5.

$$\mathbb{P}(X_1 \text{ выбран } k \text{ раз}) = C_n^k \frac{1}{n^k} \cdot (\frac{n-1}{n})^{n-k} =$$
$$= \frac{n!(n-1)^{n-k}}{k!(n-k)!n^n} = \frac{1}{k!}\frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{n^k}(1-\frac{1}{n})^n \cdot (1-\frac{1}{n})^{-k}.$$

$\frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{n^k}, (1-\frac{1}{n})^{-k} \to 1$ при $n \to \infty$. В то время как $(1-\frac{1}{n})^n \to e^{-1}$. Что и требовалось доказать.