [Измерение гравитационной постоянной \(большой G\) как повод для дебатов!](#)
3. Cavendish, H (1 gener 1798). ["Experiments to Determine the Density of the Earth. By Henry Cavendish, Esq. F. R. S. and A. S." Phil. Trans. R. Soc. Lond. 88: 469—526. doi:10.1098/rstl.1798.0022.](#)
4. Кавендиш Г. Опыты по определению плотности Земли // Классики физической науки / Голин Г. М., Филонович С. Р.. — М.: Высшая школа, 1989. — С. 253—268. — 576 с. — [ISBN 5060000583](#).