$E \to E + T \mid T$

$T \to T * F \mid F$

$F \to (E) \mid id$

Gramática Recursiva: $A \to A\alpha \mid \beta$ ① $\left\{ \begin{array}{l} A \to \beta A' \\ A' \to \alpha A' \mid \varepsilon \end{array} \right.$ ①'

- $\underset{A \to A \;\; \alpha \;\; | \;\; \beta}{E \to E + T \mid T}$ $\left\} \begin{array}{l} E \to TE' \\ E' \to +TE' \mid \varepsilon \end{array} \right.$

- $\underset{A \to A \;\; \alpha \;\; | \;\; \beta}{T \to T * F \mid F}$ $\left\} \begin{array}{l} T \to FT' \\ T' \to *FT' \mid \varepsilon \end{array} \right.$

Esta es la G que usaremos.

$E \to TE'$

$E' \to +TE' \mid \varepsilon$

$T \to FT'$

$T' \to *FT' \mid \varepsilon$

$F \to (E) \mid id$

$S \to AB$
$A \to aAA \mid \epsilon$
$B \to bBB \mid \epsilon$

ENCONTRANDO ANULABLES:

$\left. \begin{array}{l} A \to \varepsilon \\ B \to \varepsilon \end{array} \right\}$ A y B anulables

$\Rightarrow S \to AB \Rightarrow S$ anulable

CONSTRUYENDO PRODUCCIONES DE G_1:

- $S \to AB \Rightarrow$ todos los (2) símbolos son anulables

$\Rightarrow m = 2 \Rightarrow \exists\ 2^m - 2^2 = 4$ formas para elegir presente o ausente para A y B, sin hacer todos los símbolos ausentes

$\therefore S \to AB \mid A \mid B$

- Considere $A \to a\underbrace{AA}_{\text{anulables}}$

$m = 2 \Rightarrow 2^m = 2^2 = 4$

$A \to aAA \mid aA \mid aA \mid a$

$\Rightarrow A \to aAA \mid aA \mid a$

- Considere $B \to bBB$

$\Rightarrow 2^m = 2^2 = 4$ formas

$B \to bBB \mid bB \mid bB \mid b$

$\Rightarrow B \to bBB \mid bB \mid b$

- $A \to \varepsilon$ y $B \to \varepsilon$ no generan

$\Rightarrow$ $S \to AB \mid A \mid B$
$A \to aAA \mid aA \mid a$
$B \to bBB \mid bB \mid b$

Constituyen G_{1a} y $L(G_1) = L(G) - \{\varepsilon\}$

Eliminamos ε

Anulables:

$\left. \begin{array}{l} E' \to \varepsilon \\ T' \to \varepsilon \end{array} \right\}$ E' y T' anulables

- $E \to TE'$

$m = 1 \to 2^1 = 2$

$\therefore E \to TE' \mid T$

- $E' \to +TE'$

$m = 1 \Rightarrow 2$

$\therefore E' \to +TE' \mid +T$

- $T \to FT'$

$m = 1 \Rightarrow 2$

$\therefore T \to FT' \mid F$

- $T' \to *FT'$

$m = 1 \Rightarrow 2$

$\therefore T' \to *FT' \mid *F$

$E \to TE' \mid T$

$E' \to +TE' \mid +T$

$T \to FT' \mid F$

$T' \to *FT' \mid *F$

$F \to (E) \mid id$

Eliminamos unarias

PARA ELIMINAR PRODUCCIONES UNARIAS

- Dada una CFG $G = (V, T, P, S)$ construya CFG $G_1 = (V, T, P_1, S)$

1. Encuentre todas las parejas unarias de G.
2. Para c/u (A, B) añada a P_1 todas las $A \to \alpha$ donde $B \to \alpha$ es una producción no unaria en P.

$A = B$ es posible; P_1 contiene todas las producciones no unarias en P.

$I \to a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1$
$F \to I \mid (E)$
$T \to F \mid T * F$
$E \to T \mid E + T$

BASE:

$(E,E), (T,T), (F,F)$ y (I,I)

INDUCCIÓN:

1. (E,E) y $E \to T$ dan (E,T)
2. (E,T) y $T \to F$ dan (E,F)
3. (E,F) y $F \to I$ dan (E,I)
4. (T,T) y $T \to F$ dan (T,F)
5. (T,F) y $F \to I$ dan (T,I)
6. (F,F) y $F \to I$ dan (F,I)

Corresponde al paso (1).

PASO (2)

Pareja	Producciones
(E,E)	$E \to E + T$
(E,T)	$E \to T * F$
(E,F)	$E \to (E)$
(E,I)	$E \to a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1$
(T,T)	$T \to T * F$
(T,F)	$T \to (E)$
(T,I)	$T \to a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1$
(F,F)	$F \to (E)$
(F,I)	$F \to a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1$
(I,I)	$I \to a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1$

- Nuevo conjunto de producciones es creado usando el primer miembro de la pareja como cabeza y todas las producciones no-unarias del segundo miembro como los cuerpos.

- Paso final: eliminar producciones unarias de la nueva gramática

$E \to TE' \mid T$
$E' \to +TE' \mid +T$
$T \to FT' \mid F$
$T' \to *FT' \mid *F$
$F \to (E) \mid id$

BASE:

$(F,F), (T',T'), (T,T),$
$(E',E'), (E,E)$

INDUCCIÓN:

(T,T) y $T \to F$ dan (T,F)
(E,E) y $E \to T$ dan (E,T)
(E,T) y $T \to F$ dan (E,F)

(E,E)	$E \to TE'$
(E,T)	$E \to FT'$
(E,F)	$E \to (E) \mid id$
(E',E')	$E' \to +TE' \mid +T$
(T,T)	$T \to FT'$
(T,F)	$T \to (E) \mid id$
(T',T')	$T' \to *FT' \mid *F$
(F,F)	$F \to (E) \mid id$

Nueva G:

$E \to TE' \mid FT' \mid (E) \mid id$
$E' \to +TE' \mid +T$
$T \to FT' \mid (E) \mid id$
$T' \to *FT' \mid *F$
$F \to (E) \mid id$

Eliminamos inútiles

ELIMINANDO SÍMBOLOS INÚTILES

X es útil para $G=(V,T,P,S)$ si $\exists$ derivación $S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha X \beta \overset{*}{\Rightarrow} w$ con $w \in T^*$

- Para ser útil:
  1. X genera si $X \overset{*}{\Rightarrow} w$. Todo terminal genera
  2. X es alcanzable si $\exists$ derivación $S \overset{*}{\Rightarrow} \alpha X \beta$

EJEMPLO

$S \to AB \mid a$
$A \to b$

- * a,b se generan ellos mismos
- * S genera a
- * A genera b
- * B no genera
  - ↳ Eliminamos B
  - ∴ Eliminamos $S \to AB$

→

$S \to a$
$A \to b$

- * sólo S y a son alcanzables desde S.
  - ↳ Eliminamos A y b

→

$S \to a$
$L(G) = \{a\}$

Es el lenguaje de la gramática original

TEOREMA

Nueva G' no tiene símbolos inútiles y $L(G') = L(G)$

$E \to TE' \mid FT' \mid (E) \mid id$
$E' \to +TE' \mid +T$
$T \to FT' \mid (E) \mid id$
$T' \to *FT' \mid *F$
$F \to (E) \mid id$

- * id, (,), *, + se generan ellos mismos.
- * E genera id
- * E' genera + id
- * T genera id
- * T' genera * id
- * F genera id

* Todos son alcanzables.

CONSTRUCCIÓN DE (a)

$\forall$ Terminal a en un cuerpo con longitud 2 o más, crear una nueva variable A. Esta sólo tiene una producción $A \to a$

Ahora, usamos A en lugar de a en cualquier lugar una a aparezca en un cuerpo con una longitud de 2 o más

En este punto, toda producción tiene un cuerpo que o es un terminal singular o al menos 2 variables y no terminales.

CONSTRUCCIÓN DE (b)

Debemos romper las producciones $A \to B_1 B_2 \ldots B_k$, para $k \geq 3$ en un grupo de producciones con 2 variables en cada cuerpo.

Introducimos $k-2$ nuevas variables, $C_1, C_2, \ldots, C_{k-2}$. La producción original se reemplaza por las $k-1$ producciones

$$A \to B_1C_1, \quad C_1 \to B_2C_2, \ldots, C_{k-3} \to B_{k-2}C_{k-2}, \quad C_{k-2} \to B_{k-1}B_k$$

CONVERTIR GRAMÁTICA SIMPLIFICADA A CNF

$$\begin{aligned}
E &\to E+T \mid T*F \mid (E) \mid a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1 \\
T &\to T*F \mid (E) \mid a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1 \\
F &\to (E) \mid a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1 \\
I &\to a \mid b \mid Ia \mid Ib \mid I0 \mid I1
\end{aligned}$$

Para (a) note que hay 8 terminales: a, b, 0, 1, +, *, (y). C/u aparece en un cuerpo que no es un terminal singular.

⇒ Introducimos 8 nuevas variables y 8 producciones en las que la nueva variable reemplaza el terminal

$A \to a$
$B \to b$
$Z \to 0$
$O \to 1$
$P \to +$
$M \to *$
$L \to ($
$R \to)$

REEMPLAZAMOS TERMINALES

$$\begin{aligned}
E &\to EPT \mid TMF \mid LER \mid a \mid b \mid IA \mid IB \mid IZ \mid IO \\
T &\to TMF \mid LER \mid a \mid b \mid IA \mid IB \mid IZ \mid IO \\
F &\to LER \mid a \mid b \mid IA \mid IB \mid IZ \mid IO \\
I &\to a \mid b \mid IA \mid IB \mid IZ \mid IO \\
A &\to a \\
B &\to b \\
Z &\to 0 \\
O &\to 1 \\
P &\to + \\
M &\to * \\
L &\to (\\
R &\to)
\end{aligned}$$

Todas las producciones están en CNF excepto long. 3: EPT, TMF y LER.

→ Introducimos una variable extra por c/u.

EPT: $C_1 \Rightarrow E \to EPT \Rightarrow E \to EC_1$ y $C_1 \to PT$

TMF: $C_2 \Rightarrow E \to TMF$ y $T \to TMF$
$\Rightarrow E \to TC_2,\ T \to TC_2$ y $C_2 \to MF$

LER: $C_3 \Rightarrow E \to LER,\ T \to LER,\ F \to LER$
$\Rightarrow E \to LC_3,\ T \to LC_3,\ F \to LC_3$ y $C_3 \to ER$

GRAMÁTICA FINAL CNF

$$\begin{aligned}
E &\to EC_1 \mid TC_2 \mid LC_3 \mid a \mid b \mid IA \mid IB \mid IZ \mid IO \\
T &\to TC_2 \mid LC_3 \mid a \mid b \mid IA \mid IB \mid IZ \mid IO \\
F &\to LC_3 \mid a \mid b \mid IA \mid IB \mid IZ \mid IO \\
I &\to a \mid b \mid IA \mid IB \mid IZ \mid IO \\
A &\to a \\
B &\to b \\
Z &\to 0 \\
O &\to 1 \\
P &\to + \\
M &\to * \\
L &\to (\\
R &\to) \\
C_1 &\to PT \\
C_2 &\to MF \\
C_3 &\to ER
\end{aligned}$$

$E \to TE' \mid FT' \mid (E) \mid id$
$E' \to +TE' \mid +T$
$T \to FT' \mid (E) \mid id$
$T' \to *FT' \mid *F$
$F \to (E) \mid id$

$L \to ($
$R \to)$
$P \to +$
$M \to *$

$E \to TE' \mid FT' \mid LER \mid id$
$E' \to PTE' \mid PT$
$T \to FT' \mid LER \mid id$
$T' \to MFT' \mid MF$
$F \to LER \mid id$
$L \to ($
$R \to)$
$P \to +$
$M \to *$

$E \to TE' \mid FT' \mid LER \mid id$
$E' \to PTE' \mid PT$
$T \to FT' \mid LER \mid id$
$T' \to MFT' \mid MF$
$F \to LER \mid id$
$L \to ($
$R \to)$
$P \to +$
$M \to *$

$E \to TE' \mid FT' \mid LC_1 \mid id$
$E' \to PC_2 \mid PT$
$T \to FT' \mid LC_1 \mid id$
$T' \to MC_3 \mid MF$
$F \to LC_1 \mid id$
$C_1 \to ER$
$C_2 \to TE'$
$C_3 \to FT'$
$L \to ($
$R \to)$
$P \to +$
$M \to *$

G en CNF:

$E \to TE' \mid FT' \mid LC_1 \mid id$
$E' \to PC_2 \mid PT$
$T \to FT' \mid LC_1 \mid id$
$T' \to MC_3 \mid MF$
$F \to LC_1 \mid id$
$C_1 \to ER$
$C_2 \to TE'$
$C_3 \to FT'$
$L \to ($
$R \to)$
$P \to +$
$M \to *$

$E \to TX \mid FY \mid LZ \mid id$
$X \to PW \mid PT$
$T \to FY \mid LZ \mid id$
$Y \to MV \mid MF$
$F \to LZ \mid id$
$Z \to ER$
$W \to TX$
$V \to FY$
$L \to ($
$R \to)$
$P \to +$
$M \to *$

Original

$E \to TE'$
$E' \to +TE' \mid \varepsilon$
$T \to FT'$
$T' \to *FT' \mid \varepsilon$
$F \to (E) \mid id$

$E \to TX$
$X \to +TX \mid \varepsilon$
$T \to FY$
$Y \to *FY \mid \varepsilon$
$F \to (E) \mid id$

$$
\begin{aligned}
E &\to TX\\
X &\to +TX \mid \varepsilon\\
T &\to FY\\
Y &\to *FY \mid \varepsilon\\
F &\to (E) \mid id
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E &\overset{*}{\Rightarrow} TX \overset{*}{\Rightarrow} FYX \overset{*}{\Rightarrow} (E)YX \overset{*}{\Rightarrow} (TX)YX\\
&\overset{*}{\Rightarrow} (FYX)YX \overset{*}{\Rightarrow} (id * FYX)YX\\
&\overset{*}{\Rightarrow} (id * id\,\varepsilon\varepsilon)\varepsilon + TX\\
&\overset{*}{\Rightarrow} (id * id) + FYX \overset{*}{\Rightarrow} (id * id) + id\,\varepsilon\varepsilon\\
&\overset{*}{\Rightarrow} (id * id) + id
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E &\to TX \mid FY \mid LZ \mid id\\
X &\to PW \mid PT\\
T &\to FY \mid LZ \mid id\\
Y &\to MV \mid MF\\
F &\to LZ \mid id\\
Z &\to ER\\
W &\to TX\\
V &\to FY\\
L &\to (\\
R &\to)\\
P &\to +\\
M &\to *
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
E &\overset{*}{\Rightarrow} TX \overset{*}{\Rightarrow} LZX \overset{*}{\Rightarrow} (ERX\\
&\overset{*}{\Rightarrow} (FYRX \overset{*}{\Rightarrow} (idYRX\\
&\overset{*}{\Rightarrow} (id\,MFRX \overset{*}{\Rightarrow} (id * id)X\\
&\overset{*}{\Rightarrow} (id * id)PT \overset{*}{\Rightarrow} (id * id) + T\\
&\overset{*}{\Rightarrow} (id * id) + id
\end{aligned}
$$

A esta aplicarán CYK
con $(id * id) + id$,
por ejemplo.