

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ МОЛЯРНЫХ ТЕПЛОЁМКОСТЕЙ ГАЗОВ АДИАБАТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Теоретические замечания

Отношение количества теплоты dQ , сообщенного системе (телу), к соответствующему повышению температуры dT называют теплоёмкостью:

$$C_{\text{тела}} = \frac{dQ}{dT} \quad (1)$$

Наиболее распространенным является определение теплоёмкости как количества теплоты, которое необходимо затратить для изменения температуры тела на один градус.

Теплоёмкость единицы массы вещества называют удельной:

$$c = \frac{1}{m} \cdot \frac{dQ}{dT} \text{ [Дж/(кг·К)]}.$$

Теплоёмкость моля вещества называют молярной:

$$C = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{dQ}{dT} \text{ [Дж/(моль·К)]}. \quad (2)$$

Иногда употребляется внесистемная единица теплоёмкости: кал/(моль·град). Калория – внесистемная единица измерения количества теплоты (1 кал = 4,187 Дж).

Удельная и молярная теплоёмкости связаны соотношением

$$c = C/M,$$

где M – молярная масса.

Приведенное выше определение теплоёмкости (1) не является достаточным, так как количество теплоты dQ , сообщаемое телу, зависит от характера процесса, в результате которого система перешла в новое состояние. Другими словами, необходимо еще указать условия, при которых производится передача количества тепла. Эта неопределенность

обусловлена тем, что количество теплоты не является функцией состояния тела в отличие, например, от внутренней энергии.

В связи с отмеченной неоднозначностью возможны различные определения теплоёмкости. Так, для термодинамической системы, состояние которой определяется: давлением (p), объёмом (V) и температурой (T), различают теплоёмкости при постоянном объёме C_V и постоянном давлении C_p . Эти теплоёмкости характеризуются количеством тепла, сообщаемым системе в условиях, когда остается неизменным либо объём, либо давление.

Согласно первому закону термодинамики, выражающему закон сохранения энергии в области тепловых явлений, количество теплоты dQ , сообщаемое системе, затрачивается на увеличение внутренней энергии системы dU и на работу dA , которую система совершает над внешней средой:

$$dQ = dU + dA. \quad (3)$$

(Более строго, это соотношение записывается в виде $\delta Q = dU + \delta A$, чтобы подчеркнуть то обстоятельство, что dU является полным дифференциалом, поскольку среди величин Q , U и A только U является функцией состояния системы.)

Работа dA в случае отсутствия магнитных и электрических явлений сопровождается исключительно расширением системы, которая находится под действием внешнего давления p , и в этом случае $dA = p dV$ ($dV > 0$). Тогда

$$dQ = dU + p dV. \quad (4)$$

Если нагревание происходит при постоянном объёме $V = \text{const}$ ($dV=0$), то все тепло тратится на увеличение внутренней энергии:

$$dQ = dU.$$

Тогда из определения молярной теплоёмкости (2)

$$C_V = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_V = \left(\frac{dU_0}{dT} \right)_V,$$

где U_0 – внутренняя энергия одного моля газа. Отсюда для идеального газа можно записать

$$C_V = \frac{dU_0}{dT}, \quad (5)$$

так как внутренняя энергия является только функцией температуры $U(T)$.

Для изобарического процесса ($p = const$) из (4) и (5) следует:

$$C_p = \left(\frac{dQ}{dT} \right)_p = \frac{dU_0}{dT} + p \left(\frac{dV}{dT} \right)_p = C_v + p \left(\frac{dV}{dT} \right)_p. \quad (6)$$

В соответствии с уравнением состояния идеального газа (для одного моля газа $\nu = 1$)

$$pV = RT. \quad (7)$$

При $p = const$

$$\left(\frac{dV}{dT} \right)_p = \frac{R}{p},$$

тогда

$$C_p = C_v + R. \quad (8)$$

Теплоёмкость C_p всегда больше теплоёмкости C_v . Это связано с работой, совершаемой газом при расширении ($p = const$).

При описании некоторых физических процессов приходится иметь дело с отношением теплоемкостей

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v}. \quad (9)$$

Одним из таких процессов, играющих важную роль при изучении тепловых явлений, является адиабатический процесс. Для этого процесса характерна теплоизолированность системы от внешней среды, т. е. процесс протекает без теплообмена с внешней средой. Значит, работа, совершаемая системой в этом случае, производится за счет изменения ее внутренней энергии. Из первого закона термодинамики (3) для адиабатического процесса ($dQ = 0$) имеем

$$dU + p^* dV = 0. \quad (10)$$

В случае идеального газа (5) для одного моля $dU_0 = C_V^* dT$. Тогда с учетом этого выражение (10) примет вид

$$C_V dT + p^* dV = 0. \quad (11)$$

Дифференцируя уравнение (7), получим:
 $pdV + Vdp = RdT$

и выразим из полученного выражения dT :

$$dT = \frac{1}{R}(pdV + Vdp) \quad (12)$$

Подставим (12) в (11):

$$\frac{C_V}{R}(pdV + Vdp) + pdV = 0.$$

Преобразования последнего выражения с учетом (8) и (9) дают:

$$\begin{aligned} \frac{C_V + R}{R} pdV + \frac{C_V}{R} Vdp &= 0, \\ \frac{C_p}{C_V} \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} &= 0, \\ \gamma \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Интегрирование (13) дает:

$$\gamma \ln V + \ln p = \text{const},$$

откуда простым потенцированием получим

$$p V^\gamma = \text{const}. \quad (14)$$

Из (7) $p = \frac{RT}{V}$, тогда (14) примет вид

$$T \cdot V^{\gamma-1} = \text{const}. \quad (15)$$

Соотношения (14) и (15) называют уравнениями Пуассона.

Молекулярно-кинетическая теория, рассматривая газ как совокупность свободно движущихся частиц, подчиняющихся законам классической механики, позволяет удовлетворительно объяснить некоторые основные свойства реальных газов. В частности, она дает возможность оценить порядок величин термодинамических характеристик C_p , C_v и γ .

Согласно представлениям кинетической теории, молекулы идеального газа не взаимодействуют между собой, внутренняя энергия такого газа не зависит от изменения объема и давления и является только функцией температуры. В силу полной беспорядочности движения считают, что в среднем на каждую степень свободы приходится энергия, равная $kT/2$, где $k = 1,3807 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Если рассматривать одноатомный газ, каждая частица которого представляется как точечная масса, совершающая поступательное движение и поэтому имеющая три степени свободы (положение ее в пространстве может быть определено тремя независимыми координатами), то средняя

кинетическая энергия такой частицы равна $\frac{3}{2}kT$.

Внутренняя энергия многоатомных газов складывается из кинетических энергий поступательного и вращательного движения молекул. Применяя и в этом случае положение о равном распределении энергии по степеням свободы, можно подсчитать среднюю кинетическую энергию E_0 многоатомной молекулы:

$$E_0 = \frac{i}{2}kT, \quad (16)$$

где i – число степеней свободы молекул.

Молекулы двухатомного газа обладают тремя поступательными и двумя вращательными степенями свободы. Поэтому средняя кинетическая энергия двухатомной молекулы

$$E_0 = \frac{5}{2}kT.$$

Внутреннюю энергию U_0 одного моля газа найдем, умножив (16) на число молекул N_A в одном моле ($N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – число Авогадро):

$$U_0 = \frac{i}{2}N_A kT = \frac{i}{2}RT. \quad (18)$$

Молярную теплоёмкость газа при постоянном объеме получим, продифференцировав (18) по температуре:

$$C_V = \frac{dU_0}{dT} = \frac{i}{2}R. \quad (19)$$

Используя (7) и (19), выразим через число степеней свободы молекулы теплоёмкость C_p и отношение теплоемкостей γ :

$$C_p = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2}R,$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}.$$

В работе требуется найти отношение γ теплоемкостей C_p и C_V воздуха. Поскольку воздух состоит в основном из смеси двухатомных газов (водорода, кислорода, азота), каждая молекула которых имеет пять степеней свободы, то отношение молярных (или удельных в соответствии с соотношением $c = C/M$) теплоемкостей для воздуха будет $\gamma = 1,40$. Это довольно хорошо согласуется по порядку величины с экспериментальными данными, полученными для чистого воздуха, свободного от CO_2 и паров воды при нормальных условиях.

Вывод рабочей формулы

Определение численного значения величины γ является целью предлагаемой работы. Величину C_p экспериментально можно найти обычным калориметрическим способом, а определение C_V на опыте связано со значительными трудностями. Вследствие этого представляется более удобным, предварительно определив величины C_p и γ , вычислить C_V .

Идея опыта заключается в следующем: допустим, что некоторая масса газа $m = \text{const}$ (меньшая, чем масса всего воздуха в сосуде) характеризуется начальным состоянием 1: объемом V_0 , давлением $p_0 + H$ (p_0 – атмосферное давление, H – разность уровней жидкости в манометре) и температурой T_0 . Заставим газ быстро расширяться. Кратковременность процесса позволяет считать тепловой обмен с окружающей средой отсутствующим, т. е. процесс быстрого расширения – адиабатическим. В конце процесса состояние 2 газа

(для той же массы m) будет определяться объемом $V_1 > V_0$, давлением p_0 и температурой $T_1 < T_0$. Предоставим газу нагреваться при постоянном объеме до прежней температуры T_0 , которая равна температуре окружающей среды. В конце этого процесса состояние 3 будет характеризоваться прежним объемом V_1 , давлением $p_0 + H'$ и температурой T_0 . При адиабатическом процессе перехода газа из состояния 1 в состояние 2 будет выполняться согласно (13) условие

$$p_0 V_1^\gamma = (p_0 + H) V_0^\gamma. \quad (20)$$

Состояние 1 и 3 характеризуются одинаковой температурой, следовательно, переход массы газа m из состояния 1 в состояние 3 можно осуществить по изотерме, т. е.

$$(p_0 + H) V_0 = (p_0 + H') V_1. \quad (21)$$

Равенства (20) и (21) можно переписать в виде

$$\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^\gamma = \frac{p_0}{p_0 + H} \quad \text{и} \quad \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^\gamma = \frac{(p_0 + H')^\gamma}{(p_0 + H)^\gamma},$$

откуда $\frac{p_0}{p_0 + H} = \left(\frac{p_0 + H'}{p_0 + H}\right)^\gamma$. Логарифмируя это выражение, получим:

$$\ln \frac{p_0}{p_0 + H} = \gamma \ln \frac{p_0 + H'}{p_0 + H}. \quad \text{Определим отсюда } \gamma: \gamma = \frac{\ln \frac{p_0}{p_0 + H}}{\ln \frac{p_0 + H'}{p_0 + H}} = \frac{\ln \left(1 - \frac{H}{p_0 + H}\right)}{\ln \left(1 - \frac{H - H'}{p_0 + H}\right)}.$$

Разлагая логарифмы в ряды по формуле

$$\ln(1 - x) = -x + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 + \dots$$

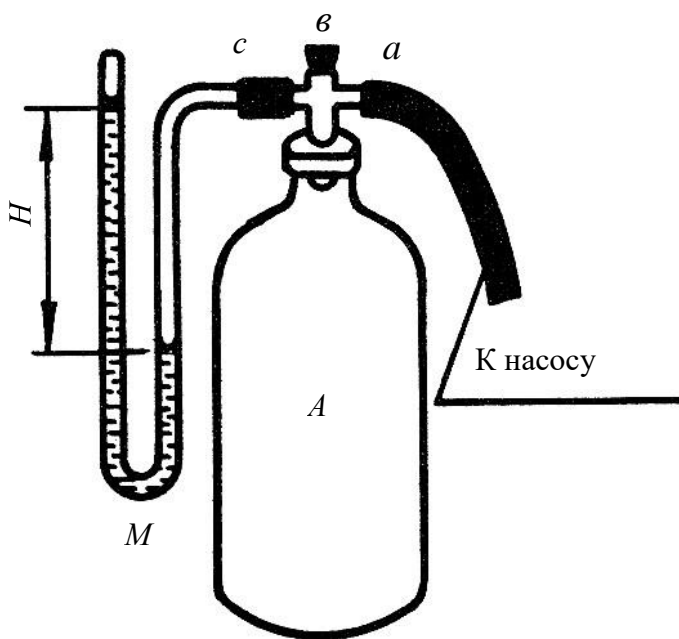
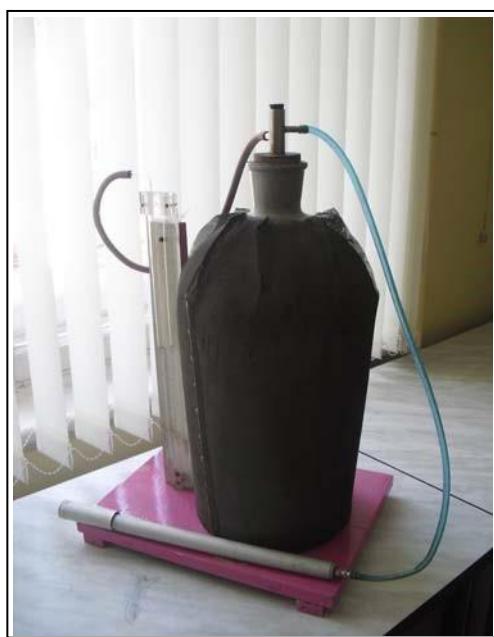
и ограничиваясь только первыми членами разложения, найдем приближенно:

$$\gamma = \frac{\frac{H}{p_0 + H}}{\frac{H - H'}{p_0 + H}} = \frac{H}{H - H'}. \quad (22)$$

Таким образом, можно для определения величины γ ограничиться наблюдением над изменениями давления газа (H и H') по отношению к атмосферному давлению.

Оборудование

Установка для определения отношения молярных теплоемкостей газа адиабатическим методом (общий вид и схема представлены на рисунке), насос.



Описание установки

Для проведения опыта служит прибор, изображенный на рисунке и состоящий из большой стеклянной бутылки A , в горловину которой вставлена герметичная пробка. Через пробку проходит латунная трубка, имеющая два отвода: один a соединен с насосом, служащим для накачивания воздуха в сосуд, другой c – с манометром M . Сверху латунная трубка плотно закрывается резиновой пробкой b .

Порядок выполнения работы

1. Накачать в сосуд A воздух до давления 20–30 см по манометру M и закрыть зажим на резиновом шланге.
2. Через некоторое время, когда разность уровней манометрической жидкости установится примерно постоянной, произвести отсчет давления по манометру (H).
3. Вынуть пробку ($в$), тем самым давая возможность газу расширяться, и через очень короткий промежуток времени (2–3 с) снова плотно закрыть отверстие. Таким образом, осуществляется адиабатический процесс перехода газа из одного состояния в другое. При открытой пробке $в$ давление газа в баллоне падает до атмосферного p_0 . Вместе с тем понижается температура газа, так как процесс расширения газа адиабатический.
4. Наблюдать по манометру увеличение давления газа в сосуде, что связано с нагреванием газа за счет теплообмена с окружающей средой. Заметить момент, когда показания манометра достигнут максимума, и произвести отсчет H' .
5. Повторить пп. 1–4 не менее 5 раз и записать результаты наблюдений в таблицу.

№	H	H'	γ	$\gamma_{\text{ср}}$	$\Delta\gamma$	$\Delta\gamma_{\text{ср}}$	$(\Delta\gamma_{\text{ср}}/\gamma_{\text{ср}})*100\%$
1							
2							
3							
4							
5							
6							

6. Вычислить γ по формуле (22), используя измеренные величины H и H' .
7. Рассчитать среднее значение $\gamma_{\text{ср}}$ и погрешности измерений (абсолютные $\Delta\gamma$, $\Delta\gamma_{\text{ср}}$ и относительную $\Delta\gamma_{\text{ср}}/\gamma_{\text{ср}}$).

8. Рассчитать максимальную относительную погрешность метода измерений по формуле

$$\delta = \frac{\Delta H_{\text{ср}}}{H_{\text{ср}}} + \frac{\Delta(H - H')_{\text{ср}}}{H_{\text{ср}} - H'_{\text{ср}}} \cdot 100\% .$$

9. Проверить неравенство $(\Delta\gamma_{\text{ср}} / \gamma_{\text{ср}}) \leq \delta$.

10. Провести сравнение $\gamma_{\text{ср}}$ с теоретическим значением γ для воздуха. Расхождение значений оценить по формуле $(|\gamma_{\text{ср}} - \gamma_{\text{теор}}| / \gamma_{\text{теор}}) \cdot 100\%$.

11. Записать результат в виде $\gamma = \gamma_{\text{ср}} \pm \Delta\gamma_{\text{ср}}$.