

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE D'ÉLECTRICITÉ ET DE  
MECANIQUE

# RAPPORT DE STAGE DE FIN D'ÉTUDES

## MODELISATION D'UN ACTIONNEUR ELECTROMECHANIQUE PAR LA METHODE DE RESEAU DE RELUCTANCES POUR UNE APPLICATION SPATIALE

PRÉSENTÉ PAR : EL KHATTABI, AYMANE

Entreprise : Air Liquide Advanced Technologies

Encadrant ENSEM : NETTER, Denis

Encadrants d'Air Liquide : LOPES, Diogo & LAUZIER, Kévin

Durée de stage : de 01/03/2020 à 28/08/2020

Projet : Pulse Tube – systèmes orbitaux

Département/Service : Département Technique Spatial (DTS)

## Table des matières

Remerciements .....	4
Résumé .....	5
Abstract .....	6
Lexique et acronymes.....	7
Introduction.....	8
1. Présentation d’Air Liquide .....	8
1.1. Air Liquide Group.....	8
1.2. Air liquide Advanced Technologies .....	9
1.3. Les entités d’ALAT .....	9
1.4. BU Spatial .....	10
2. Présentation du projet .....	10
2.1. Contexte du projet .....	10
2.2. Tube à gaz pulsé .....	10
2.3. Fonctionnement du pulse tube .....	11
2.4. Les objectifs du projet .....	12
2.5. Les contraintes .....	12
3. Etude bibliographique et comparaison des méthodes de modélisation .....	12
3.1. Méthode analytique .....	13
3.2. Méthodes numériques .....	15
3.3. Méthode de réseaux de réluctances .....	17
3.4. La comparaison des modèles de la ventouse électromagnétique .....	19
3.5. D’autres types d’applications de la méthode de réseau de réluctances .....	22
3.5.1. Modélisation électromagnétique et optimisation d’un actionneur linéaire par la méthode des réseaux de réluctances .....	22
3.5.2. Machine synchrone à réluctance variable.....	23
3.5.3. Optimisation d’un actionneur à l’aide du modèle de réseau de réluctance.....	24
3.5.4. Modèle de réseau de réluctance d’un moteur tubulaire à aimant permanent.....	25
3.6. Comment prendre en compte le phénomène de saturation des matériaux dans le réseau de réluctances .....	26
3.6.1. Définition de la saturation magnétique .....	26
3.6.2. La modélisation de la saturation magnétique dans le réseau de réluctance.....	27
3.7. Récapitulatif des comparaisons.....	28
4. Réalisation du modèle d’un oscillateur de pression par réseau de réluctances.....	29
4.1. Le lien entre la modélisation par éléments finis et le réseau de réluctances.....	30
4.2. Etablissement du réseau de réluctances.....	31

4.3.	Résolution du problème par analogie électrique.....	33
4.4.	Calcul de la Co-Energie et la force.....	36
4.5.	Les expressions semi-analytiques des réductances et les forces FMM .....	37
4.6.	Ajustement du modèle par méthodes des moindres carrés.....	53
	Bila personnel.....	54
	Conclusion .....	55
	Bibliographie.....	56
	Annexes .....	57

## Remerciements

Mes remerciements vont tout d'abord à mes deux encadrants \_\_\_\_\_ et \_\_\_\_\_ pour leur accueil cordial au sein de département technique spatial d'Air Liquide (DTS) et qui m'ont accompagnée tout au long de cette expérience professionnelle avec beaucoup de patience et de pédagogie.

Je remercie sincèrement mon tuteur \_\_\_\_\_, pour avoir su m'aiguiller durant ce stage, pour sa disponibilité et ses conseils tout au long de cette période. Ses explications concrètes m'ont permis d'appréhender les choses rapidement et efficacement.

Je remercie tout particulièrement et je témoigne toute ma reconnaissance à l'égard de l'équipe des ingénieurs de DTS, avec qui j'ai eu la chance d'effectuer mon stage, pour le partage de leurs expériences et pour leur bonne humeur. Grâce à eux, j'ai pu vivre pleinement cette expérience.

Je remercie également mon professeur d'électromagnétisme à l'ENSEM \_\_\_\_\_ pour ses conseils et de m'avoir accompagné en tant que tuteur académique pour mon stage de fin d'études.

Merci également aux toutes les personnes ayant contribué au bon déroulement de mon stage et qui m'ont aidé pendant la rédaction de ce rapport.

Pour terminer, je remercie tous les enseignants que j'ai eu à rencontrer au cours de ma formation à l'ENSEM.

Merci \_\_\_\_\_ pour cette expérience professionnelle.

## Résumé

La caméra thermique d'un satellite d'observation nécessite derrière un refroidisseur. La solution proposée par Air liquide pour réaliser ce refroidissement est de type ' tubes à gaz pulsé', ce dernier est constitué d'un oscillateur de pression équilibré et d'un doigt froid à tube pulsé coaxial. Il permet d'atteindre des températures de l'ordre de 50 K et d'extraire 3 W de puissance thermique.

Au sein du département technique spatial (DTS) d'Air liquide, j'ai travaillé en étroite collaboration avec un doctorant en modélisation multi-physique sur la modélisation d'un actionneur électromécanique (Oscillateur de pression). Il s'agissait de mettre en œuvre la méthode des réseaux de réductance, dans le but d'obtenir un modèle électromécanique rapide et facile à coupler avec les modèles multi-physiques, enfin, ce modèle sera utilisé pour étudier les vibrations générées par l'oscillateur et pour optimiser son mode de fonctionnement.

J'ai eu de la chance de commencer mon stage avant le confinement, et j'ai travaillé pendant cinq mois sur la modélisation d'un moteur linéaire (Oscillateur de pression) par méthode de réseau de réductances, j'ai réalisé la grande partie de la modélisation en télétravail. Cela m'a permis de développer encore l'autonomie et l'organisation du travail à distance, et bien sûr, de consolider mes compétences techniques acquises lors de mes études d'ingénierie. J'ai pu réaliser différentes notes de calculs permettant la modélisation électromagnétique d'un actionneur linéaire, et d'appliquer des algorithmes d'optimisation pour améliorer le modèle obtenu.

Enfin, dans le sixième mois de mon stage, j'ai abordé le sujet d'optimisation du maillage d'un modèle FEMM pour améliorer le temps d'exécution, et de comparer ce modèle avec le modèle de réseau de réductance.

## Abstract

Infrared thermal cameras are very usable in space, we will find them in meteorological, scientific and military satellites observing the earth from different orbits. These cameras allow us to measure the temperature of clouds, different atmospheric layers, the surface of the oceans and any natural or artificial object large enough to be detected. Behind these infrared imagers, we need to put very low temperature coolers of the order of 50K to guarantee the efficiency of the detectors. Among the coolers for this type of application are the cryogenic coolers developed by Air Liquide Advanced Technologies (ALAT), and more precisely the Pulse Tube coolers.

The cameras on observation satellites must have a spatial resolution of between 0.5 and 2 km depending on the wavelength observed. This means a spatial resolution of about 15  $\mu\text{m}$  when photographing an object at a 1 m distance. Therefore it is absolutely necessary to minimize vibrations so as not to disturb the infrared cameras.

As part of my project, I worked in close collaboration with a PhD student in Multi-physics modeling on the modeling of a pressure oscillator of a pulsed gas tube type cooler, in order to study the vibrations that are generated by this compressor.

## Lexique et acronymes

FEMM : (Finite Element Method Magnetics) est un logiciel éléments finis 2D cartésien et 2D axisymétrique dédié à la résolution de problèmes électromagnétiques dans le domaine des basses fréquences.

ALAT : Air Liquide Advanced Technologies.

CAC 40 : Le CAC 40 est le principal indice boursier de la Bourse de Paris.

FMM : La force magnétomotrice.

FEM : Finite element method.

SQP : Sequential quadratic programming.

PMTM : The permanent magnet tubular motor.

# Introduction

## 1. Présentation d'Air Liquide

### 1.1. Air Liquide Group

Air liquide est un groupe industriel français avec une portée internationale, spécialiste des gaz industriels. Ce groupe international est le fruit d'une innovation et de la rencontre de deux hommes : Paul Delorme, physicien et industriel français, et Georges Claude, l'inventeur de la production industrielle d'oxygène à partir d'air liquide. Ce groupe fût créé officiellement en 1902 par ces deux hommes.

Quatre ans plus tard, l'expansion internationale de L'Air Liquide débute car les gaz sont difficilement transportable et requièrent une production locale. Le développement était rapide en Europe (en 1906), puis au Japon (en 1907), au Canada (en 1911) et aux Etats-Unis (en 1916).

En 1913, l'entreprise entre officiellement à la bourse de Paris. En 2013, Air Liquide a célébré par ses 100 ans durant lesquelles Air Liquide fait partie de la bourse de Paris, avec une performance boursière exceptionnelle, avec une augmentation moyenne sur 100 ans en 2013 du cours de bourse de + 11,9 % par an. Encore aujourd'hui, 32% du capital est détenu par des actionnaires individuels, ce qui en fait l'entreprise du CAC 40 avec la plus grande proportion d'actionnaires individuels.

En 1946, Air Liquide a mis au point le premier détendeur de scaphandre autonome. La filiale Aqua Lung a été créée grâce à cette invention et qui est rapidement devenue leader mondial en équipements individuels pour les activités sportives et en milieu aquatique. En 2016, Air Liquide annonce officiellement la cession de cette activité.

En 1954, l'entreprise se lance dans la cryogénie, car le conditionnement du gaz sous forme liquide en citerne cryogénique permet de transporter le gaz plus facilement, en plus grande quantité, et sur de plus longues distances dans un rayon d'environ 200-250 km autour du site de production. Six ans plus tard, un réseau de pipeline est mis en place, en reliant ses unités de production de gaz les unes aux autres, afin de transporter encore plus rapidement le gaz aux clients.

En 1962, l'aventure spatiale commence suite à la décision de Jean Delorme (fils de Paul Delorme), président-directeur général d'Air Liquide, pour la construction d'un pôle de recherche avancé à Sassenage, près de Grenoble. C'est le début du partenariat avec le programme Ariane.

En 1970, dans le but toujours d'amélioration continue des technologies de production des gaz et de leurs applications, le groupe a créé un autre centre de recherche situé sur le plateau de Paris-Saclay. Ce pôle est destiné à mieux connaître les procédés industriels de ses clients. Aujourd'hui, Le groupe dispose également de sites de recherche en Europe, Amérique du Nord et Asie.

En 1976, la création la plus grande unité de production d'oxygène du monde a été mise en service par le Groupe en Afrique de Sud pour le client Sasol.

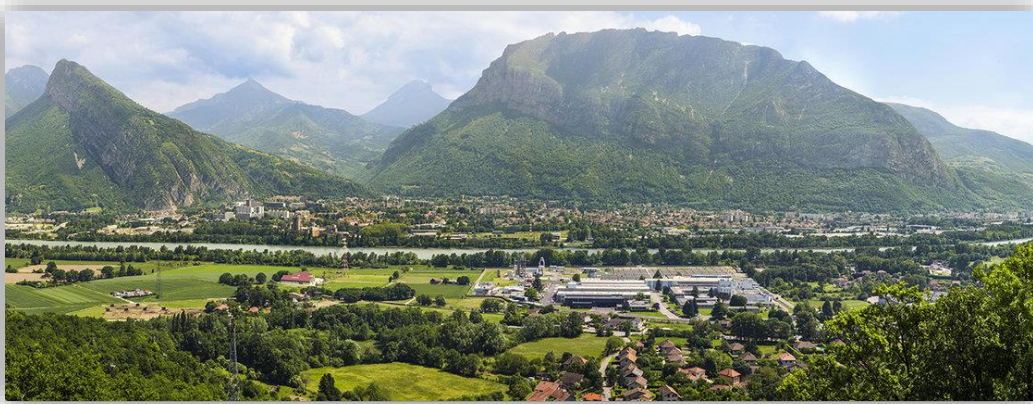
Au milieu des années 80, Air liquide a investi au Japon dans la production de gaz d'ultra-haute pureté afin de pénétrer le marché des semi-conducteurs. Dix ans après, l'offre s'élargie avec l'hydrogène.

Aujourd'hui, Air Liquide est un leader mondial des gaz, des technologies et des services pour l'industrie et la santé, Air Liquide est présent dans 80 pays avec environ 67 000 employés et sert plus de 3,7 millions de clients et de patients, avec un chiffre d'affaires de 21 920 M€ en 2019. L'oxygène, l'azote et l'hydrogène sont de petites molécules essentielles à la vie, à la matière et à l'énergie. Elles incarnent



le territoire scientifique d'Air Liquide et sont au cœur des activités de la société depuis sa création en 1902.

## 1.2. Air liquide Advanced Technologies



Air Liquide Advanced Technologies est une filiale du groupe Air Liquide, elle apporte des solutions efficaces pour ses clients de l'aéronautique, du spatial, de la recherche scientifique et des nouvelles énergies (hydrogène et biogaz), dans le domaine des hautes technologies et des technologies avancées. Elle fournit également des technologies innovantes pour les besoins des marchés du Groupe. Son expertise couvre la séparation, la liquéfaction, l'analyse, le contrôle qualité, le traitement, le stockage et la distribution de gaz de toutes sortes (azote, argon, hélium, hydrogène, oxygène, etc.) ainsi que la réfrigération très basse température.

Air Liquide est parmi les intervenants dans la conception et la fabrication des lanceurs Ariane 5 et Ariane 6. ALAT est aussi un spécialiste « Pulse Tube » des unités de refroidissement cryogénique.

## 1.3. Les entités d'ALAT

Pour valider ma formation à l'ENSEM, j'ai pu faire un stage de fin d'études chez Air Liquide Advanced Technologies à Sassenage. Administrativement, le site ALAT de Sassenage est constitué de cinq entités principales : Gas & Cryo, l'AODE (Aéronautique et défense), les Nouvelles Energies, le Spatial, et enfin la direction innovation et technologies (DTI). Toutes ces entités sauf la DTI sont des « BU » (Business Unit) qui crée du chiffre d'affaire :

Gas & Cryo : Production de gaz ultra purs utilisé dans la fabrication des semi-conducteurs. Conception de système de réfrigération et liquéfaction pour Hélium et Hydrogène.

AODE : Conception de régulateur d'oxygène (ex : pilote d'avion de chasse), et de mini refroidisseurs cryogéniques pour les applications optroniques (guidage missile).

Nouvelles Energies : Epuration et traitement du bio-méthane pour produire du Biogaz. Développement des véhicules à hydrogène avec leurs stations. Travaux sur la pile à combustible.

Spatial : Une part importante de cette entité est dédié aux réservoirs à hydrogène des fusées Ariane. D'autres projets comme les tubes à gaz pulsés alimentent les projets de R&D.

DTI : Ce pôle innovation gère les avant-projets. Les équipes de la DTI vont donc effectuer ce qui est étude bibliographique, faisabilité, premier prototypes ainsi que veille de marché de veille technique.

#### 1.4. BU Spatial

ALAT accorde énormément d'importance aux grands projets spatiaux. Il travaille sur les projets internationaux les plus récents. Les Lanceurs et les systèmes orbitaux sont les deux axes majeurs de l'activité de l'unité spatiale. Depuis plus de 50 ans Air Liquide réalise la fabrication des réservoirs cryogéniques des fusées Ariane. Air Liquide travaille aussi sur la conception des futurs lanceurs d'Ariane 6. L'unité spatiale a également conçu et réalisé le premier refroidisseur à dilution jamais qualifié pour une utilisation spatiale, utilisé dans le satellite PLANCK. Ce refroidisseur a assuré le refroidissement de l'un de ses instruments d'observation scientifique à la température de 0,1 K. Air liquide a développé des refroidisseurs cryogéniques de plusieurs satellites d'observation mais aussi pour des systèmes de conservation d'échantillons biologiques présents sur la station spatiale internationale.

## 2. Présentation du projet

### 2.1. Contexte du projet

Les caméras thermiques sont très utilisables dans le domaine de spatial, nous les trouverons dans des satellites météorologiques, scientifiques et militaires observent la terre depuis différentes orbites. Ces caméras nous permettent de mesurer la température des nuages, des différentes couches atmosphériques, de la surface des océans et de tout objet naturel ou artificiel suffisamment grand pour être détecté. Derrière ces imageurs infrarouges, nous devons mettre des refroidisseurs de très basse température de l'ordre de 50K pour qu'ils nous garantissent l'efficacité des détecteurs. Parmi les refroidisseurs de ce type d'applications, il y a les refroidisseurs cryogéniques qu'ont développés par Air Liquide Advanced Technologies (ALAT), et plus précisément les Tubes à gaz pulsé (Pulse Tube).

Les caméras des satellites d'observations doivent avoir une résolution spatiale comprise entre 0.5 et 2 en fonction de la longueur d'onde observée, ça veut dire une résolution spatiale d'environ 15 en photographiant un objet à 1 de distance. Donc il faut absolument minimiser les vibrations pour ne pas perturber les caméras infrarouges.

Dans le cadre de mon projet, j'ai travaillé en étroite collaboration avec un doctorant en modélisation Multi-physique sur la modélisation d'un oscillateur de pression d'un refroidisseur type tube à gaz pulsé, dans le but d'étudier les vibrations qui sont générés par ce compresseur.

### 2.2. Tube à gaz pulsé

La technologie de tube à gaz pulsé est très utilisable dans le domaine de spatial : de l'observation de la Terre à la météorologie, etc. Comme leur mécanisme ne comporte aucune pièce mobile froide, les pulses tubes sont extrêmement fiables, avec une durée de vie utile prolongée, sans générer de vibrations, et à un coût réduit.

Ces refroidisseurs ont une plage de température comprise entre 10 et 200 K, fonctionnant avec un cycle d'hélium fermé, avec une série de compressions et de dilatations qui produisent du froid qui est stocké entre chaque cycle de dilatation dans un matériau poreux appelé "régénérateur". Le système constitué d'un oscillateur de pression équilibré et d'un doigt froid à tube pulsé coaxial.

Les chiffres clés :

- < 36 000 d'altitude pour les satellites.
- < 100 de vibrations produites.
- < 10 à 200 de température au bout froid.
- < Plus de 20 ans de durée de vie sans maintenance.

Les performances des tubes à gaz pulsé :

	3.8Kg	- 2W à 80K - 4.5W à 120K	50W
	7.3Kg	- 3W à 50K - 5.5W à 70K	160W
	18Kg	- 400mW à 15K - 3.5W à 90K	300W

Quelques bénéfices-clés :

- < Une facilité d'intégration
- < Une fiabilité accrue et une durée de vie allongée
- < Un coût réduit
- < Un niveau de vibrations compatible avec les applications spatiales
- < Une réponse à des normes exigeantes

### 2.3. Fonctionnement du pulse tube

Pour descendre à de très basses températures, il est tout d'abord nécessaire de faire le vide à l'intérieur des compresseurs. Le mécanisme du pulse tube gèlerait très rapidement à cause de la vapeur d'eau présente dans l'air. La technique des tubes à gaz pulsé repose sur la résonance d'une onde thermo-acoustique dans le doigt froid. Cette résonance assure la production du froid en un point bien précis. Pour cela, le piston comprime l'hélium, créant une onde de pression et de température. La partie du tube à gaz pulsé devenue plus chaude est refroidie à l'aide d'un échangeur thermique (régénérateur). Lors de la détente, le piston se rétracte, et le gaz refroidit. Tous les cycles fonctionnent de la même façon, mais à chaque fois, la température de départ est de plus en plus basse. Ainsi le cycle d'un pulse tube est un cycle thermodynamique qui peut être comparé, grosso modo, à celui d'un cycle de Stirling. La différence réside dans le transfert de chaleur puisque chaque tranche de gaz ne subit pas la même transformation.

Le gaz utilisé est de l'hélium-4 (He4) pour son point d'ébullition extrêmement bas (4.23 K). Le doigt froid est en contact avec le régénérateur pour permettre l'échange thermique. Celui-ci est composé d'un empilement de grilles de couronne métallique permettant de faire une excellente conduction thermique.

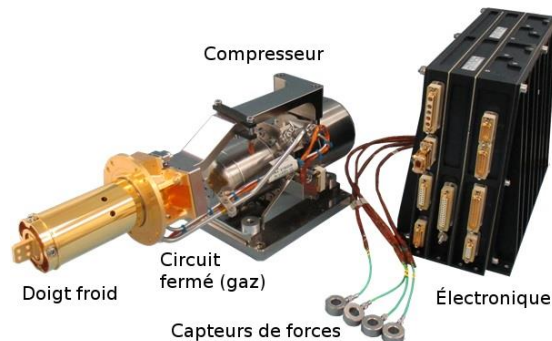


Figure 1 Pulse Tube

## 2.4. Les objectifs du projet

Dans le cadre d'un stage inscrit dans la continuité d'études internes précédentes et en cours, je travaille en étroite collaboration avec un doctorant en modélisation Multi-physique et le soutien d'experts du système sur :

- Modélisation d'un actionneur électromécanique par méthode de réseau de réductances.
- Confrontation du nouveau modèle aux résultats des simulations par éléments finis et à des mesures expérimentales.
- Etude de la sensibilité de plusieurs phénomènes aux propriétés des matériaux et à la géométrie de l'actionneur.
- Amélioration du maillage d'un modèle d'éléments finis de l'actionneur linéaire en minimisant le temps d'exécution.

## 2.5. Les contraintes

Au bout de deux semaines dans l'entreprise, j'ai réalisé le premier modèle simple du compresseur par réseau de réductance, ce modèle était basé sur plusieurs hypothèses simplificatrices, ces hypothèses génèrent un écart significatif entre le modèle de réseau de réductances et modèle d'éléments finis. Cela nous impose un nombre d'hypothèses très limité pour garder la fidélité du modèle.

La géométrie de l'actionneur linéaire est compliquée, et les tubes de flux varient en fonction du courant d'alimentation de la bobine et la position de la partie mobile, ce qui rend les calculs des réductances difficile, et pour savoir exactement comment les réductances varient, il faut faire plusieurs essais par méthodes des éléments fini pour extraire les lois de comportements.

Pour prendre en compte le phénomène de non linéarité des matériaux ferromagnétiques, il faut appliquer un algorithme qui converge par itération afin de trouver la solution d'un système d'équation non linéaire pour une position et un courant donné. Cela peut augmenter légèrement le temps d'exécution d'un modèle de réseau de réductances.

Pour minimiser l'écart entre le modèle de réseau de réductance et le modèle éléments finis, nous devons ajuster chaque réductance du réseau, pour cela, nous devons multiplier chaque réductance par un coefficient d'ajustement, ensuite, nous allons appliquer un algorithme d'optimisation pour trouver les coefficients optimaux, mais avec cette méthode nous ne pouvons pas justifier physiquement pourquoi nous avons choisi tel coefficient.

## 3. Etude bibliographique et comparaison des méthodes de modélisation

Dans cette partie, nous allons décrire les différentes méthodes pour modéliser un actionneur électromécanique, d'abord nous allons détailler la méthode analytique, ensuite, nous abordons la méthode numérique, et à la fin la méthode de réseaux de réductance qui nous concerne le plus. Nous allons souligner leurs principaux avantages et inconvénients en se basant sur l'exemple de la ventouse électromagnétique. L'objectif est de savoir répondre à la question pourquoi nous avons choisi la méthode de réseau de réductances à la fin.

Une méthode sera donnée à la fin de cette partie pour résoudre un problème non linéaire et pour prendre en compte le phénomène de saturation des matériaux dans la modélisation par réseau de réductances.

NB 1 : Les codes et les simulations que j'ai utilisées durant cette partie sont donnés en annexes.

### 3.1. Méthode analytique

Comme nous savons déjà, le modèle est dit analytique lorsqu'il est entièrement décrit à l'aide des équations mathématiques. Ces équations traduisent le plus fidèlement possible le fonctionnement de l'actionneur électromagnétique. Ce sont des solutions symboliques exactes de l'ensemble des équations physiques qui décrivent chaque phénomène physique dans chaque phase de fonctionnement de l'actionneur électromagnétique [1].

En prenant un exemple simple de la ventouse électromagnétique [Figure 2]:

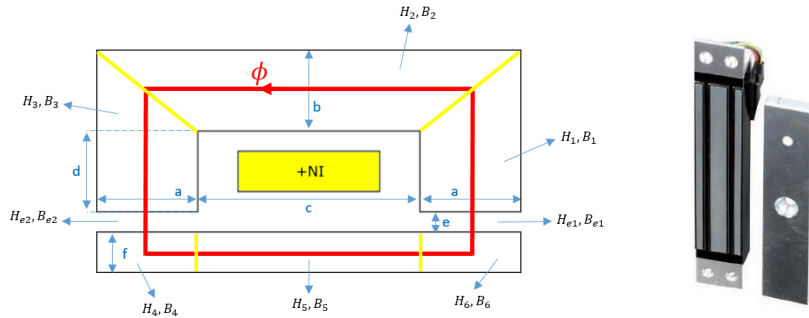


Figure 2 La ventouse électromagnétique

Nous appliquons le théorème d'ampère (3.1) sur le contour rouge [Figure 2] et nous obtenons :

$$(3.1)$$

$$(3.2)$$

D'après la conservation de flux (3.3), nous obtenons :

$$(3.3)$$

$$(3.4)$$

$$(3.5)$$

$$(3.6)$$

$$(3.7)$$

$$(3.8)$$

$$(3.9)$$

$$(3.10)$$

$$(3.11)$$

[illegible][illegible]

Nous détaillons maintenant les différentes hypothèses que nous avons amenées pour simplifier le problème [2]:

- Restons toujours dans l'exemple de la ventouse, et nous essayons d'exprimer la force en fonction de la position et le courant d'alimentation. Pour cela, nous passons par la méthode de la Co-énergie (3.15).

$$\underline{\hspace{1.5cm}} \tag{3.17}$$

14

- La complexité des phénomènes qui interviennent au sein de système électromécanique imposent l'utilisation de nombreuses hypothèses simplificatrices au niveau de la géométrie et des propriétés physiques des matériaux. Ces dernières rendent relativement longue la mise en œuvre de ce type de modèle.
- Cette méthode est adaptée aux calculs de performances moyennes, mais n'est pas très avantageuse aux calculs de phénomènes locaux, ainsi, elle permet difficilement de modéliser des phénomènes microscopiques, par exemple le phénomène de saturation magnétique dans les matériaux ferromagnétiques.
- le principal désavantage est que le modèle est basé sur la résolution des équations de Maxwell dans les régions linéaires, donc, il ne prend pas en compte l'effet de saturation magnétique.

Concernant les avantages de tels modèles :

- Ce type de modélisation nous permet d'obtenir une approche globale très correcte des performances de système électromécanique étudié (Force, couple, les flux ...). Bien qu'il ne puisse pas prédire les phénomènes locaux, il donne des résultats globaux qui peuvent être proche de la réalité avec une erreur de quelque pour-cent.
- une fois le modèle analytique établi, les performances de l'actionneur électromécanique sont obtenues très rapidement. Il est alors facile d'étudier la pertinence de chaque facteur géométrique ou bien des conditions de fonctionnement par une simple variation de ces dernières.
- Avec le modèle analytique nous avons l'avantage de prendre en compte l'interdépendance des phénomènes magnétiques, thermiques, mécaniques ...

L'intérêt fondamental des modèles analytiques par rapport aux modèles numériques est qu'ils s'intègrent facilement dans une démarche d'optimisation. Toutes les dérivées des paramètres de sortie en fonction des paramètres d'entrée peuvent être réalisées de façon symbolique. Ce qu'il nous permet d'exécuter ce modèle très rapidement vu que toutes les expressions qui décrivent la physique de système sont analytiques.

Le modèle analytique a un avantage très intéressant. En effet, ce modèle permet facilement de faire des optimisations et il est très conseillé pour les pré-dimensionnements des actionneurs électromécaniques, étant donné sa rapidité. Par contre, il est important de dire que les résultats seront toujours approchés avec une erreur d'ordre quelque pour-cent, vu que le modèle néglige certains comportements physiques de l'actionneur qui peuvent impacter fortement le résultat.

### 3.2. Méthodes numériques

Généralement ces modèles basés sur la résolution des équations physiques de base du système à dimensionner (Actionneur linéaire, machine électrique, ...), en utilisant des algorithmes mathématiques numériques lourds et complexes et qui prennent des durées importants dans l'exécution. A partir de la géométrie de l'actionneur, de la caractérisation de l'ensemble des matériaux qui le composent, par une discrétisation en petites régions sous forme des triangles (maillage, [Figure 3]) et à la fin nous ajoutons les conditions limites du problème, alors les logiciels comme FEMM sont capables de prédire les performances de l'actionneur avec une précision très élevés. Ces logiciels intègrent des modules magnétostatique et magnétodynamique, et ils sont capables de traiter des géométries bidimensionnelle ou tridimensionnelle par la méthode de résolution des éléments finis.



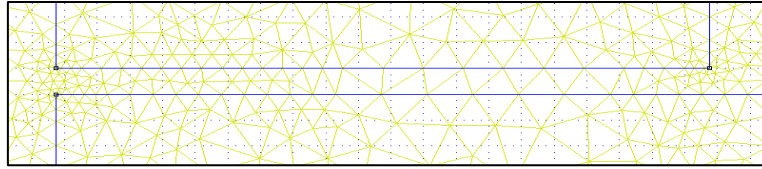


Figure 3 Maillage au niveau de l'entrefer de la ventouse

En prenant un exemple simple de la ventouse électromagnétique modélisé sous FEMM [Figure 4] :

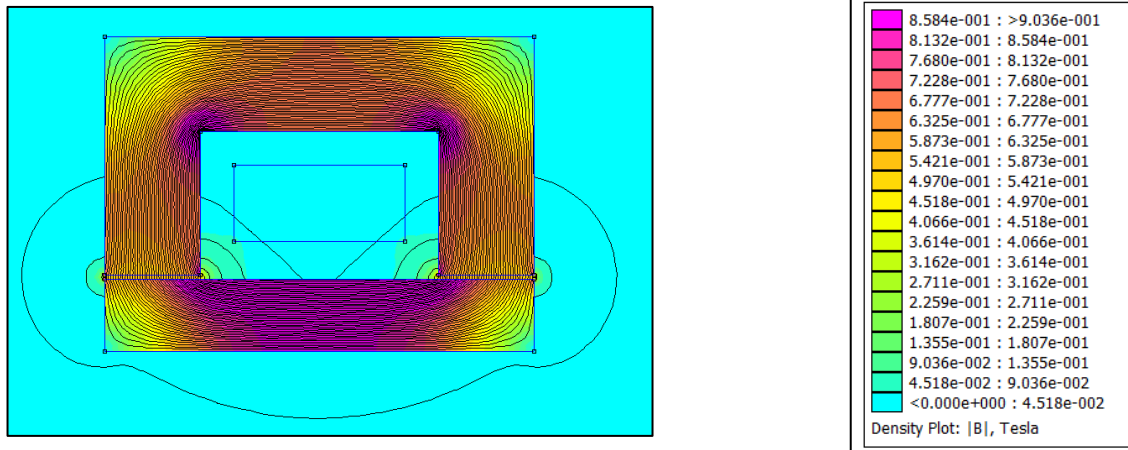


Figure 4 La ventouse modélisé sous FEMM

NB : Le code Scilab de cette méthode est donné en Annexe 2.

Ces modèles présentent les avantages suivants :

- Généralement ces modèles sont très précis au niveau de calcul des performances de l'actionneur, de plus, la précision dans ce type de modèles dépend de la discrétisation en petites régions (le maillage), plus que le maillage de la structure est fin, plus que le modèle est précis.
- Ces modèles donnent des résultats bien précis concernant les grandeurs locales comme la saturation magnétique, échauffement, et les courants induits.
- Les logiciels basés sur la méthode des éléments finis leur emploi est relativement facile et naturel, le travail de l'utilisateur se limite à la définition de la géométrie du système électromécanique étudié et des propriétés physiques des matériaux de ses constituants, et nous posons qu'un nombre très restreint d'hypothèses en utilisant ce type de modèles. Le temps de la mise en œuvre du modèle est court, il dépend uniquement de la complexité de la géométrie du système étudié.

Concernant les inconvénients, nous trouvons :

- Le temps d'exécution du modèle est relativement long à cause de la lourdeur et la complexité des calculs mis en œuvre, de plus, le temps d'exécution augmente si le maillage est plus fin et si on prend en compte les phénomènes non linéaires.
- Le couplage de ce type de modèle avec les différents phénomènes physiques (magnétique, thermique, électrique, mécanique ...) n'est pas facile. Les couplages en général dans ce type de modèle ont tendance à allonger encore plus les temps de calcul.

Les logiciels de modélisation par méthode des éléments finis servent à décrire, à analyser, à simuler numériquement les différents actionneurs électromécaniques à concevoir. Dont l'objectif principal est d'évaluer les solutions proposées par le concepteur. Le modèle éléments finis est limité en nombre de



paramètres à optimiser et nous ne pouvons pas avoir le modèle dérivable décrit par une Jacobien (Matrice Entrée-sortie du modèle).

Parmi les méthodes d'optimisation que nous pouvons appliquer sur ce type des modèles est d'utiliser le plan d'expériences. Cette méthode consiste à déterminer lors d'une première analyse, les paramètres le plus influents dans le système, ce qui nous permette de réduire le nombre de paramètre à optimiser. Après avoir étudié la sensibilité des paramètres, nous pouvons appliquer un algorithme d'optimisation, indépendamment du modèle éléments finis, cela améliore beaucoup le temps d'exécution.

Il existe des logiciels sont capables de gérer des modèles éléments finis et de les optimiser directement ou par la méthode de plan d'expériences.

### 3.3. Méthode de réseaux de ré reluctances

Finalement, les modèles qui nous intéressent le plus est dit les modèles à réseau de reluctances (qualifiés de semi-analytiques). Ce type de modélisation est très utilisable dans les cas où nous avons besoin d'un modèle rapide, simple à couplé et facile à l'optimisé. Cette modélisation est basé sur la représentation du fonctionnement de l'actionneur par des ré reluctances (ou tubes de flux) interconnectées. Les lois des nœuds et de mailles sont ensuite utilisées pour résoudre le système afin d'obtenir les différents potentiels magnétiques dans chaque nœuds de réseau de ré reluctances, et en particulier pour évaluer les flux dans chacun des éléments ré reluctants. La résolution du système se fait de façon numérique ou analytique (dans le cas des matériaux linéaires) alors que l'expression des ré reluctances sera complètement analytique et paramétrée au maximum pour décrire les trajets de flux le mieux possible. Cette méthode est basée sur le découpage de la structure de l'actionneur en un certain nombre d'éléments ré reluctants (équivalent de la résistance) ce que l'on appelle des tubes de flux.

Nous prenons un exemple simple de la ventouse électromagnétique modélisé par méthode de réseau de ré reluctance [Figure 5] :

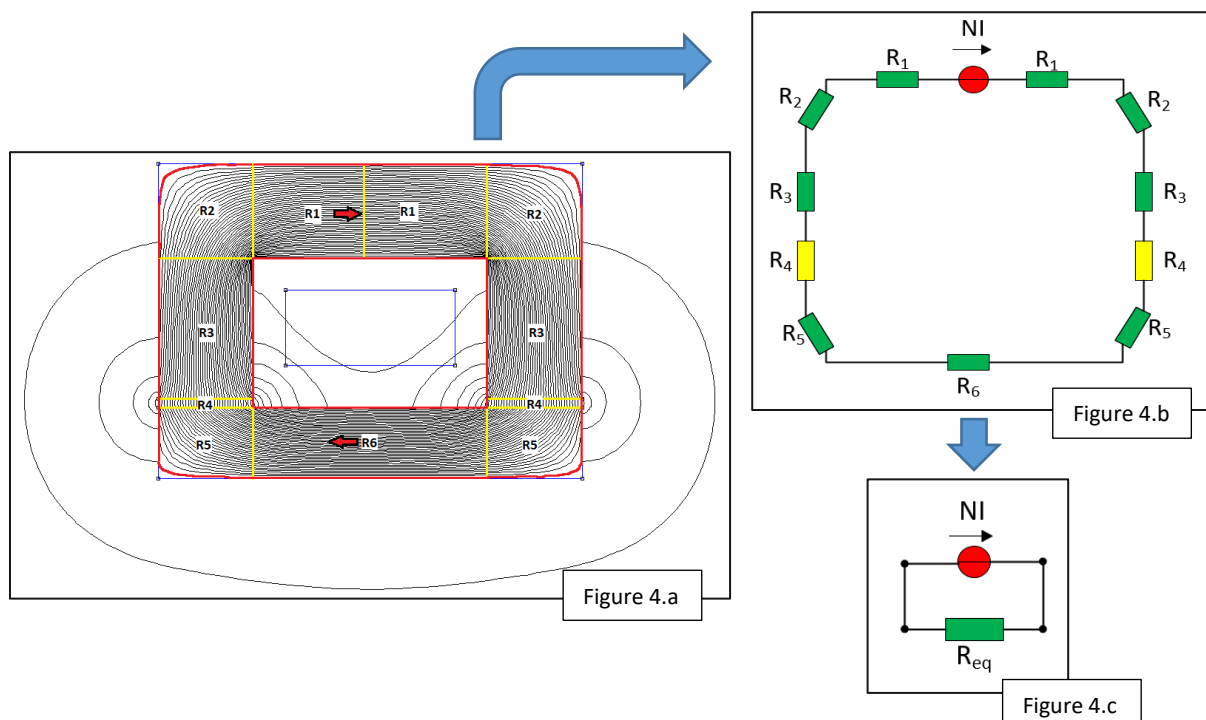


Figure 5 la modélisation par réseau de ré reluctances de la ventouse

NB : Le code Scilab de cette méthode est donné en Annexe 4.

Par analogie électrique, nous pouvons remplacer toutes les réluctances en série par une seule réluctance équivalente [Figure 5.c], donc :

Avec :

D'après la loi de mailles, nous pouvons écrire :

$$\text{---}, \quad (3.20)$$

(3.21)

$$-\frac{\ast}{\text{---}} - \text{---} \quad (3.23)$$

$$\mathbb{F} \quad \text{---} \quad (3.24)$$

: Potentiel magnétique.

: Réluctance équivalent du circuit magnétique.

Les modèles de réseau de réluctances présentent les avantages suivants :

- La précision de ce type des modèles dépend de la discrétisation de la structure en éléments réluctants, plus que le découpage de la structure est fin plus le modèle est précis, cela nous revient à penser à la méthode des éléments finis, donc le temps de calcul dans cette méthode dépend également de la discrétisation.
- Cette méthode s'applique sur des structures 2D et 3D aussi, et elle prenne bien en compte la non linéarité des matériaux, une méthode sera présentée dans le dernier paragraphe de cette partie [3.6] pour prendre en compte la non linéarité des matériaux.
- La méthode de réseaux de réluctances est capable de modéliser les échanges dans l'entrefer dans le cas statique et en mouvement également.
- Le réseau de réluctance nous permet également d'appliquer facilement l'optimisation avec un nombre d'entrées non limitée, cela est possible car nous pouvons extraire la Jacobien du réseau pour obtenir un modèle complètement dérivable.

La difficulté de cette méthode présente dans l'identification des tubes de flux, et la bonne connaissance des phénomènes physiques intervenant au sein de l'actionneur à modéliser (Moteur linéaire ou machine tournante). Il est très conseillé d'utiliser les méthodes numériques pour identifications des tubes de flux avant de commencer la méthode de réseau de réluctances. Parfois, nous rencontrons des tubes de flux qui dépendent de plusieurs variables (le courant, la position, l'état des matériaux ...), comme notre cas du moteur linéaire à aimant permanent (oscillateur de pression d'un Pulse Tube). Donc c'est mieux d'extraire les lois de comportements de ces tubes de flux en se basant sur la modélisation à éléments finis.

#### 3.4. La comparaison des modèles de la ventouse électromagnétique

Dans cette partie, nous allons comparer les trois méthodes définies précédemment, et nous allons prendre l'exemple de la ventouse électromagnétique. La méthode des éléments finis est comme la méthode référente, et nous allons comparer alors la méthode analytique et la méthode de réseau de réluctance avec la méthode des éléments finis.

Pour la comparaison nous avons choisi les paramètres suivants [Figure 6]:

```
a=20*1e-3; b=20*1e-3; c=50*1e-3; d=30*1e-3; e=2*1e-3; i=7*1e-3; f=15*1e-3; L=100*1e-3;  
Nspires=100;  
I=15;  
mu_stator=300;//SMP1171  
mu_mobile=130;//SMP1182  
mu_0=4*pi*(1e-7);
```

Figure 6 La géométrie de la ventouse

Après l'exécution des trois modèles sous Scilab, nous obtenons [Figure 7] :

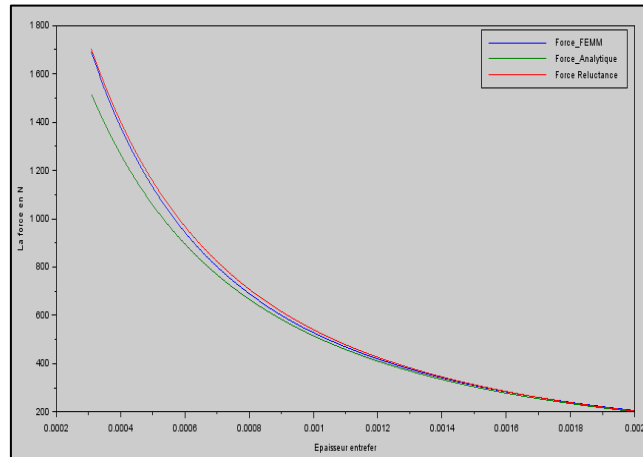


Figure 7 la force obtenue dans les différents modèles de la ventouse

Nous voyons bien que la forme des courbes est identique, mais il y a un écart significatif lorsque l'entrefer est petit. Les écarts entre les différentes courbes s'expliquent par les hypothèses simplificatrices que nous avons posées pour chaque méthode avant de nous lancer dans les calculs.

Concernant les temps d'exécution, nous obtenons [Table 1] :

Table 1 Les temps de calculs

	•© -	•© ¥ a
	•© -	•© -
	•© -	•© -

D'après ce tableau de comparaison, nous pouvons confirmer que la méthode la plus rapide est la méthode analytique, ensuite, il y a la méthode de réseau de réductance comme deuxième méthode en termes de rapidité. Par contre, la méthode des éléments finis est long, surtout lorsqu'on veut étudier le comportement physique sur un intervalle contenant plusieurs positions d'entrefer.

Pour comparer la précision de chaque méthode, nous posons la méthode d'éléments finis comme une référence, et nous traçons l'écart de chaque méthode par rapport à la méthode des éléments finis [Figure 8].

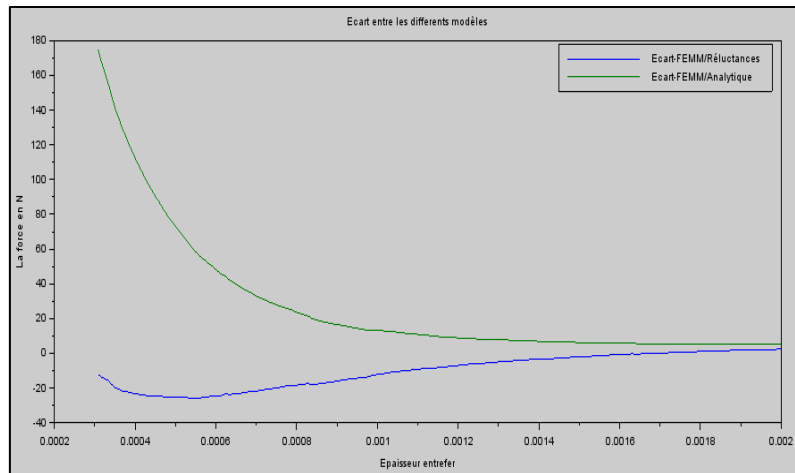


Figure 8 L'écart entre les différents modèles

Ici, nous remarquons que la méthode de réseau de réductance donne un bon résultat par rapport à la méthode analytique, ce qu'est normal car dans la méthode analytique nous avons posés des hypothèses plus fortes et nous n'avons pas pris en compte le flux de fuites dans l'entrefer, En revanche, dans la méthode de réseau de réductances nous avons multiplié les deux reluctances de l'entrefer par un coefficient pour prendre en compte le flux de fuite, d'où l'avantage de cette méthode.

Nous pouvons améliorer encore le résultat de réseau de réductances si on applique un algorithme d'optimisation pour minimiser l'écart, l'idée est d'exprimer l'écart en fonction des coefficients d'ajustements des réductances. Ensuite, nous prenons cette fonction et on cherche à l'aide d'un outil d'optimisation le vecteur des coefficients optimal pour avoir le minimum d'écart [Figure 9].

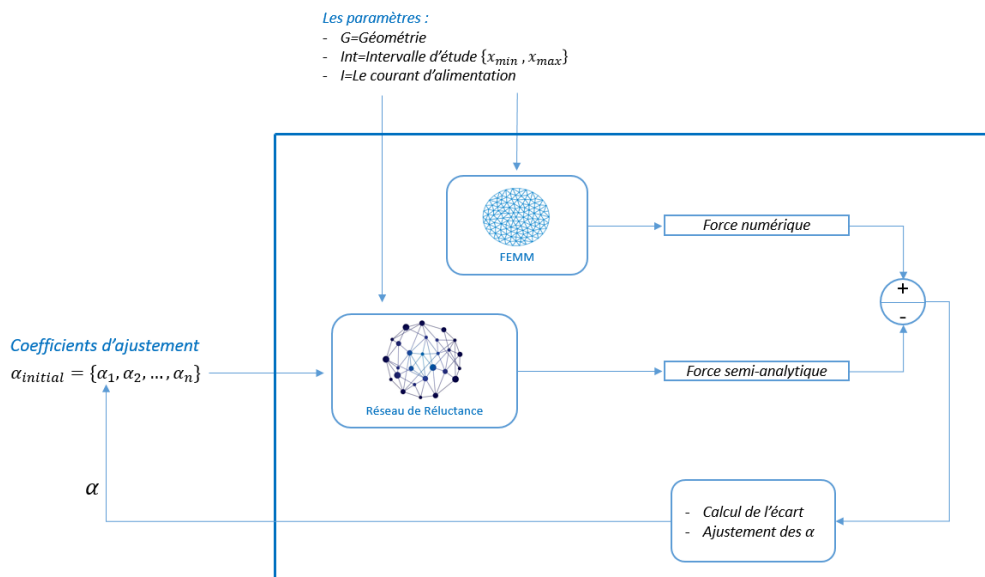


Figure 9 Algorithme d'optimisation

NB : Voir annexe 5 le code Scilab de cette méthode d'optimisation.

Cet algorithme d'optimisation peut s'appliquer aussi pour diminuer le poids de la ventouse, en cherchant le meilleur vecteur  $G$  qui minimise le poids et on garde l'écart comme un contrainte. Cette méthode est très utilisable dans la conception par optimisation ou bien la conception sous contraintes, surtout dans le domaine de spatiale ou bien l'aéronautique.

Nous appliquons maintenant cette méthode pour obtenir les coefficients d'ajustement des réluctances, nous obtenons ensuite le résultat suivant [Figure 10]:

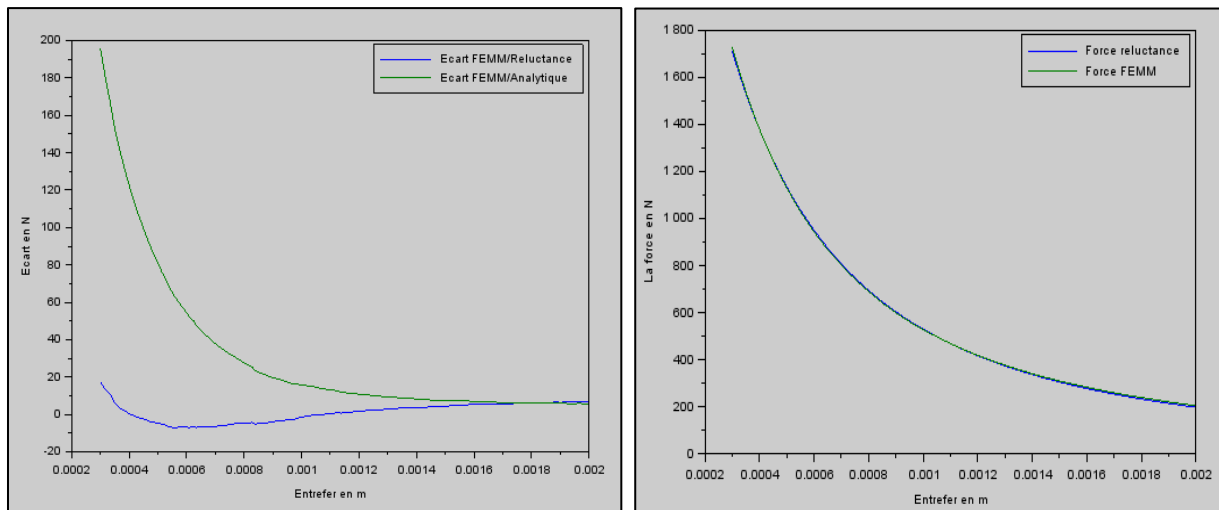


Figure 10 – Les écarts entre les différentes méthodes (à gauche) – la force FEMM et la force réluctance (à droite)

Nous voyons bien que le résultat après l'optimisation est beaucoup mieux, et nous avons bien réussi à diminuer l'écart.

### 3.5. D'autres types d'applications de la méthode de réseau de réluctances

#### 3.5.1. Modélisation électromagnétique et optimisation d'un actionneur linéaire par la méthode des réseaux de réluctances

Parmi les applications de la méthode de modélisation par réseau de réluctances, nous trouvons le système de levée de soupape pour un moteur essence automobile [Figure 11] & [Figure 12].

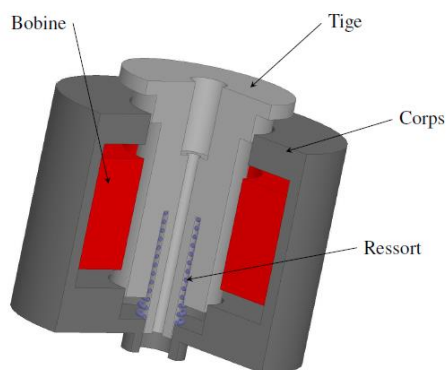


Figure 11 Vue 3D de levée de soupape

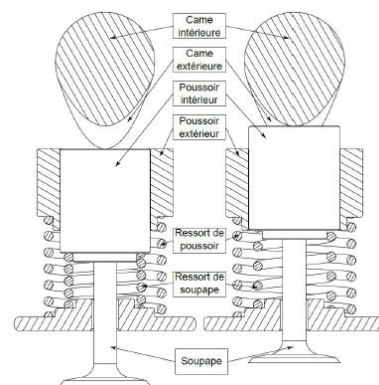


Figure 12 Vue 2D de levée de soupape

Comme nous avons dit dans la partie précédente, la méthode de réseau de réluctances est bien connue pour son efficacité en temps de calcul. Dans le cas de système de levée de soupape, la méthode de réseau de réluctance [Figure 14] a permis une réduction de 6000 fois le temps de calcul par rapport aux éléments finis [4]. De plus, à l'aide de ceci, le volume de l'actionneur et la valeur de l'inductance de bobine ont été réduits grâce à la facilité de couplage du modèle avec une boucle d'optimisation.

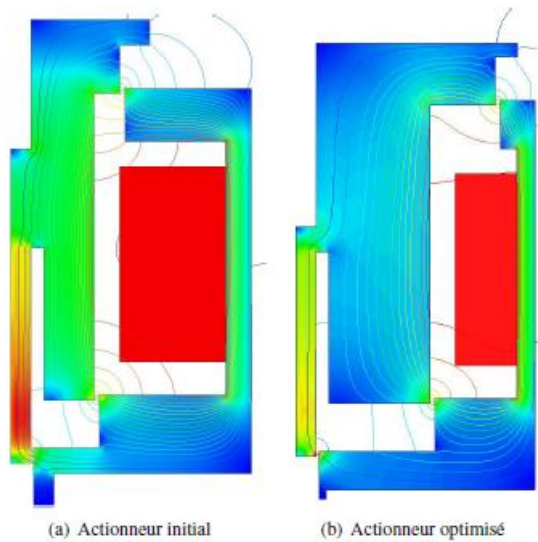


Figure 13 Le modèle de l'actionneur sous FEMM avant et après l'optimisation

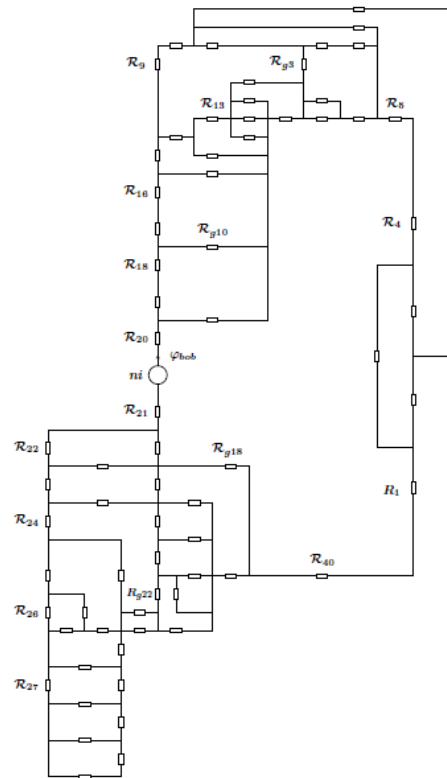


Figure 14 Réseau de réluctances

Nous voyons bien que la taille de la bobine est bien réduite [Figure 13], et l'induction magnétique dans le matériau ferromagnétique de gauche a été diminuée par rapport au cas précédent pour éviter la saturation du matériau.

### 3.5.2. Machine synchrone à réluctance variable

L'utilisation de la méthode de réseau de réluctance ne se limite pas sur les actionneurs linéaires, dans l'exemple suivant nous allons voir l'un des applications fondamentales de cette méthode concernant la modélisation des machines tournantes [1] et la conception par optimisation de ces derniers.

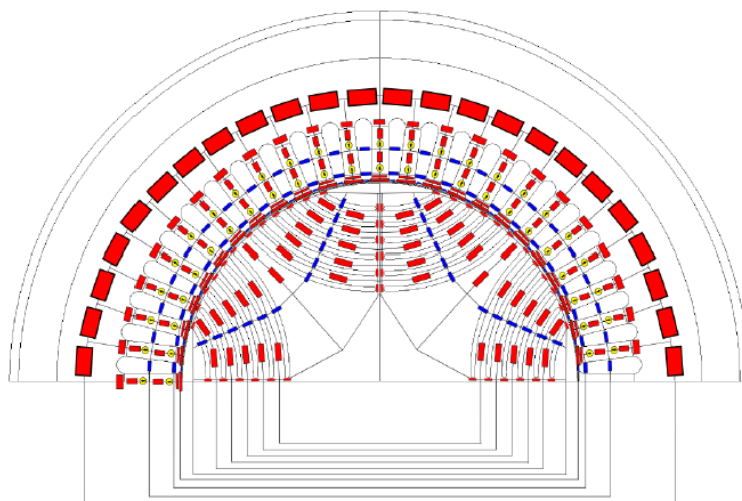


Figure 15 Réseau de réluctances d'une machine synchrone

La modélisation d'une machine électrique par un réseau de réluctance est toujours réalisée pour une position donnée du rotor [Figure 15], si les surfaces des entrefers restent inchangées avec le mouvement, dans ce cas le trajet du flux dans l'entrefer peut être alors modélisé par des réluctances constantes. Sinon, les surfaces des entrefers varient en fonction de la position, cela signifie que les interactions rotor/stator dépendantes de la position relative du rotor par rapport au stator. Donc la prise en compte de cet aspect est obligatoire et ne nous pouvons pas estimer ou bien mettre en œuvre un réseau de réluctances qui traduise le fonctionnement moyen du moteur.

### 3.5.3. Optimisation d'un actionneur à l'aide du modèle de réseau de réluctance

L'optimisation des machines électriques est très importante lors de la phase de conception et de fabrication de nouveaux appareils. Dans cet exemple, l'optimisation du moteur linéaire hybride est faite en utilisant un modèle de réseau de réluctances couplé à une méthode d'optimisation par moindres carrés. La méthode de conception proposée présente des résultats intéressants où la masse de fer a diminué de manière significative alors que la force de propulsion a été maintenue à un maximum. Les résultats obtenus, avant et après l'optimisation, sont vérifiés avec la méthode des éléments finis qui confirme la robustesse de la modélisation par réseau de réluctances.

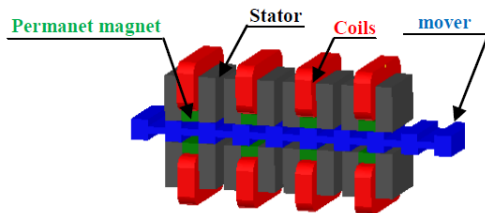


Figure 16 Moteur linéaire hybride en 3D

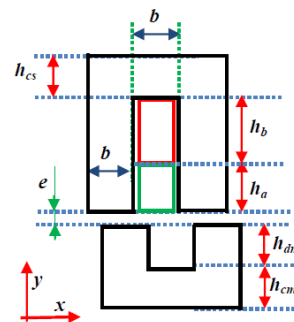


Figure 17 La géométrie du moteur linéaire hybride

Ici, nous remarquons bien que l'étude de l'actionneur [Figure 16] a été réduite sur une petite partie contenant un matériau ferromagnétique sous forme U [Figure 17], une bobine et un aimant permanent. Cette réduction est très importante car elle nous a permet de diminuer le temps de résolution du réseau de réluctances [Figure 18]. Ensuite, lorsqu'on va calculer la force dans une dent, on doit la multiplier par le nombre total des dents qui constituent l'actionneur linéaire pour obtenir la force total [5].

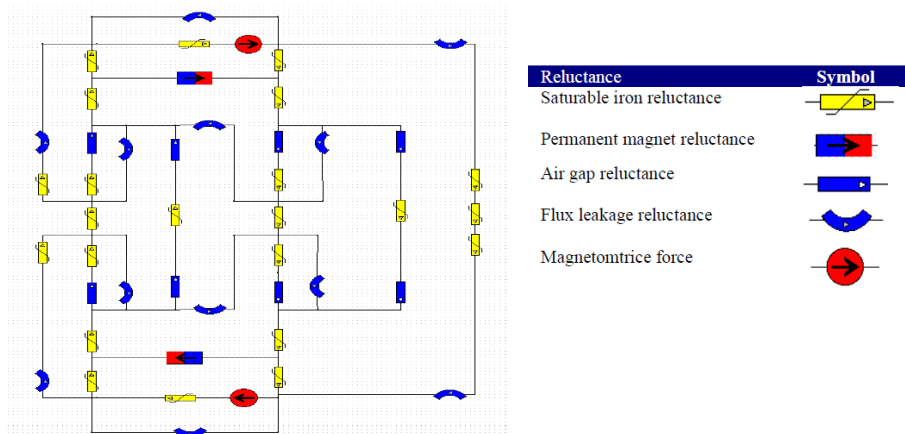


Figure 18 Réseau de réluctances du moteur linéaire hybride (Bobine + aimant permanent)



Dans le schéma de réseau de réductances [Figure 18], nous voyons 5 éléments principaux :

- < La réductance en jaune représente un tube de flux dans le matériau saturable.
- < La réductance en bleu (rectangle) représente le tube de flux dans l'air.
- < La réductance inclinée en bleu représente le flux de fuites dans l'air.
- < La source de tension (rond rouge) représente la force magnétomotrice générée par la bobine.
- < La source de tension (rectangle bleu et rouge) représente la force magnétomotrice générée par l'aimant permanent.

Dans cet exemple, un nouveau modèle de réseau de réductance est développé dans le but d'optimiser la masse de l'actionneur linéaire étudié. Dans un premier temps, le modèle de réseau de réductance est développé à l'aide du logiciel "Réductool". Le modèle proposé est validé à l'aide de la méthode des éléments finis (FEM). Dans l'étape suivante, le modèle de réseau de réductance proposé est utilisé pour la tâche d'optimisation des actionneurs linéaires. La méthode SQP est utilisée et des résultats d'optimisation précis sont obtenus.

#### 3.5.4. Modèle de réseau de réductance d'un moteur tubulaire à aimant permanent

Le modèle de réseau de réductance d'un moteur tubulaire à aimant permanent (PMTM) a été présenté dans cet exemple. Les valeurs de réductance du circuit magnétique ont été calculées à l'aide d'expressions analytiques. La réductance de l'entrefer a été déterminée en utilisant à la fois des expressions analytiques et la méthode des éléments finis (FEM). Les valeurs de flux couplées avec les enroulements ont été obtenues grâce à un algorithme de calcul et utilisées ensuite dans les calculs de la valeur de la force. Les résultats calculés ont été comparés aux résultats numériques et mesurés [6].

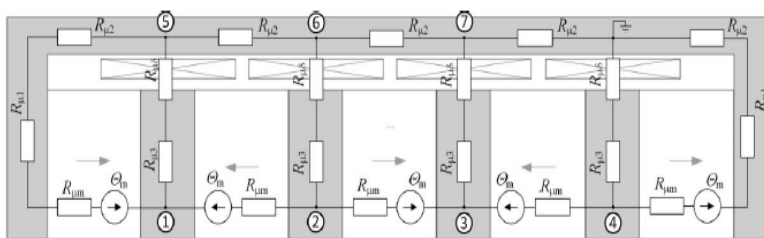


Figure 19 Réseau de réductances

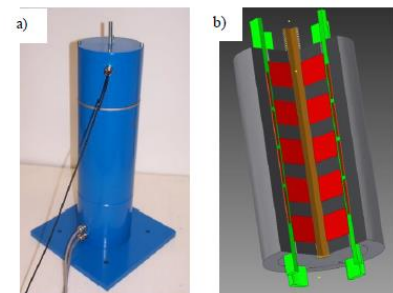


Figure 20 Moteur tubulaire à aimant permanent

La force magnétomotrice des aimants permanents peut être facilement calculée en utilisant leur force coercitive  $H_c$  :

$$(3.25)$$

Avec :

- <
- <

En utilisant la méthode du potentiel magnétique, le système linéaire d'équations pourrait être formulé sous forme de matrice (3.25):

$$\begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & 0 & 0 & G_{15} & 0 & 0 \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & 0 & 0 & G_{26} & 0 \\ 0 & G_{32} & G_{33} & G_{34} & 0 & 0 & G_{37} \\ 0 & 0 & G_{43} & G_{44} & 0 & 0 & 0 \\ G_{51} & 0 & 0 & 0 & G_{55} & G_{56} & 0 \\ 0 & G_{62} & 0 & 0 & G_{65} & G_{66} & G_{67} \\ 0 & 0 & G_{73} & 0 & 0 & G_{76} & G_{77} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{\mu 1} \\ V_{\mu 2} \\ V_{\mu 3} \\ V_{\mu 4} \\ V_{\mu 5} \\ V_{\mu 6} \\ V_{\mu 7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\theta_m/R_{\mu m} \\ -2\theta_m/R_{\mu m} \\ 2\theta_m/R_{\mu m} \\ -2\theta_m/R_{\mu m} \\ -\theta_m/R_{\mu m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Après avoir résolu le système ci-dessus, les valeurs du potentiel magnétique dans les nœuds du réseau de réluctances [Figure 19] ont été obtenues. Elles sont utilisées pour le calcul des flux dans le circuit magnétique du moteur.

### 3.6. Comment prendre en compte le phénomène de saturation des matériaux dans le réseau de réluctances

#### 3.6.1. Définition de la saturation magnétique

Dans ce dernier paragraphe, nous allons détailler la méthode à amener pour modéliser l'effet de phénomène de saturation des matériaux et de prendre en compte son impact sur les réluctances.

Tout d'abord, pour bien comprendre ce phénomène, nous prenons l'exemple d'un transformateur, le matériau magnétique d'un transformateur est constitué des tôles de fer [Figure 21].

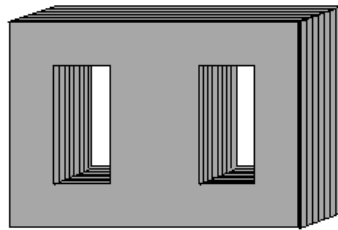
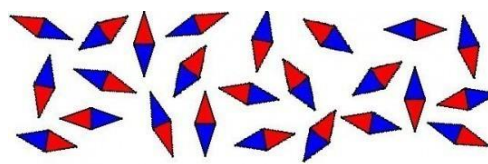


Figure 21 Tôles d'un transformateur

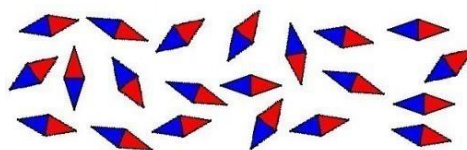
En réalité, ces tôles ce sont des aimants microscopiques orientés arbitrairement de façon à avoir un champ nul [7], donc les aimantations de chaque micro-aimant se compensent [Figure 22].



**Aucun champ magnétique**

Figure 22 les micro-aimants champ nul

Maintenant, si on applique à ce matériau un champ magnétique croissant, les micro-aimants commencent à s'orienter progressivement selon ce champ appliqué, et l'aimantation globale et tendra à suivre le champ appliqué [Figure 23].



**Champ magnétique faible**

Figure 23 Les micro-aimants champ

On continue encore à augmenter le champ magnétique extérieur, les micro-aimants continuent à s'aligner toujours avec le champ appliqué jusqu'à le moment où tous les aimants sont colinéaire avec le champ extérieur [8], dans ce cas ne nous pouvons plus augmenter l'aimantation globale. Et l'aimantation n'est plus proportionnelle au champ magnétique, c'est la saturation magnétique [Figure 24].

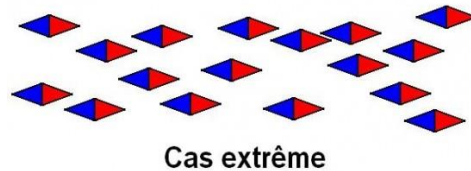


Figure 24 Les micro-aimants champ extrême

### 3.6.2. La modélisation de la saturation magnétique dans le réseau de réluctance

Pour prendre en compte de ce phénomène dans le réseau de réluctances, il faut repérer à partir de quelle valeur  $H$  du champ magnétique le matériau commence à se saturer et la valeur de l'induction de saturation en visualisant la courbe  $BH$  du matériau étudié, ensuite, nous utilisons un logiciel éléments finis pour visualiser la carte du champ magnétique, et on cherche les zones où l'induction magnétique vaut l'induction max, ces zones représentent les réluctances saturables de notre réseau de réluctances. Avec cette méthode nous pouvons distinguer les réluctances saturables sans prendre en compte tous les réluctances de notre réseau.

Les zones saturables sont caractérisées par une perméabilité variable (La pente du courbe  $B-H$ ), de ce fait, pour faciliter le travail et de diminuer le temps de calcul, c'est mieux d'avoir une expression analytique de courbe  $BH$  [4] afin de la dériver et de récupérer ensuite la pente pour chaque  $H$ . Pour cela, nous pouvons utiliser l'expression suivante :

$$\frac{dB}{dH} = \frac{\mu_0 \mu_r}{1 + \frac{\mu_0 \mu_r H}{H_s}} \quad (3.27)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \mu_r &= \text{perméabilité relative du matériau} \\ H_s &= \text{champ magnétique de saturation} \\ E &= \text{induction magnétique} \end{aligned}$$

Si la courbe  $BH$  obtenue à l'aide de la relation (3.27) ne coïncide pas avec la courbe  $BH$  donnée dans les abaques de constructeur, c'est mieux d'ajuster manuellement ( ) pour affiner l'écart ou bien d'utiliser un outil d'optimisation.

Ensuite, si nous dérivons l'expression (3.27), nous obtenons l'expression de la perméabilité en fonction de champs magnétique (3.28):

(3.28)

Maintenant, nous pouvons obtenir la perméabilité pour chaque valeur du champ  $H$  à l'aide de l'expression (3.28), il faut souligner que nous devons calculer les perméabilités dans chaque zone où le matériau se sature pour une position et un courant donnée, pour cela, nous allons utiliser l'algorithme [4] suivant [Figure 25]:

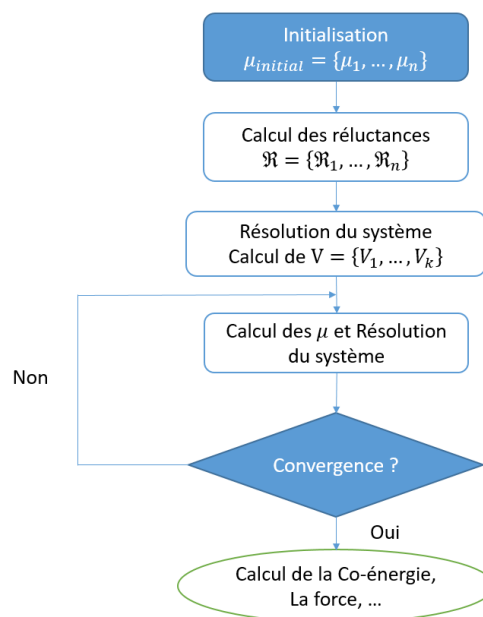


Figure 25 L'algorithme de calcul des ré reluctances dans le cas non linéaire

Dans l'étape de convergence en bleu, nous vérifions l'écart entre les ré reluctances  $i$  et  $i+1$ , et la condition de convergence est la suivante (3.29):

$$\text{© } \S \quad (3.29)$$

Une fois la convergence est satisfaite, nous passons au calcul de la force et les flux pour une position et un courant donné.

### 3.7. Récapitulatif des comparaisons

Dans de nombreux cas, lorsque nous concevons un dispositif électromagnétique avec des entrefers relativement grands, les ré reluctances magnétiques peuvent être calculées à l'aide d'expressions analytiques. Lorsque les entrefers sont très petits et que la forme du circuit magnétique est compliquée, la méthode des éléments finis (FEM) doit être utilisée pour extraire les lois de comportements. Ainsi, dans de nombreux cas, les modèles analytiques sont une bonne alternative aux modèles numériques. Ils sont caractérisés par un temps de calcul très court, avec une précision acceptable. Nous pouvons donc résumer l'avantage et l'inconvénient de chaque méthode de modélisation dans le tableau suivant :

Tableau 1 récapitulatif des comparaisons des différentes méthodes de modélisation

	Temps de calculs	Précision	Optimisation	La mise en œuvre
Analytique	★ ★ ★ ★	★ ★	★ ★ ★ ★	★ ★ ★
Éléments finis	★	★ ★ ★ ★	★ ★	★
Réseau de réluctances	★ ★ ★	★ ★ ★ ★	★ ★ ★ ★	★ ★ ★ ★

Parmi toutes les méthodes analytiques, la méthode des réseaux de réluctance (RNM) est la plus simple et la plus facile, pour les calculs des lois de comportements d'un actionneur électromécanique, elle n'a qu'un seul inconvénient : la détermination correcte de la réluctance est assez difficile, et dépend fortement de la géométrie de l'actionneur. Une faible variation d'un paramètre géométrique peut entraîner un écart énorme au niveau de résultat de modèle.

#### 4. Réalisation du modèle d'un oscillateur de pression par réseau de réluctances

Le modèle de type réseau de réluctances a été choisi pour modéliser un actionneur linéaire (oscillateur de pression) d'un Pulse tube, ce choix est motivé par le fait que nous souhaitons avoir un modèle rapide et facile à coupler avec un modèle multi-physique. Dans cette partie du rapport, la démarche suivie pour la construction du réseau de réluctances du stator et de la partie mobile sera expliquée. Ensuite nous détaillerons la méthode retenue pour résoudre le réseau de réluctances obtenu pour obtenir l'expression de la force en fonction de la position. Dans une partie suivante, nous allons s'intéresser au calcul des réluctances.

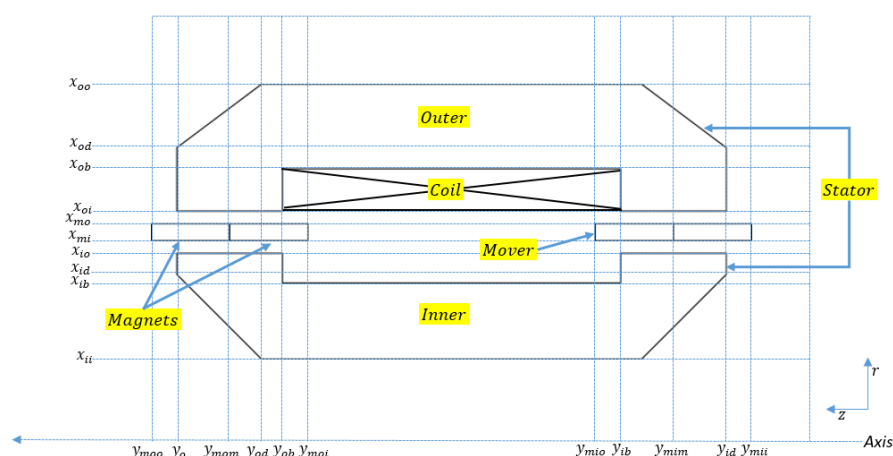


Figure 26 La géométrie de l'actionneur linéaire

Lorsque le courant qui traverse la bobine [Coil] est nul, la partie mobile [Magnets] de l'actionneur reste dans la position stable comme indiqué dans la [Figure 26], Maintenant, si on garde toujours le courant nul, et on déplace les aimants suivant l'axe z, dans ce cas, la force de rappel intervient pour maintenir les aimants dans la position stable, cette force est équivalente à la force qui s'oppose toujours à l'allongement du ressort.

Si on alimente la bobine, par un courant continué, dans ce cas, nous forçons les aimants pour s'éloigner de leur position stable.

#### 4.1. Le lien entre la modélisation par éléments finis et le réseau de ré reluctances

Le réseau de ré reluctances est conçu en fonction du trajet des lignes de flux, la géométrie de l'actionneur [Figure 27] et des propriétés de ses matériaux, d'où l'intérêt de connaître ces trajectoires ou de les avoir préalablement visualisées grâce à une simulation par éléments finis.

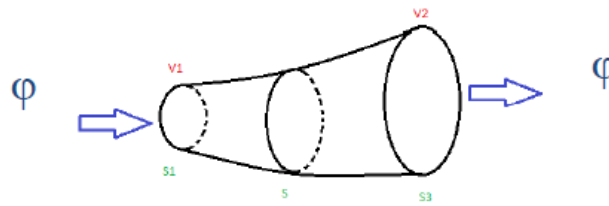


Figure 27 Tube de flux

Le tube de flux est défini par les deux surfaces équipotentielles S1 et S2 [Figure 27], qui sont liées aux potentiels magnétiques  $V1$  et  $V2$  respectivement. La force magnétomotrice dans le tube de flux est définie par la différence entre les potentiels  $V1$  et  $V2$ . Le rapport entre la force magnétomotrice et le flux qui traverse le tube donne sa ré reluctance (4.1).

$$R = \frac{V1 - V2}{\Phi} \quad (4.1)$$

Le flux qui entre dans le tube de flux est toujours égal au flux qui sort (d'après conservation du flux). Le tube de flux peut avoir une forme géométrique quelconque, il peut être remplacé pour un tube équivalent avec la même longueur moyenne et de section moyenne, pour assurer que la ré reluctance soit la même.

L'expression de la ré reluctance s'écrit tout simplement sous la forme (4.2) :

$$R = \frac{l}{\mu S} \quad (4.2)$$

On a :

$$l = \int_{S1}^{S2} dl \quad (4.3)$$

D'après la définition de Maxwell-Ampère du potentiel magnétique entre deux points dans une ligne de champs :

$$V1 - V2 = \int_{S1}^{S2} \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (4.4)$$

Le flux dans le tube de flux est conservatif, donc (4.5) :

$$\Phi = \int_{S1}^{S2} \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (4.5)$$

Les dimensions des tubes de flux de l'actionneur électromécanique dépendent exclusivement des paramètres géométriques de la machine et des caractéristiques des matériaux utilisés. Donc il est possible d'établir les ré reluctances d'un actionneur électromagnétique directement à partir de sa géométrie et de la courbe caractéristique du matériau utilisé dans l'actionneur.

#### 4.2. Etablissement du réseau de ré reluctances

Afin d'établir le schéma de réseaux de ré reluctances, il faut d'abord commencer par l'identification des tubes de flux en se basant sur la modélisation par élément finis. Dans ce but, on réalise deux essais en [Figure 30] et [Figure 29]. Et vu que le problème est symétrique, nous s'intéressons d'abord aux , Ensuite nous allons déduire l'expression des ré reluctances pour les , avec cette méthode, nous minimisant le temps de l'exécution du modèle éléments finis à chaque fois.

L'actionneur est défini par quatre zones principales, la partie haute [OO & OI] et la partie basse [IO & II]. (Voir [Figure 28]).

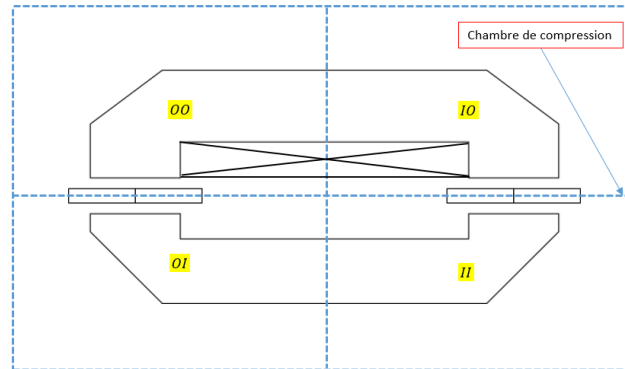


Figure 28 Les 4 zones de l'actionneur

Nous allons garder les notations de ces quatre zones dans la suite de cette partie, et chaque ré reluctance sera indicée par deux lettres [OO, OI, IO, II] qui indiquent où elle appartient [Figure 28].

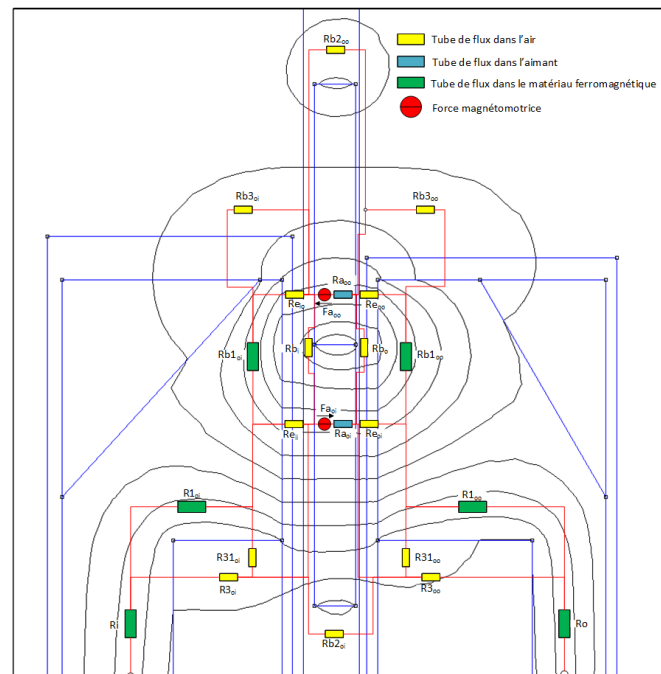


Figure 29

On remarque bien qu'il y a plusieurs chemins de flux sous formes des tubes [Figure 29], les ré reluctances en jaunes représentent les tubes de flux dans l'air, les ré reluctances vertes représentent les tubes de flux dans le matériau ferromagnétique (saturable), et les deux ré reluctances en bleu représentent les tubes de flux dans les aimants.

La position [Figure 30] représente la position initiale et stable de l'actionneur linéaire caractérisé par  $\theta_{init}$ , dans cette position nous voyons juste le flux qui se reboucle entre les deux aimants collés sans passer par le matériau ferromagnétique pour fermer le circuit (la disparition des réluctances  $R_{air}$ ).

A partir de l'évaluation des lignes de flux, il est possible de construire le réseau de réluctances. Nous voyons un schéma [Figure 31] qui montre les éléments qui définissent le premier modèle de réseau de réluctances de notre actionneur linéaire.



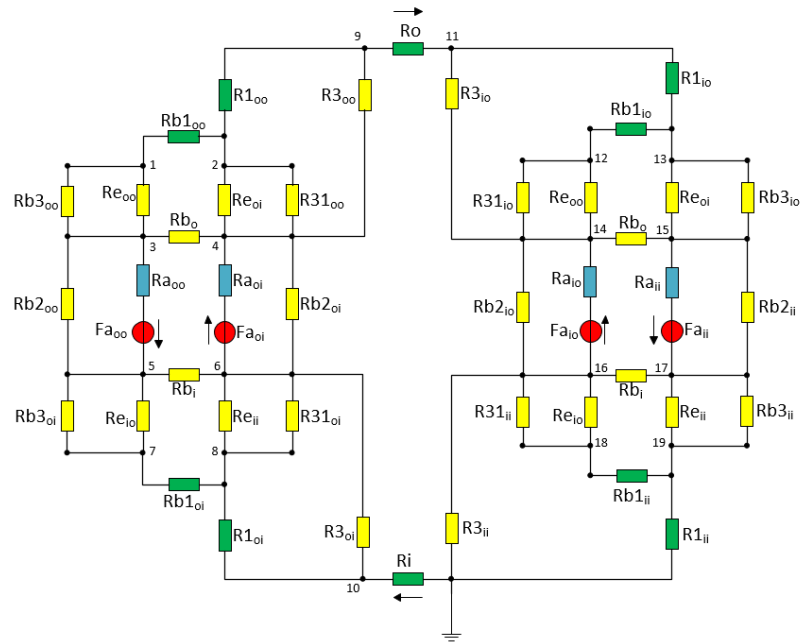


Figure 31 le schéma de réseau de réluctances

Dans ce réseau, nous avons 20 nœuds différents qui représentent les 20 potentiels magnétiques, on élimine un inconnu en ajoutant la terre au nœud 20, donc nous avons besoin de 19 équations pour déterminer les 19 potentiels.

#### 4.3. Résolution du problème par analogie électrique

Tout d'abord, nous définissons la perméance comme étant l'inverse de la réluctance (4.6):

$$\vec{E} = \frac{1}{\vec{R}} \vec{B} \quad (4.6)$$

Dans cette étape, nous calculons les différents potentiels en se basant sur l'analogie électrique pour appliquer le théorème de Millman. Ensuite, nous allons faire apparaître la matrice de permeances de ce circuit magnétique [Figure 31].

On considère le circuit électrique suivant [Figure 32]:

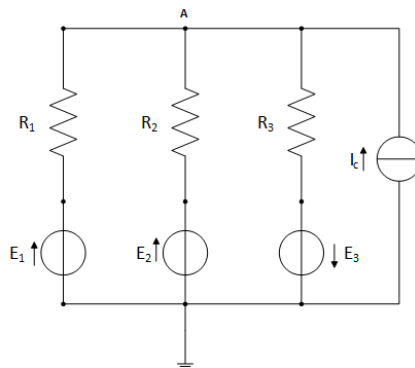


Figure 32 Circuit électrique simple

D'après le théorème de Millman, le potentiel du nœud A vaut (4.7):

$$\frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \quad (4.7)$$

Dans notre cas, la force électromotrice est équivalente à la force magnétomotrice, les résistances sont équivalentes aux réluctances, et la source idéal du courant est équivalente à la source idéal de flux. Donc, par analogie, on peut écrire le potentiel magnétique du premier nœud de réseau de réluctances [Figure 6] sous forme (4.8):

$$\frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \quad (4.8)$$

Remarque : cette analogie n'est utilisable que pour les calculs, Il n'y a pas de porteur de flux alors qu'il y a des porteurs de charge. Et il n'y a pas d'isolant magnétique, les lignes de champ magnétique peuvent se trouver dans l'air.

Nous voyons bien que pour ce nœud, il n'y a pas de source de flux, nous développons l'équation (4.8) et on obtient :

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (4.9)$$

$$(4.10)$$

Avec :

$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$  : somme des perméances entre le nœud 1 et ses nœuds voisins.

$\frac{1}{R_1}$  : perméance entre les nœud 1 et 2.

$\frac{1}{R_2}$  : perméance entre les nœuds 1 et 3.

Maintenant, nous calculons le potentiel du nœud 3 :

$$\frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \quad (4.11)$$

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad (4.12)$$

$$(4.13)$$

Avec :

$\frac{1}{R_1}$  : perméance entre les nœuds 3 et 1.

— — — — — : somme des perméances entre le nœud 3 et ses nœuds voisins.

— : perméance entre les nœuds 3 et 4.

— — : perméance entre les nœuds 3 et 5.

— : une source de flux en nœud 3.

On applique la même méthode sur les autres nœuds, et on obtient le système d'équations suivant :

$$\text{Avec } \begin{matrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{E} \end{matrix} \quad (4.14)$$

Avec :

$$\begin{aligned} & \left( \sum_{j \in \mathcal{N}} \left( \frac{1}{\mathcal{R}_{ij}} \right) \right) \mathbf{U}_i - \sum_{j \in \mathcal{N}} \left( \frac{1}{\mathcal{R}_{ij}} \right) \mathbf{U}_j = \mathbf{Q}_i \\ & \left( \sum_{j \in \mathcal{N}} \left( \frac{1}{\mathcal{R}_{ij}} \right) \right) \mathbf{U}_i - \sum_{j \in \mathcal{N}} \left( \frac{1}{\mathcal{R}_{ij}} \right) \mathbf{U}_j = \mathbf{Q}_i \\ & \left( \sum_{j \in \mathcal{N}} \left( \frac{1}{\mathcal{R}_{ij}} \right) \right) \mathbf{U}_i - \sum_{j \in \mathcal{N}} \left( \frac{1}{\mathcal{R}_{ij}} \right) \mathbf{U}_j = \mathbf{Q}_i \\ & \left( \sum_{j \in \mathcal{N}} \left( \frac{1}{\mathcal{R}_{ij}} \right) \right) \mathbf{U}_i - \sum_{j \in \mathcal{N}} \left( \frac{1}{\mathcal{R}_{ij}} \right) \mathbf{U}_j = \mathbf{Q}_i \end{aligned}$$

Donc le système s'écrit sous la forme :

$$(4.15)$$

Avec :

Les expressions analytiques de chaque coefficient sont données en Annexe 1 [Page. 57].

Et nous avons les deux vecteurs et :

—  
—  
—  
—

—  
—  
—  
—

Pour résoudre ce système, il faut inverser la matrice de perméances et de la multiplier par le vecteur des sources de flux (4.16), mais avant d'inverser la matrice, il faut savoir si elle est inversible ou non, donc nous devons calculer soit le déterminant de la matrice et de montrer qu'il est non nul, sinon, vu que la matrice est symétrique, donc elle est diagonalisable, dans ce cas il suffit de montrer que ses valeurs propres sont non nuls.

(4.16)

#### 4.4. Calcul de la Co-Energie et la force

La Co-énergie est une grandeur non physique exprimée en unités d'énergie, utilisée dans l'analyse théorique de l'énergie dans un système physique. Le concept de la Co-énergie peut être appliqué à des systèmes conservateurs qui peuvent être décrits par une relation linéaire entre les entrées et l'énergie stockée.

Pour un système magnétique linéaire, l'énergie et la Co-énergie sont numériquement égales. De même, les densités d'énergie et de Co-énergie sont égales pour les systèmes linéaires. La représentation graphique de l'énergie et de la Co-énergie pour les systèmes linéaires et non linéaires est illustrée dans la [Figure 34]. L'aire entre la courbe et l'axe horizontal (S2) qui est égale à l'intégrale de  $B \approx \frac{\phi}{A}$  représente l'énergie. La surface (S1) par rapport à l'axe vertical donnée par l'intégrale de  $H \approx \frac{M}{l}$  est la Co-énergie.

Nous commençons par la courbe caractéristique du matériau :

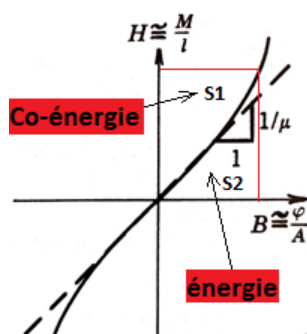


Figure 34 Courbe B-H

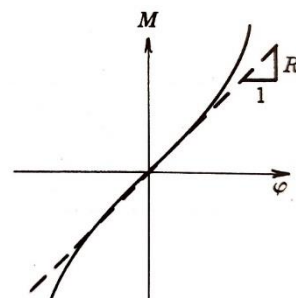


Figure 33 La force magnétomotrice en fonction de flux

- : Longueur de tube de flux en (m)
- : Surface de tube de flux en (m<sup>2</sup>)
- : Perméabilité magnétique
- : La force magnétomotrice. (Ampère-tour)
- : La réluctance.
- : Le flux.
- : Champ magnétique
- : Induction magnétique

D'après la définition de la Co-Energie [9] et la [Figure 9]:

(4.17)

Or :

(4.18)

(4.19)

On sait que dans un régime linéaire la perméabilité magnétique est une fonction constante, donc :

(4.20)

(4.21)

Et on a :

(4.22)

Donc :

(4.23)

La Co-énergie magnétique est une fonction des courants et des positions, pour le moment, on suppose qu'on travaille dans la zone linéaire du matériau et avec un courant nul.

Donc :

(4.24)

#### 4.5. Les expressions semi-analytiques des réluctances et les forces FMM

Avant de commencer, il faut noter bien que les courbes tracées dans chaque figure en rouge représentent les parois des tubes de flux et les lignes en jaunes représentent les deux surfaces de ces tubes.

Tous les tubes de flux représentés dans les figures sont des tubes de flux équivalents ont des formes géométriques plus simple par rapport aux tubes réels, et pour corriger l'écart entre les tubes de flux réels et équivalents, nous devons multiplier chaque réluctance par un coefficient d'ajustement.

#### < Calcul des réluctances

Le modèle de l'aimant est une force magnétomotrice en série avec une réluctance. Nous faisons l'hypothèse que la FMM équivalente de l'aimant est constante. Elle ne dépend donc ni de la position des aimants, ni de l'état magnétique du fer. Il en est de même de la réluctance équivalente d'aimant que nous supposons donc constante.

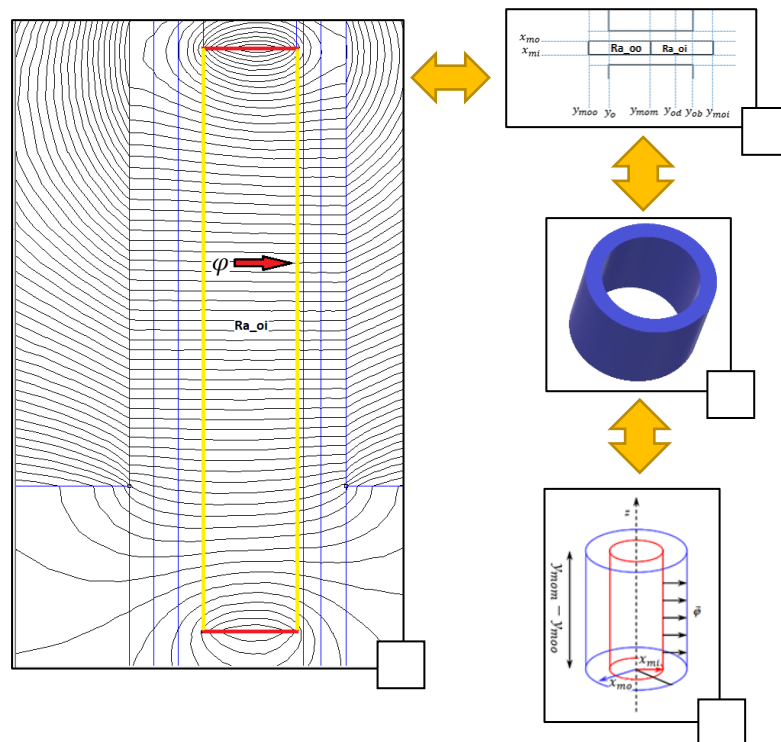


Figure 35 La réluctance de l'aimant

Le flux dans les aimants est radial [Figure 35] (a), et sous forme d'un cylindre creux [Figure 35] (c).

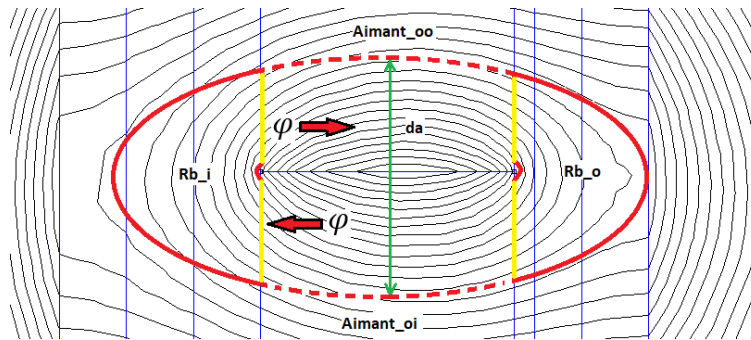
D'après la figure [Figure 22] (d), on peut écrire alors :

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \left( \frac{1}{R_{a_{oi}}} + \frac{1}{R_{a_{oo}}} \right) \quad (4.25)$$

: Coefficient d'ajustement de réluctance.

#### < Evaluation du diamètre

La distance représente le diamètre de flux qui se reboucle à l'interface entre les deux aimants [Figure 36].



D'après plusieurs simulations à élément finis pour des positions différentes de la partie mobile, on remarque que la distance  $d$  est proportionnelle à la longueur de l'aimant (4.26).

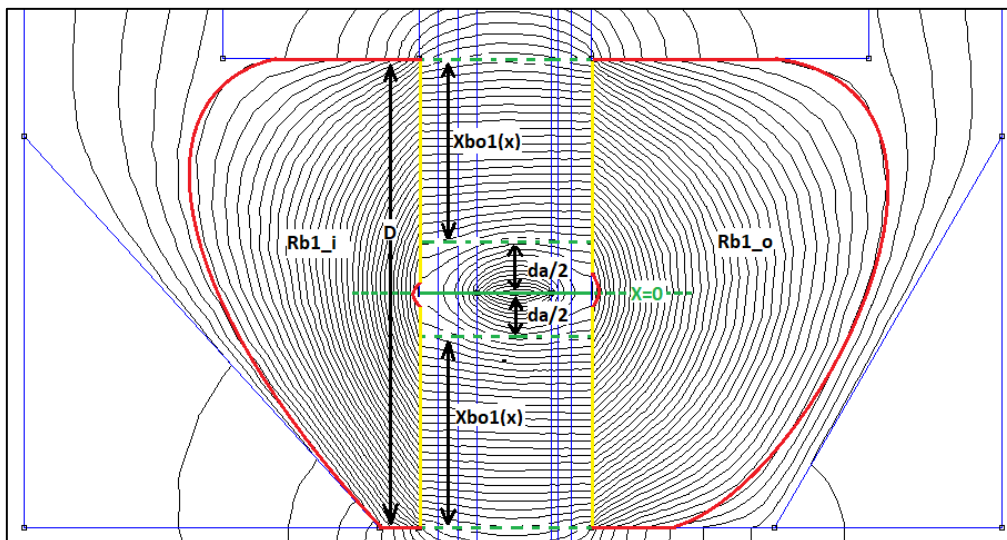
Avec :

ž «<sup>a</sup> £ ± ÿ ĩ ĩ š Ÿ © Š<sup>a</sup> °

« ĭ Ċ Ċ Ÿ ħ ħ ® ° ¥ «<sup>a</sup> ā š<sup>..</sup> ¥ ° Ě

## < Calcul de

Représente la partie de flux qui se reboucle pour rejoindre l'aimant à coté en passant par le matériau ferromagnétique [Figure 37], l'expression de  $X_{bo1}$  est obtenue à l'aide d'une interpolation polynomial, ce choix est fait pour établir une expression de  $X_{bo1}$  en fonction de  $x$  la plus précise possible, car nous avons plusieurs degrés de liberté dans l'interpolation polynomiale par rapport au l'interpolation en sinus ou cos, nous pouvons ajuster le degré du polynôme et les coefficients également. L'amélioration est toujours possible en ajoutant les nombres d'échantillons.



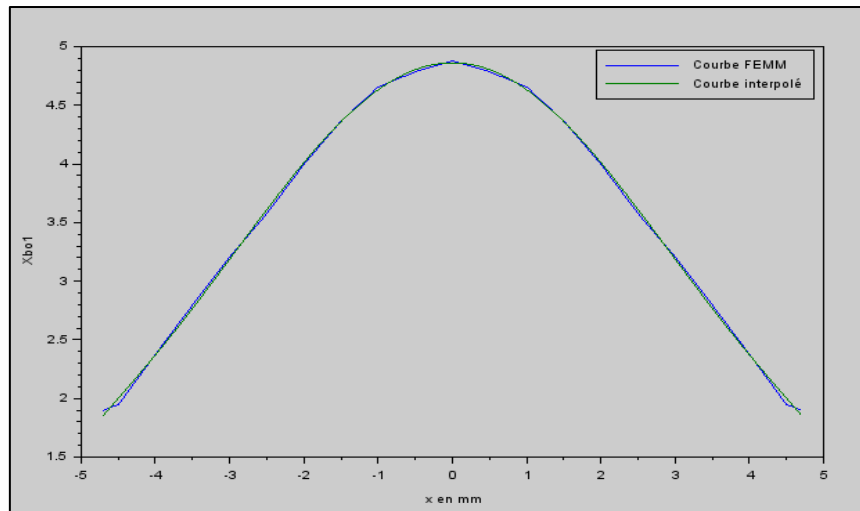


Figure 38 Xbo1 en fonction de x

On remarque bien que dans la [Figure 38] les deux courbes interpolé et de la simulation à éléments finis coïncident bien, mais, il y a un petit écart aux extrémités. Ce problème est du à le fait que le nombre des échantillons utilisées aux extrémités est insuffisant.

#### ◀ Calcul de la réluctance

La réluctance est sous forme d'un cylindre creux [Figure 39] & [Figure 40]:

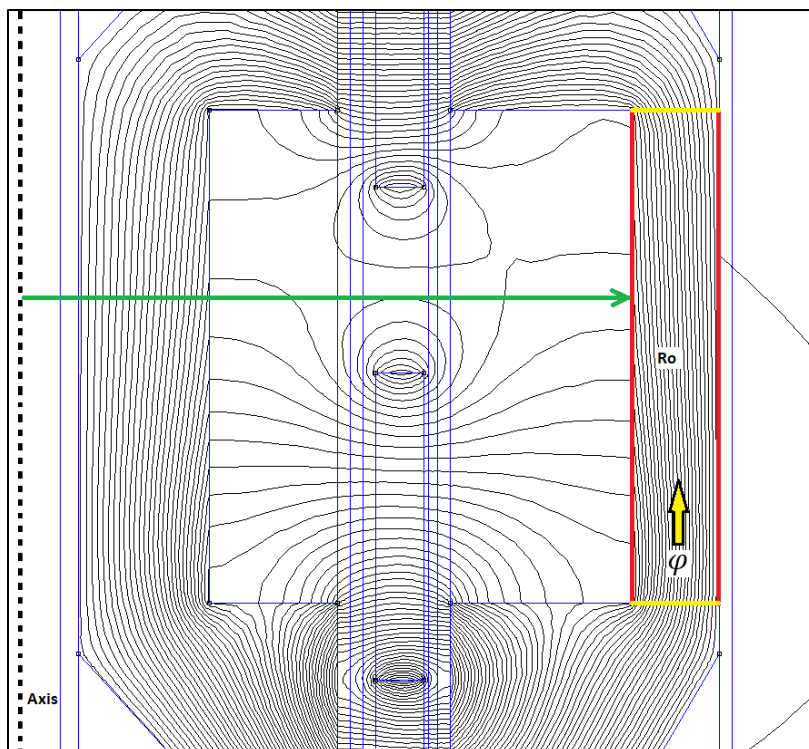


Figure 40 La réluctance Ro sous FEMM

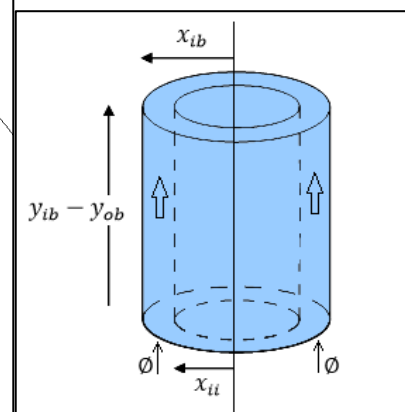


Figure 39 Géométrie de la réluctance Ro

D'après la définition de la réluctance (4.2) on a :

$$\text{---} \text{---} \text{---} \quad (4.27)$$

Donc :



$$\frac{1}{R_i} = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} \int_V \frac{1}{r^2} dV \quad (4.28)$$

Avec :

$\mu_r$  : Coefficient d'ajustement de réluctance.

◀ Calcul de la réluctance

La réluctance est de même forme que  $R_i$  (Voir [Figure 41]).

Donc :

$$\frac{1}{R_i} = \frac{\mu_0 \mu_r}{4\pi} \int_V \frac{1}{r^2} dV \quad (4.29)$$

$\mu_r$  : Coefficient d'ajustement de réluctance.

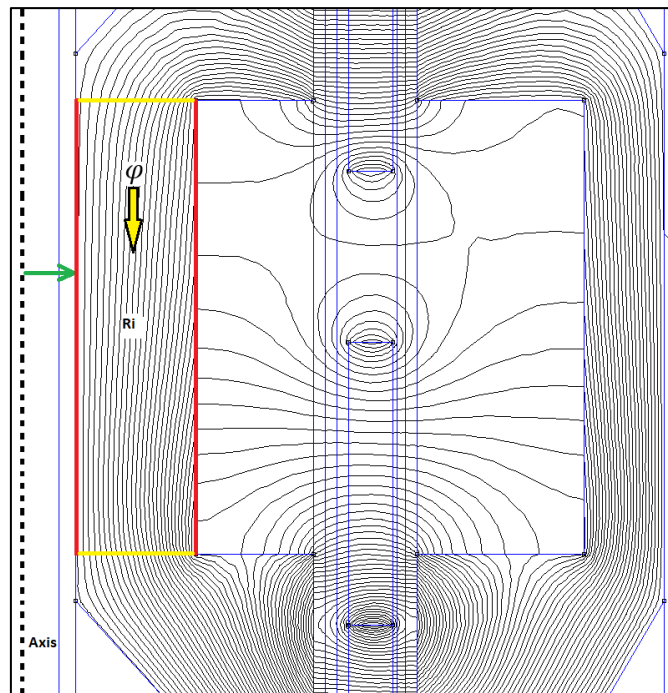


Figure 41 La réluctance  $R_i$  sous FEMM

◀ Calcul des réluctances

Modélisent le flux de contact entre les deux aimants qui se reboucle [Figure 44].

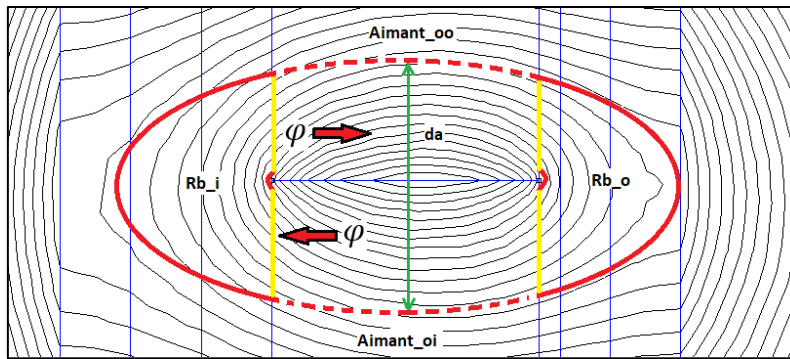


Figure 44 Les réductances  $Rb_i$  &  $Rb_o$

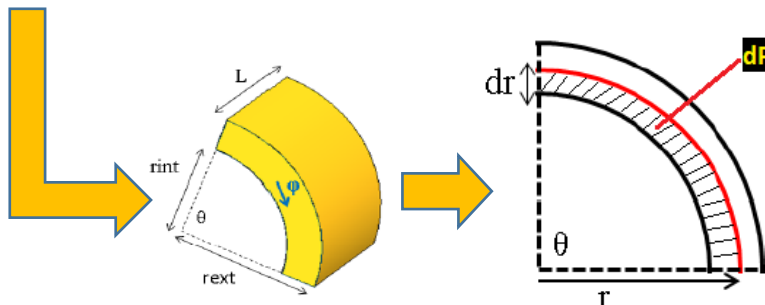


Figure 43 La forme géométrique de  $Rb_o$  &  $Rb_i$

Figure 42 Des réductances en parallèles

Les traits en jaunes représentent les surfaces des tubes de flux [Figure 44].

Pour le cas des réductances courbées, on suppose que le flux passe tangentiellement à l'arc de cercle [Figure 43], un tore avec une section en C. Dans ce cas, nous avons plusieurs réductances élémentaires en parallèles [Figure 42], et on sait que dans un circuit électrique, les conductances qui s'additionnent dans le cas parallèle. La conductance (l'inverse de la résistance) est équivalente à la perméance. Donc les perméances en parallèles s'additionnent. Alors, nous pouvons écrire (4.30):

$$\frac{1}{R_{\text{total}}} = \frac{1}{R_{b_i}} + \frac{1}{R_{b_o}} \quad (4.30)$$

On sait que la réductance est l'inverse de la perméance, donc (4.31):

$$R_{b_i} = \frac{L}{\mu_0 \mu_r \theta r_{\text{int}}} \quad (4.31)$$

Concernant les deux rayons extérieur et intérieur, nous avons :

$$r_{\text{ext}} = r_{\text{int}} + da, \quad \text{et} \quad \mu_r = \frac{r_{\text{ext}}}{r_{\text{int}}}$$

Le coefficient  $\mu_r$  représente le rapport entre les deux rayons extérieur et intérieur.

Le tube de flux a une forme particulière, un tore avec une section en C [Figure 45] :

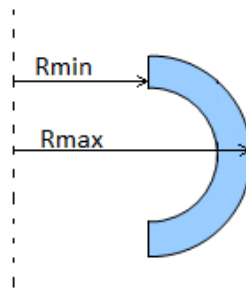


Figure 45 Tore avec une section en C

Nous avons alors pour les deux réluctances, les longueurs suivantes (4.32) & (4.33):

$$\text{-----}, \text{ avec } \text{-----} \text{ et} \quad (4.32)$$

$$\text{-----}, \text{ avec } \text{-----} \text{ et} \quad (4.33)$$

Nous développons encore et nous obtenons (4.34) & (4.35):

$$\text{-----} \quad (4.34)$$

$$\text{-----} \quad (4.35)$$

Avec :

: Coefficient d'ajustement de réluctance.

: Le rapport entre le rayon intérieur et extérieur.

#### < Calcul des réluctances

Appartiennent aux zones [OO-OI] respectivement (Voir [Figure 28]), dans un premier temps, nous allons regarder la zone OO pour visualiser le tube de flux équivalent de , ensuite, par symétrie nous allons déduire le tube de flux de .

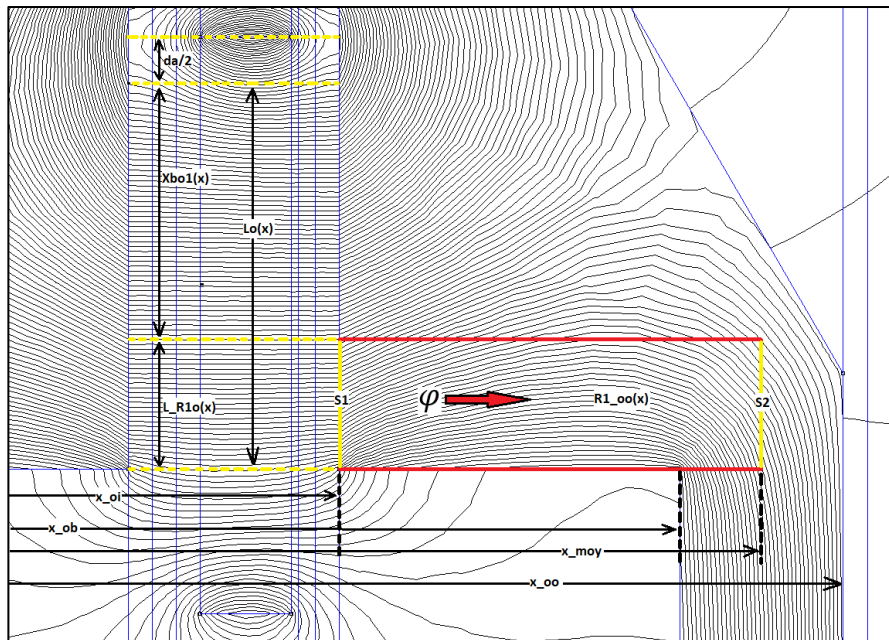


Figure 47 Réluctances  $R1oo$  &  $R1oi$

Nous voyons bien qu'il y a une partie des lignes du champ qui sortent du rectangle rouge, et après ils rentrent à nouveau dans le rectangle [Figure 47], nous allons modéliser ce fuit par la multiplication de la réluctance par un coefficient d'ajustement.

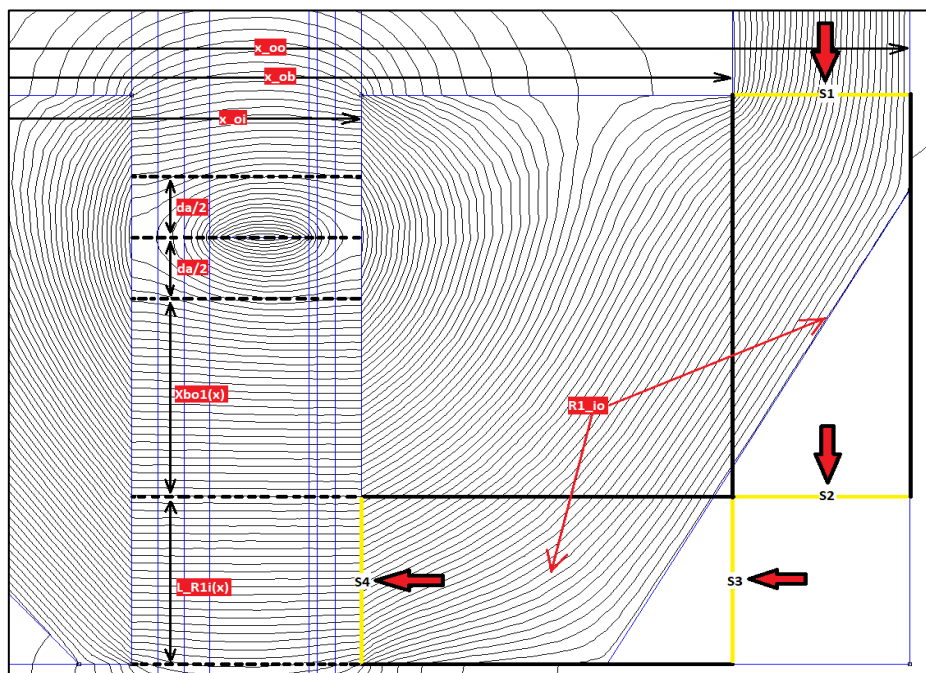


Figure 46 Réluctances  $R1io(x)$  &  $R1ii(x)$

Concernant la réluctance nous allons la modéliser par deux réluctances équivalentes en série [Figure 46], et comme toute à l'heure, nous devons ajouter un coefficient d'ajustement pour prendre en compte le flux de fuites. Ensuite, par symétrie nous déduisons l'expression de .

Les réluctances n'apparaissent que pour les différentes de zéro, et pour elles prennent des valeurs très grandes pour assurer que le flux reste dans la région des deux aimants.

Les tubes de flux qui forment ces réluctances sont tous des cylindres creux.

On pose:

(4.36)

(4.37)

(4.38)

(4.39)

(4.40)

(4.41)

Donc :

(4.42)

(4.43)

(4.44)

(4.45)

NB : l'ajout de dans l'expression est nécessaire pour éviter la division sur zéro au voisinage de zéro.

< Calcul des réluctances

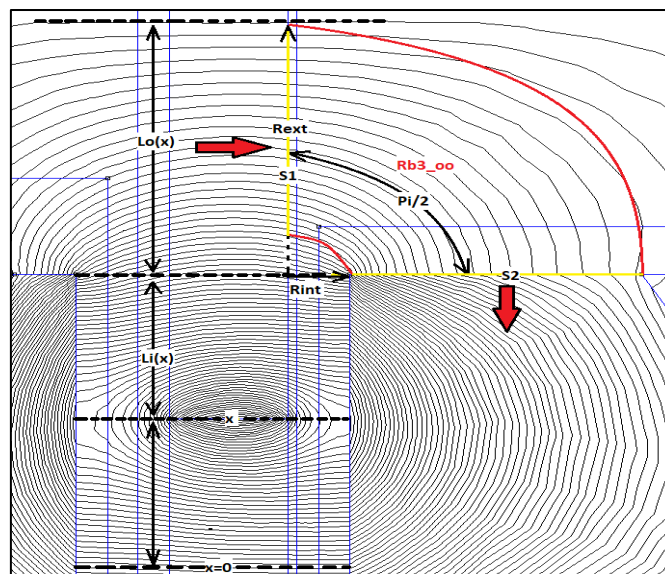


Figure 48 La réluctance  $Rb300(x)$

Le tube de flux qui modélise la réluctance est représenté dans la [Figure 48], les deux surfaces S1 & S2 représentent les deux extrémités de tube, et les deux courbes en rouges sont les deux parois intérieur et extérieur.

L'expression générale de ce type des réluctances est :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (4.46)$$

On pose :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (4.47)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (4.48)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (4.49)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (4.50)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (4.51)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (4.52)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (4.53)$$

Donc les longueurs valent :

$$l_1 = \frac{1}{R} \quad (4.54)$$

$$l_2 = \frac{1}{R} \quad (4.55)$$

$$l_3 = \frac{1}{R} \quad (4.56)$$

$$l_4 = \frac{1}{R} \quad (4.57)$$

Nous développons l'expression (4.46) et nous obtenons :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (4.58)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (4.59)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (4.60)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \quad (4.61)$$

Avec :

: Le coefficient d'ajustement des réluctances et .

: Le coefficient d'ajustement des réluctances et .

< Calcul des ré reluctances , , , , , , , et

Les tubes de flux qui forment ces ré reluctances sont tous des cylindres creux [Figure 49] & [Figure 50].

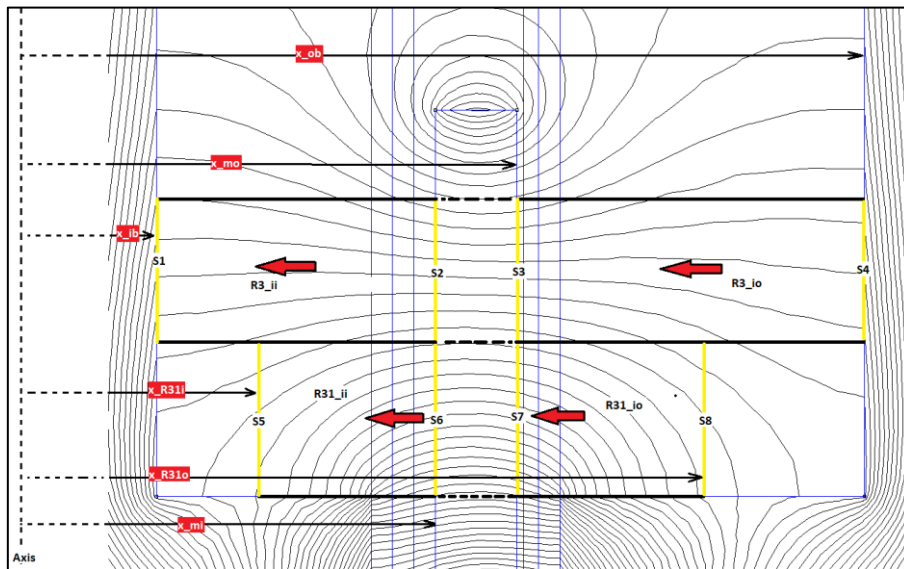


Figure 50 Les ré reluctances R3 & R31

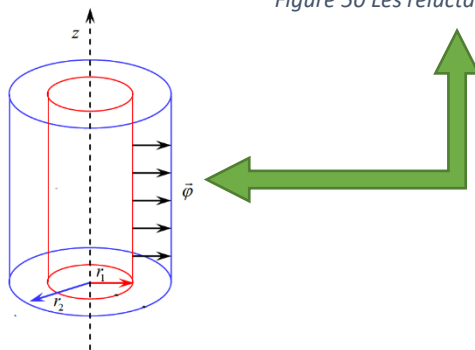


Figure 49 Tube de flux  
(cylindre creux)

L'expression générale de ce type des ré reluctances est (4.62) :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (4.62)$$

Alors :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (4.63)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (4.64)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (4.65)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (4.66)$$

$$\dots \ll \frac{F}{\dots} \quad (4.67)$$

$$\dots \ll \frac{F}{\dots} \quad (4.68)$$

$$\dots \ll \frac{F}{\dots} \quad (4.69)$$

$$\dots \ll \frac{F}{\dots} \quad (4.70)$$

#### < Calcul des réluctances

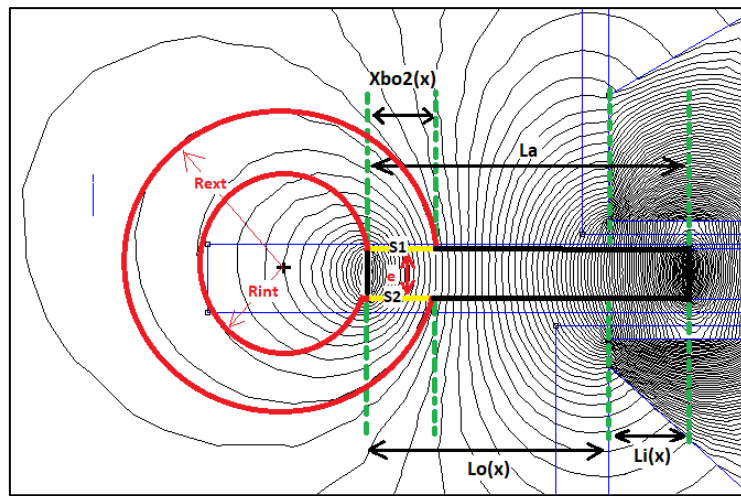


Figure 51 La réluctance Rb2

Nous pouvons zoomer la partie à gauche de l'aimant afin de voir en détail la modélisation des fuites au niveau des extrémités des aimants [Figure 51]. Le tube de flux représenté dans la [Figure 51] modélise la réluctance équivalente, donc nous devons ajuster la réluctance après par le coefficient d'ajustement.

Nous avons alors :

$$\dots \quad (4.71)$$

$$\dots \quad (4.72)$$

$$\dots \quad (4.73)$$

$$\dots \quad (4.74)$$

$$\dots \quad (4.75)$$

$$\dots \quad (4.76)$$



(4.77)

(4.78)

\_\_\_\_\_

(4.79)

(4.80)

L'expression de la réluctance est la suivante (un tore particulier):

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{N^2}{a}$$

(4.81)

Avec :

(4.82)

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H}$$

(4.83)

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H}$$

(4.84)

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{N^2}{a}$$

(4.85)

On développe l'expression (4.81) et on obtient :

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{N^2}{a}$$

(4.86)

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{N^2}{a}$$

(4.87)

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{N^2}{a}$$

(4.88)

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{N^2}{a}$$

(4.89)

: Coefficient d'ajustement de réluctance.

## < Calcul des réluctances

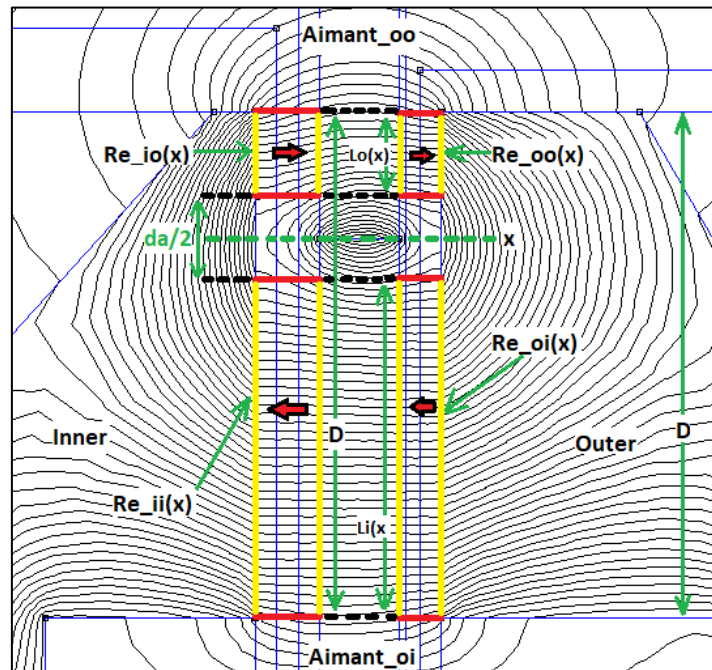


Figure 52 Les réluctances des entrefers

Concernant les entrefers, nous avons quatre entrefers distingués sous formes des cylindres creux [Figure 52].

Nous avons alors :

$$\text{Re}_{io}(x) = \frac{L_o(x)}{\mu_0 \mu_r D} \quad (4.90)$$

$$\text{Re}_{oo}(x) = \frac{L_o(x)}{\mu_0 \mu_r D} \quad (4.91)$$

$$\text{Re}_{oi}(x) = \frac{L_i(x)}{\mu_0 \mu_r D} \quad (4.92)$$

Donc :

$$\text{Re}_{io}(x) = \frac{L_o(x)}{\mu_0 \mu_r D} \quad (4.93)$$

$$\text{Re}_{oo}(x) = \frac{L_o(x)}{\mu_0 \mu_r D} \quad (4.94)$$

$$\text{Re}_{oi}(x) = \frac{L_i(x)}{\mu_0 \mu_r D} \quad (4.95)$$

$$\text{Re}_{ii}(x) = \frac{L_i(x)}{\mu_0 \mu_r D} \quad (4.96)$$

: Coefficient d'ajustement de réluctance.

## < Calcul des réluctances

Les réluctances modélisent le flux qui se reboucle dans le matériau sans traverser la partie haute de OUTER et la partie basse de INNER (voir [Figure 37]).

D'abord, nous avons besoin de l'expression de l'angle  $\theta$  [Figure 53] dans ce but, nous devons passer par des mesures sous FEMM de cet angle pour des différentes positions. Ensuite, nous interpolons les mesures pour avoir une expression de l'angle en fonction de  $x$ .

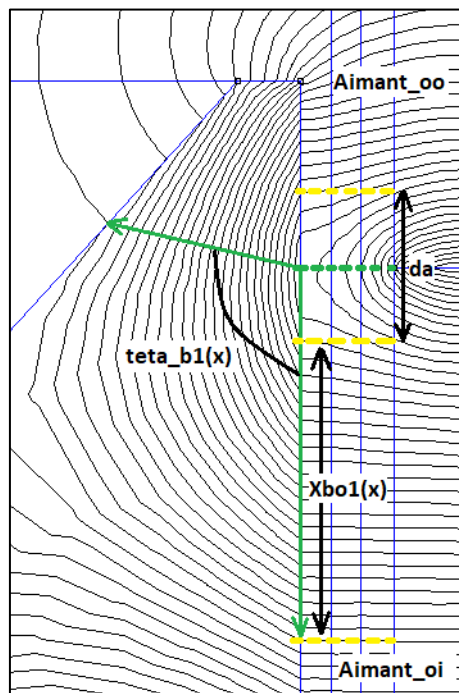


Figure 53 L'angle  $teta\_Rb1(x)$

L'angle  $\theta$  n'a pas un grand impact sur le résultat, au début, j'ai supposé que l'angle vaut  $\theta_0$ , après, j'ai pris en compte le fait qu'il y a une partie des lignes du champ qui parcourent un angle inférieure à  $\theta_0$ , et elle dépend de la position  $x$ . les deux essais donnent le même résultat. Cela, justifie le fait que j'ai pris un nombre petit des échantillons pour l'interpolation par la suite.

Après l'interpolation, on obtient la courbe suivante [Figure 54]:

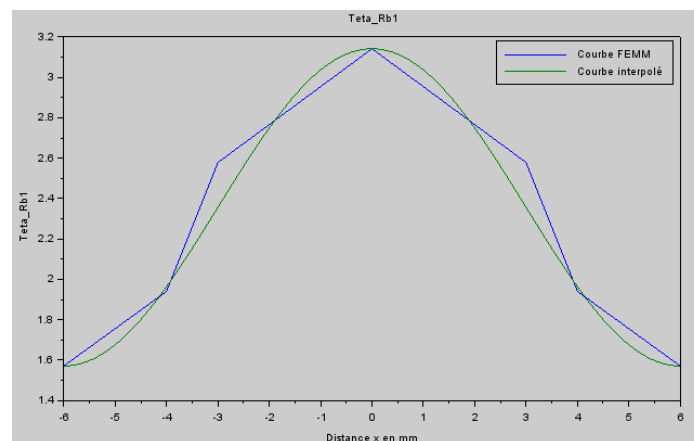


Figure 54 L'interpolation de  $teta\_Rb1(x)$

Nous obtenons l'expression suivante pour la courbe interpolée:

$$\theta = \theta_0 - \frac{\theta_0}{2} \left( \frac{x}{a} \right)^2 \quad (4.97)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{2\pi R}{a} \right) \quad (4.98)$$

Les réluctances sont courbées (tube de flux courbé), comme celles montrées pour .  
Donc l'expression générale de ce type des réluctances est la suivante:

$$\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{2\pi R}{a} \right) \quad (4.99)$$

Avec :

$$\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{2\pi R}{a} \right) \quad (4.100)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{2\pi R}{a} \right) \quad (4.101)$$

Et on a :

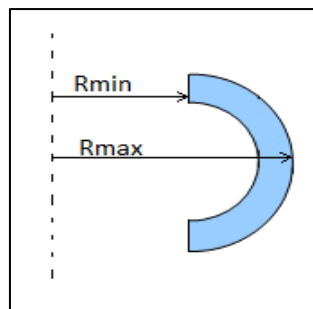


Figure 55 Un tore avec une section en C

D'après [Figure 26], [Figure 55] & [Figure 37], nous avons :

$$\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{2\pi R}{a} \right) \quad (4.102)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{2\pi R}{a} \right) \quad (4.103)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{2\pi R}{a} \right) \quad (4.104)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{2\pi R}{a} \right) \quad (4.105)$$

Donc :

$$\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{2\pi R}{a} \right) \quad (4.106)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{2\pi R}{a} \right) \quad (4.107)$$

Nous obtenons alors les expressions suivantes des réluctances :

$$\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{2\pi R}{a} \right) \quad (4.108)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{2\pi R}{a} \right) \quad (4.109)$$

$$\frac{F}{\mu_0 \mu_r} = \frac{F}{\mu_0 \mu_r} \quad (4.110)$$

$$\frac{F}{\mu_0 \mu_r} = \frac{F}{\mu_0 \mu_r} \quad (4.111)$$

: Coefficient d'ajustement de réluctance.

#### Calculs des forces magnétomotrices

Le modèle de l'aimant est une force magnétomotrice  $F$  en série avec une réluctance  $R$ . Nous faisons l'hypothèse que la FMM équivalente de l'aimant est constante, alors, la force magnétomotrice égale l'excitation coercitive de l'aimant multiplier par la longueur  $l$ . Il faut bien noter que la longueur est celle comptée dans la direction de  $\vec{B}$ .

On peut écrire alors :

$$F = \frac{H_c l}{R} \quad (4.112)$$

#### 4.6. Ajustement du modèle par méthodes des moindres carrés

Les calculs de réluctances ci-dessus ne sont pas exactes, car la géométrie de l'actionneur est très compliquée, et il y a quelque réluctance qui dépend fortement de la position de la partie mobile et du courant d'alimentation. Pour améliorer le résultat de notre modèle, nous pouvons appliquer une méthode d'optimisation pour ajuster les réluctances, et de diminuer l'écart entre la courbe obtenu à l'aide du modèle éléments finis.

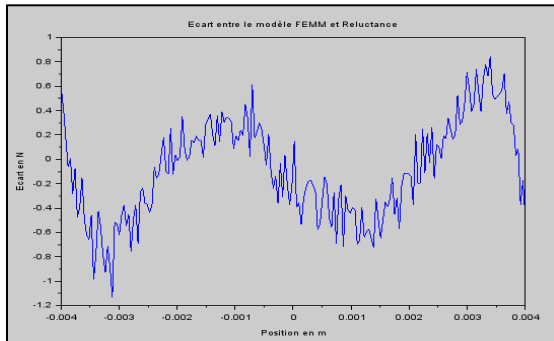


Figure 57 L'écart entre le modèle FEMM et modèle réseau de réluctance après l'optimisation

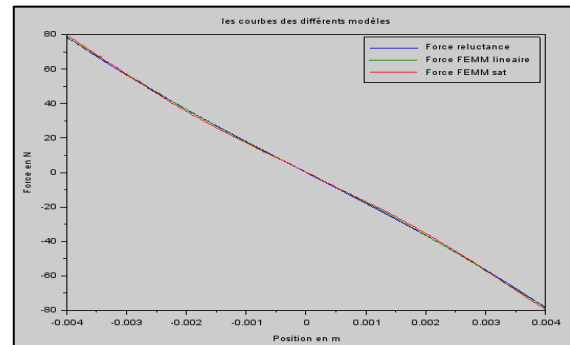


Figure 56 La force obtenues par les différents modèles

Tout d'abord j'ai lancé les simulations sous FEMM, pour récupérer la force en fonction de la position, ensuite, j'ai minimisé l'écart. Après l'optimisation, nous obtenons un écart maximal d'ordre 1% (1.1 Newton).

## Bila personnel

J'ai commencé le télétravail à cause de Covid-19, et j'étais confiné tout seul dans mon studio. Parfois, j'ai senti isolé socialement et coupé de la dynamique d'entreprise. Donc j'ai essayé toujours de garder le contact et de faire des points avec mon tuteur Kévin LAUZIER.

Je garde de bons souvenirs de ce stage que j'ai eu la chance d'effectuer chez Air Liquide Advanced Technologie, qui fut vraiment enrichissant d'un point de vue personnel et professionnel. Très bien accueilli par l'ensemble des employés, j'ai eu l'occasion de découvrir les métiers de chacun et d'en avoir un bel aperçu sur le mode d'organisation d'un grand groupe. Cet apprentissage par immersion a été pour moi très intéressant en y observant ce que représente la variable humaine dans la performance de l'entreprise, et le lien entre cette dernière et la motivation des employés- qui est relativement dissoute par les effets négatifs qu'ancore la redondance au travail, et allégé par la présence d'une ambiance dépourvue de toute convivialité stratégique entre les salariés.

La réalisation de ce stage m'a également permis d'acquérir de nombreuses connaissances au sujet de la motivation des salariés, ce qui me sera très utile dans ma carrière professionnelle en tant que futur ingénieur. Ce stage ne m'a pas seulement donné un bel aperçu du monde de l'entreprise, il a également élargi mes perceptions quant à mes aspirations futures. En guise de conclusion, je me permets de dire que ce stage sera pour toujours une expérience marquante dans mon cursus scolaire.

## Conclusion

Lors de ce stage j'ai travaillé sur la modélisation d'un actionneur électromécanique linéaire, j'ai pu acquérir des nouvelles compétences sur les méthodes de modélisation et d'optimisation des actionneurs électromécanique.

Pendant ces 6 mois (Période de confinement inclus), j'ai intégré l'équipe de département technique spatial (DTS) qui m'a très bien accueilli et m'a guidé tout le long du stage. Mon stage ingénieur modélisation chez Air Liquide BU Spatial m'a permis d'avoir une vision plus claire sur mon projet professionnel, et sur mon futur métier d'ingénieur.

Au sein de DTS, j'ai appris que la modélisation est très importante dans le domaine de spatial, et la fiabilité des solutions est quelque chose essentiel, vu que la maintenance des équipements destinés à l'utilisation spatiale est très couteuse. Le fait d'avoir un modèle de prédiction bien précis nous permet de simuler tous les scénarios possibles dans l'espace et de bien tester les équipements avant de les envoyer.

Durant ce stage, j'ai appris également que la gestion du temps est primordiale pour optimiser le travail, car le temps dans l'entreprise cout de l'argent tout simplement, améliorer les codes et les algorithmes est très importants, cela nous permettre de gagner beaucoup du temps au futur.

La communication et l'échange positif permettent à la fois d'assurer une bonne ambiance dans le milieu de travail et le bon déroulement des projets, j'ai pu également faire connaissances avec des personnes de différents départements et j'ai pu comprendre les démarches de fonctionnement en fonctionnement en entreprise.

D'ailleurs, j'ai eu la chance de travailler avec des personnes de différentes domaine, surtout le domaine de mécanique de fluide et de cryogénie, cela m'a permis des compétences supplémentaire grâce aux échanges constructifs, et d'établir des bonnes relations professionnelles.

Mon stage chez Air liquide est une expérience précieuse qui m'a ouvert les portes devant un domaine de futur.


















## Bibliographie

- [1] G. BUENO MARIANI, « Thèse\_Guilherme\_Machine synchrone à réductance –Modèles équivalents à réseau de réductances pour la simulation et l’optimisation », Université Grenoble Alpes, 2006.
- [2] D. NETTER, « Outil-Le Blog de Energie Electrique (LeBlogEE) ». 2018, Consulté le: avr. 17, 2020. [En ligne].
- [3] F. Meibody-Tabar, « Cours - Les circuits magnétiques ». Consulté le: mars 10, 2020. [En ligne].
- [4] A. Nasr, S. Hlioui, J.-L. Duchaud, et M. Gabsi, « Modélisation électromagnétique et Optimisation d’un actionneur linéaire par la méthode des réseaux de réductances », p. 9.
- [5] B. E. Manâa, W. Frederic, C. Christian, et B. S. Boujemâa, « Optimization of a Linear Hybrid Actuator using Reluctance Network Model », p. 4.
- [6] A. Waindok et B. Tomczuk, « Reluctance Network Model of a Permanent Magnet Tubular Motor », *Acta Mechanica et Automatica*, vol. 11, n° 3, p. 194 198, sept. 2017, doi: 10.1515/ama-2017-0029.
- [7] C. Haouy, « Cours des aimants permanents ». Consulté le: avr. 19, 2020. [En ligne].
- [8] B. Multon, « Application des aimants aux machines électriques », p. 37, 2014.
- [9] D. NETTER, « Le Blog de l’Energie Electrique - Cours ». sept. 12, 2018.



## Annexes

1. Annexe 1 : les expressions des coefficients de la matrice de permeance.

	(0.1)
	(0.2)
	(0.3)
	(0.4)
	(0.5)
	(0.6)
	(0.7)
	(0.8)
	(0.9)
	(0.10)
	(0.11)
	(0.12)
	(0.13)
	(0.14)
	(0.15)
	(0.16)
	(0.17)
	(0.18)
	(0.19)
	(0.20)
	(0.21)
	(0.22)
	(0.23)
	(0.24)
	(0.25)

— — —	(0.26)
—	(0.27)
	(0.28)
	(0.29)
— — — —	(0.30)
—	(0.31)
	(0.32)
	(0.33)
— — —	(0.34)
—	(0.35)
	(0.36)
	(0.37)
— — —	(0.38)
	(0.39)
— — —	(0.40)
—	(0.41)
—	(0.42)
— — —	(0.43)
—	(0.44)
— —	(0.45)
	(0.46)
	(0.47)
— — — —	(0.48)
— —	(0.49)
	(0.50)
	(0.51)

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$	(0.52)
$\frac{1}{2}$	(0.53)
$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$	(0.54)
	(0.55)
	(0.56)
$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$	(0.57)
$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$	(0.58)
	(0.59)
$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7}$	(0.60)
$\frac{1}{2}$	(0.61)
$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$	(0.62)
	(0.63)
	(0.64)
$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$	(0.65)
$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$	(0.66)
	(0.67)
$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$	(0.68)
$\frac{1}{2}$	(0.69)
	(0.70)
	(0.71)
$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$	(0.72)

<

$\frac{1}{2}$	(0.73)
$\frac{1}{2}$	(0.74)
$\frac{1}{2}$	(0.75)

—	(0.76)
—	(0.77)
—	(0.78)
—	(0.79)
—	(0.80)

## 2. Annexe 2 : Code Scilab de la ventouse sous FEMM

**function data=Ventous\_FEMM(z, I, sat)**

```

exec('C:\femm42\scifemm\scifemm.sci',-1)// L'appelle de FEMM
openfemm(1)
newdocument(0);
f=0; // Mode statique fréquence = 0
F=f; // fréquence de simulation
L=100; // Profondeur en mm
mi_probdef(F, 'millimeters', 'planar', 1e-16, L, 33.8,0); //Problem plan 2D

a=20 ;b=20 ;c=50 ;d=30 ;e=2 ;i=7 ;f=15; // Géométrie de la ventouse (voir figure 2)
sigma_cu = 58; // la conductivité du cuivre
Nspires=100; // Le nombre des spires dans la bobines

// ----- Définition des nœuds -----
x1=-c/2-a; y1=0;
x2=x1; y2=d+b;
x3=c/2+a; y3=y2;
x4=x3; y4=y1;
x5=c/2; y5=y4;
x6=x5; y6=d;
x7=-x6; y7=y6;
x8=-x5; y8=y1;
x9=x5-i; y9=y5+i;
x10=x9; y10=y6-i;
x11=x8+i; y11=y10;
x12=x11; y12=y9;
x13=x1; y13=y1-e+z;
x14=x4; y14=y13;
x15=x14; y15=y14-f;
x16=x13; y16=y15;
// ----- Définition du forme de la ventouse -----
// définition du frontiere du système
mi_drawrectangle(-100,-100,100,100);

// définition du stator (sous forme U)
mi_drawpolygon([x1,y1;x2,y2;x3,y3;x4,y4;x5,y5;x6,y6;x7,y7;x8,y8]);

// définition de la partie mobile (La porte)
mi_drawrectangle(x16,y16,x14,y14);

```

```

// définition de la bobine
mi_drawrectangle(x12,y12,x10,y10);

mi_zoomnatural

// ----- définition des différents matériaux -----
mi_addmaterial('Air', 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0);
mi_addmaterial('bobine', 1, 1, 0, 0, sigma_cu);
mi_addmaterial('SMP1171', 300, 300, 0, 0, 0.0002, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0);
mi_addmaterial('SMP1182', 130, 130, 0, 0, 0.0002, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0);
// Le phénomène de saturation des matériaux ferromagnétiques
if sat==1 then
  // --- SMP1171 ---
  mi_addbhpnt('SMP1171',0,0);
  mi_addbhpnt('SMP1171',0.02,100);
  mi_addbhpnt('SMP1171',0.065000000000000002,200);
  mi_addbhpnt('SMP1171',0.100000000000000001,300);
  mi_addbhpnt('SMP1171',0.125,400);
  mi_addbhpnt('SMP1171',0.200000000000000001,560);
  mi_addbhpnt('SMP1171',0.34999999999999998,900);
  mi_addbhpnt('SMP1171',0.400000000000000002,1000);
  mi_addbhpnt('SMP1171',0.5,1333);
  mi_addbhpnt('SMP1171',0.59999999999999998,1666);
  mi_addbhpnt('SMP1171',0.69999999999999996,2000);
  mi_addbhpnt('SMP1171',0.800000000000000004,2333);
  mi_addbhpnt('SMP1171',0.900000000000000002,2666);
  mi_addbhpnt('SMP1171',1,3000);
  mi_addbhpnt('SMP1171',1.100000000000000001,4000);
  mi_addbhpnt('SMP1171',1.2,5000);
  mi_addbhpnt('SMP1171',1.3,6000);
  mi_addbhpnt('SMP1171',1.5,10000);
  mi_addbhpnt('SMP1171',1.600000000000000001,14000);
  mi_addbhpnt('SMP1171',1.7,18000);
  mi_addbhpnt('SMP1171',1.72,20000);
  mi_addbhpnt('SMP1171',1.840000000000000001,30000);
  mi_addbhpnt('SMP1171',1.90999999999999999,40000);
  mi_addbhpnt('SMP1171',1.99,100000);
  B_SMP1171=[0 0.02 0.065000000000000002 0.100000000000000001 0.125 0.200000000000000001
0.34999999999999998 0.400000000000000002 0.5 0.59999999999999998 0.69999999999999996
0.800000000000000004 0.900000000000000002 1 1.100000000000000001 1.2 1.3 1.5 1.600000000000000001
1.7 1.72 1.840000000000000001 1.90999999999999999 1.99];
  H_SMP1171=[0 100 200 300 400 560 900 1000 1333 1666 2000 2333 2666 3000 4000 5000 6000
10000 14000 18000 20000 30000 40000 100000];
  // --- SMP1182 ---
  mi_addbhpnt('SMP1182',0,0);
  mi_addbhpnt('SMP1182',0.01,100);
  mi_addbhpnt('SMP1182',0.050000000000000003,300);
  mi_addbhpnt('SMP1182',0.080000000000000002,400);
  mi_addbhpnt('SMP1182',0.095000000000000001,500);
  mi_addbhpnt('SMP1182',0.11,600);
  mi_addbhpnt('SMP1182',0.125,700);
  mi_addbhpnt('SMP1182',0.14999999999999999,800);
  mi_addbhpnt('SMP1182',0.185,900);
  mi_addbhpnt('SMP1182',0.20999999999999999,1000);
  mi_addbhpnt('SMP1182',0.38,2000);
  mi_addbhpnt('SMP1182',0.5,3000);

```

```

mi_addbhpoint('SMP1182',0.5999999999999998,4000);
mi_addbhpoint('SMP1182',0.6999999999999996,5000);
mi_addbhpoint('SMP1182',0.8000000000000004,6000);
mi_addbhpoint('SMP1182',0.88,7000);
mi_addbhpoint('SMP1182',1,9000);
mi_addbhpoint('SMP1182',1.05,10000);
mi_addbhpoint('SMP1182',1.3999999999999999,20000);
mi_addbhpoint('SMP1182',1.6000000000000001,30000);
mi_addbhpoint('SMP1182',1.7,40000);
mi_addbhpoint('SMP1182',1.77,50000);
mi_addbhpoint('SMP1182',1.8500000000000001,100000);
B_SMP1182=[0 0.01 0.05000000000000003 0.08000000000000002 0.09500000000000001 0.11
0.125 0.14999999999999999 0.185 0.20999999999999999 0.38 0.5 0.5999999999999998
0.6999999999999996 0.8000000000000004 0.88 1 1.05 1.3999999999999999 1.6000000000000001 1.7
1.77 1.8500000000000001];
H_SMP1182=[0 100 300 400 500 600 700 800 900 1000 2000 3000 4000 5000 6000 7000 9000 10000
20000 30000 40000 50000 100000];
end
// Définition des groupes
Air=1;
Bobine=2;
Stator_U=3;
Mobile_Porte=4;
// ----- Définition des blocs -----
NI=Nspires*I;
mi_addcircprop('I+',NI,1);
// L'air
mi_addblocklabel(0,0);
mi_selectlabel(0,0);
mi_setblockprop('Air',1,0,'<None>',0,Air,0);
mi_clearselected;
// La bobine
mi_addblocklabel((x9+x12)/2,(y9+y10)/2);
mi_selectlabel((x9+x12)/2,(y9+y10)/2);
mi_setblockprop('bobine',1,0,'I+',0,Bobine,0);
mi_clearselected;
// Le stator sous forme U
mi_addblocklabel((x3+x2)/2,(y2+y7)/2);
mi_selectlabel((x3+x2)/2,(y2+y7)/2);
mi_setblockprop('SMP1171',1,0,'<None>',0,Stator_U,0);
mi_clearselected;
// La partie mobile (La porte)
mi_addblocklabel((x13+x14)/2,(y13+y16)/2);
mi_selectlabel((x13+x14)/2,(y13+y16)/2);
mi_setblockprop('SMP1182',1,0,'<None>',0,Mobile_Porte,0);
mi_clearselected;
// -----Les conditions limites-----
// Condition aux limites de Dirichlet
mi_addboundprop('A_0',0,0,0,0,0,0,0,0,0);

mi_seteditmode('segments')
mi_selectsegment(-100,0);
mi_selectsegment(100,0);
mi_selectsegment(0,100);
mi_selectsegment(0,-100);
mi_setsegmentprop('A_0',0,0,0,0);
mi_clearselected

```

```

// -----Résolution du problème-----
mi_saveas('Ventouse.fem');
mi_analyse;
mi_loadsolution;
// Calcul de la force
mo_groupselectblock(Mobile_Porte);
Fy=mo_blockintegral(19);
mo_clearblock;
// Calcul de l'énergie & Co-énergie
mo_groupselectblock();
CoW_t=mo_blockintegral(17);
Wm_t=mo_blockintegral(2);
mo_clearblock;

mo_close;
mi_close;
closefemm;

data=[Fy;CoW_t;Wm_t];
endfunction

```

### 3. Annexe 3 : Code Scilab de la ventouse analytique

```

function Force=Ventous_Analytique(entrefer, Nspires, I)
    eps=1e-8; // Précision de dérivation
    //entrefer -----> (scalaire ou vecteur)
    // ----Les perméabilités ----
    mu_stator=300; //SMP1171
    mu_mobile=130; //SMP1182
    mu_0=4*pi*(1e-7);

    mu_e1=mu_0;
    mu_e2=mu_0;
    mu_1=mu_0*mu_stator;
    mu_2=mu_1;
    mu_3=mu_2;
    mu_4=mu_0*mu_mobile;
    mu_5=mu_4;
    mu_6=mu_5;
    for k=1:length(entrefer)
        //----- Géométrie de la ventouse-----
        a=20*1e-3 ;b=20*1e-3 ;c=50*1e-3 ;d=30*1e-3 ;e=2*1e-3 ;i=7*1e-3 ;f=15*1e-3 ;L=100*1e-3;
        // ----- Calcul de l'induction d'entrefer -----
        NI=Nspires*I;
        ent=[entrefer(k)-eps entrefer(k) entrefer(k)+eps];

        gama_1=ent/mu_e1+(d+b/2)/mu_1+a*(c+a)/(b*mu_2)+(d+b/2)/mu_3+ent/mu_e2+(f/2+a/2)/mu_4+(a*c)/(
mu_5*f)+(f/2+a/2)/mu_6;
        Be1=NI./gama_1; // pour la démonstartion (Voir partie 2 : modèle analytique)

        //-----Les inductions magnétique dans les differents partie de la ventouse-----
        B1=Be1;
        B2=B1*a/b;
        B3=B1;
        Be2=B3;
        B4=Be2;
        B5=B4*a/f;
    end
endfunction

```

```

B6=B4;
// ----- Calcul des volums -----
Ve1=a*ent*L;
Ve2=Ve1;
V1=(d+d+b)*a*L/2;
V2=(c+c+2*a)*b*L/2;
V3=V1;
V4=f*a*L;
V5=c*f*L;
V6=V4;
// ----- Calcul des Co-énergies -----
CoW_e1=(0.5/mu_e1)*(Be1.^2).*Ve1;
CoW_e2=(0.5/mu_e2)*(Be2.^2).*Ve2;
CoW_1=(0.5/mu_1)*(B1.^2)*V1;
CoW_2=(0.5/mu_2)*(B2.^2)*V2;
CoW_3=(0.5/mu_3)*(B3.^2)*V3;
CoW_4=(0.5/mu_4)*(B4.^2)*V4;
CoW_5=(0.5/mu_5)*(B5.^2)*V5;
CoW_6=(0.5/mu_6)*(B6.^2)*V6;
CoW_analytique=CoW_e1+CoW_e2+CoW_1+CoW_2+CoW_3+CoW_4+CoW_5+CoW_6;
// ----- Calcul de la force -----
Force(k)=-(CoW_analytique(3)-CoW_analytique(1))/(ent(3)-ent(1));
end
endfunction

```

#### 4. Annexe 4 : Code Scilab de la ventouse réluctances

```

function Force=Ventous_Reluctances(entrefer, alpha_vect, Nspires, I)
    eps=1e-8; // Précision de dérivation
    // entrefer ---> scalaire ou vecteur
    // alpha_vect= vecteur d'ajustement des réluctances =[alpha_1 alpha_2 alpha_3 alpha_4 alpha_5
    alpha_6]
    for k=1:length(entrefer)
        ZZ=[entrefer(k)-eps entrefer(k) entrefer(k)+eps]; // [x0-dx x0 x0+dx]
        //----- Géométrie de la ventouse-----
        a=20*1e-3 ;b=20*1e-3 ;c=50*1e-3 ;d=30*1e-3 ;e=2*1e-3 ;i=7*1e-3 ;f=15*1e-3 ;L=100*1e-3;
        mu_stator=300; //Perméabilité du stator (SMP1171)
        mu_mobile=130; //perméabilité de la partie mobile (SMP1182)
        mu_0=4*%pi*(1e-7); //perméabilité de l'air

        // ----Coefficient alpha d'ajustement de R4 pour prendre en compte de flux des fuites----
        ZZmax=3e-3;
        ZZmin=0.1e-3;
        alpha_max=1.045;
        alpha_min=1.044;
        Mat=[ZZmax 1;ZZmin 1];
        CC=inv(Mat)*[alpha_max;alpha_min];
        C1=CC(1);
        C2=CC(2);
        alpha=C1*ZZ+C2;
        //-----La perméabilité de chaque partie de la ventouse-----
        mu_e1=mu_0;
        mu_e2=mu_0;
        mu_1=mu_0*mu_stator;
        mu_2=mu_1;
        mu_3=mu_2;
        mu_4=mu_0*mu_mobile;
    end
end

```



```

mu_5=mu_4;
mu_6=mu_5;
// -----Calcul analytique des réductances -----
R1=alpha_vect(1)*c/(mu_2*2*b*L);
R2=alpha_vect(2)*%pi*a/(4*mu_3*b*L);
R3=alpha_vect(3)*d/(mu_3*a*L);
R4=alpha_vect(4)*alpha.*ZZ/(mu_e1*a*L);
R5=alpha_vect(5)*(1/mu_4)*(a*%pi/4)/(a*L);
R6=alpha_vect(6)*(1/mu_5)*c/(f*L);
Req=2*R1+2*R2+2*R3+2*R4+2*R5+R6;
// -----Calcul de la Co-énergie-----
NI=Nspires*I;
CoW_Reluctance=0.5*(NI^2)/Req;
// -----Calcul de la force -----
Force(k)=(CoW_Reluctance(3)-CoW_Reluctance(1))/(ZZ(1)-ZZ(3)); F=(CoW(x0+dx)-CoW(x0-  
dx))/(2*dx)
end
endfunction

```

## 5. Annexe 5 : Optimisation de la ventouse réductance

```

clc
clear
exec("Ventous_Reluctances.sce");
exec("Ventous_Analytique.sce")
// La force en fonction de l'entrefer et le vecteur à optimisé
function Force=modele_ventouse(entrefer, alpha_vect)
    eps=1e-8; // précision de dérivation
    I=15;
    Nspires=100;
    Force=Ventous_Reluctances(entrefer,alpha_vect,Nspires,I);
endfunction
// L'écart à minimiser
function e=myfun(alpha_vect, entrefer, Force_FEMM, wm)
    e = wm.*(modele_ventouse(entrefer, alpha_vect)-Force_FEMM);
endfunction
// ----- Data -----
load("Force_FEMM_Npts200_I15.dat","Force_FEMM","entrefer");
m=length(Force_FEMM);
wm = ones(m,1);
//-----
alpha_vect0=[1.0313646 1.0022857 1.0043655 1.0245892 1.0052748 1.0111935];
n=length(alpha_vect0);
xinf=0.5*ones(n,1);
xsup=1.5*ones(n,1);
//[f,alpha_vect_opt, gopt] = leastsq(list(myfun,entrefer,Force_FEMM,wm),"b",xinf,xsup,alpha_vect0)
load("alpha_optimal.dat","alpha_vect_opt")
entrefer=entrefer';

Force=modele_ventouse(entrefer, alpha_vect_opt);
Force_ana=Ventous_Analytique(entrefer,100,15);
figure
plot(entrefer,Force,entrefer,Force_FEMM)
legend("Force reluctance","Force FEMM")
xlabel("Entrefer en m")
ylabel("La force en N")

```

```
ecart1=(Force_FEMM-Force);  
ecart2=(Force_FEMM-Force_ana);  
figure  
plot(entrefer,ecart1,entrefer,ecart2)  
legend("Ecart FEMM/Reluctance", "Ecart FEMM/Analytique")  
xlabel("Entrefer en m")  
ylabel("Ecart en N")  
//save("alpha_optimal.dat", "alpha_vect_opt");
```