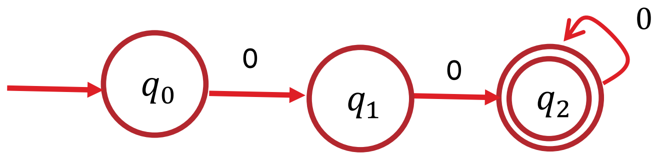
التحويل من NFA إلى DFA

أ. أحمد النحاس

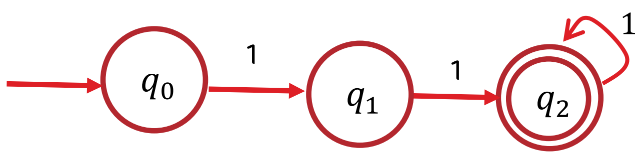
▪ تذكرة: ذكرنا في المحاضرة السابقة أنواع الأوتومات المنتهي وكيفية رسم DFA ،و سنتابع في هذه المحاضرة بعض التمارين عن DFA ونتعلم الـ NFA والتحويل من NFA إلى DFA.

▪ تمرين: ارسم DFA للغة تقبل جميع السلاسل التي تبدأ بـ "00" أو تبدأ بـ "11".

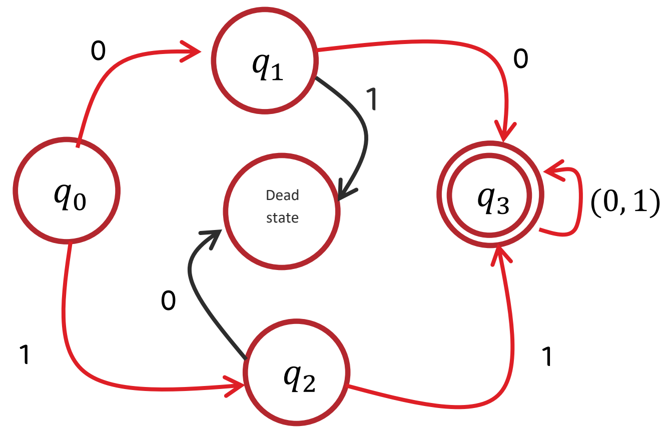
نرسم الأوتومات الذي يقبل سلسلة تبدأ بـ "00".



نرسم الأوتومات الذي يقبل سلسلة تبدأ بـ "11".

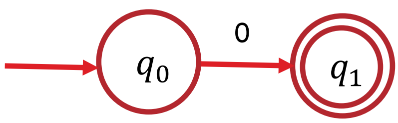


يكون الأوتومات المطلوب هو اجتماع الأوتوماتين السابقين:



▪ تمرين: ارسم DFA يقبل سلسلة تمثل أرقام زوجية في النظام الثنائي المعرفة وفق أبجدية $\sum = \{0,1\}$.

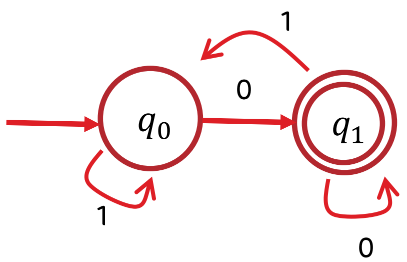
السلسلة "10" مقبولة لأنها تمثل رقم 2 وهو عدد زوجي والسلسلة "11" مرفوضة لأنها تمثل رقم "3" لذلك تكون أصغر سلسلة مقبولة هي "0".



يوجد انتقال من q_1 إلى q_0 عند الرمز "1" لأنه إذا انتهت السلسلة بـ 1 تجعل العدد فردي وهو غير مقبول مثل "0101".

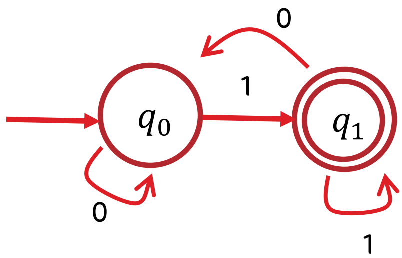
يوجد انتقال من q_1 عائد إلى نفس الحالة عند الرمز "0" وذلك لأنه مهما كان عدد الأصفار التي تنتهي به السلسلة فهو مقبول مثل "11000".

ملاحظة: هنا كتابة الرقم بالتمثيل الثنائي من اليسار لليمين.



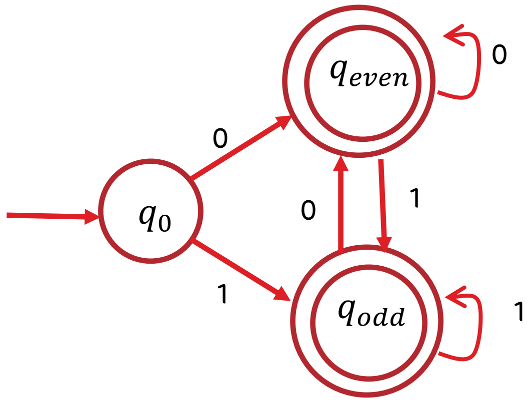
- تمرين: ارسم DFA للغة الذي يقبل سلسلة تمثل أعداد فردية في النظام الثنائي وفق أبجدية $\sum = \{0,1\}$.

نلاحظ أن هذا الاوتومات معاكس للأوتومات السابق.



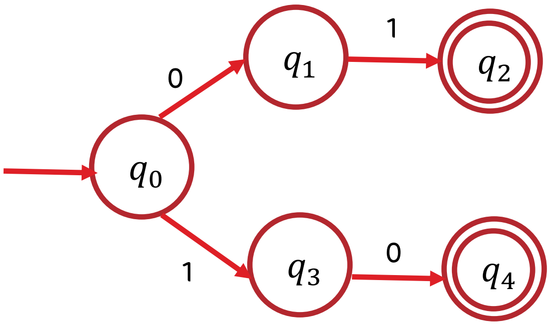
- تمرين: ارسم DFA للغة التي تقبل سلسلة تمثل أعداد فردية أو زوجية في النظام الثنائي.

نلاحظ أن هذا النوع من الأوتومات هو اجتماع للأوتوماتين السابقين:



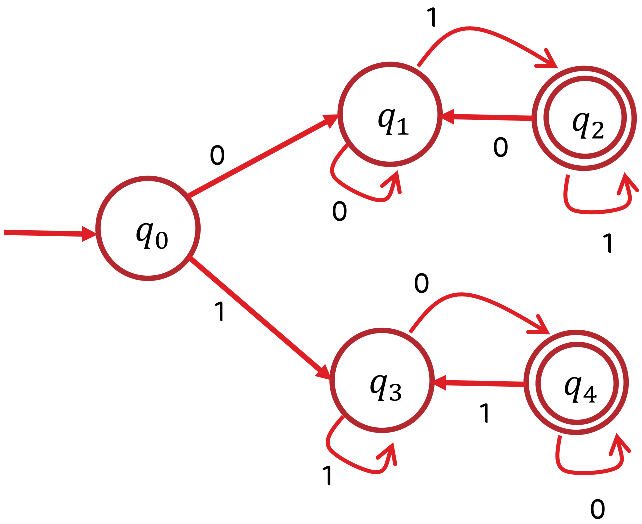
- تمرين: ارسم DFA للغة تقبل جميع السلاسل التي تبدأ وتنتهي برمزين مختلفين

أصغر سلسلتين مقبولتين هما "01" أو "10"، نرسم الأوتومات الذي يقبل هذه السلسلة:



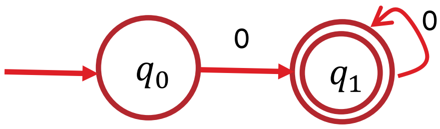
يوجد انتقال من q_2 إلى q_1 عند الرمز "0" لأن السلسلة بدأت بصفر ويجب ألا تنتهي بنفس الرمز إما ترفض السلسلة مثل "010" أو ننتظر أن يكون الرمز التالي "1" مثل "0101".

عند q_1 يوجد انتقال عائد للحالة نفسها عند الرمز "0" وكذلك q_2 يوجد انتقال عائد إلى الحالة نفسها عند الرمز "1" وبنفس المبدأ عند q_3 و q_4 يصبح الأوتومات.



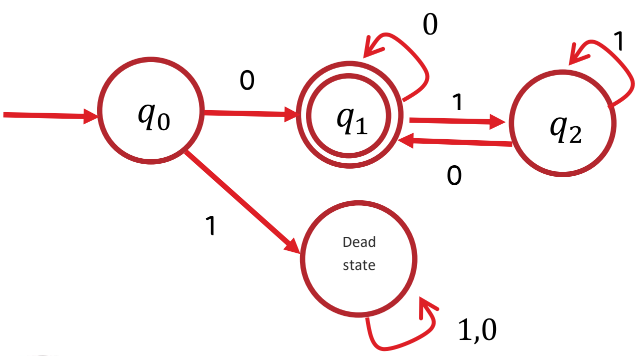
- تمرين: ارسم أوتومات يبدأ وينتهي بـ 0.

أصغر سلسلة مقبولة هي "00".



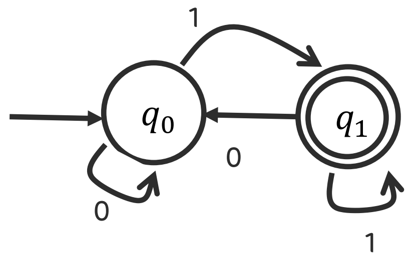
جميع السلاسل التي تبدأ وتنتهي بـ "0" مقبولة مثل "01110" لذلك نرسم حالة q_2 تعبر عن هذه السلاسل.

مع ملاحظة أن السلاسل التي تبدأ بـ "1" غير مقبولة لذا يوجد انتقال من q_0 إلى حالة ميتة عند الرمز "1".

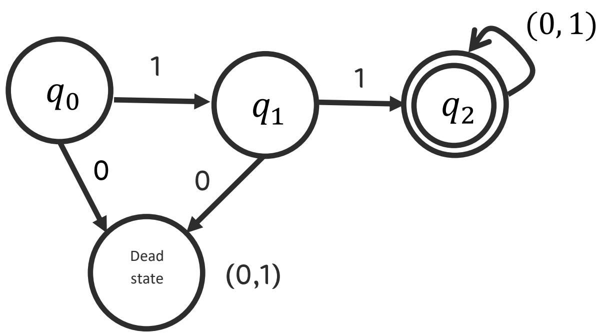


- التمارين السابقة كانت عبارة عن رسم DFA للغة ما مع العلم أن جميعها كانت وفق أبجدية $\Sigma = \{0,1\}$، في الفقرة القادمة سنقوم بحل تمارين معاكسة أي إيجاد اللغة التي يعبر عنها هذا الأوتومات.

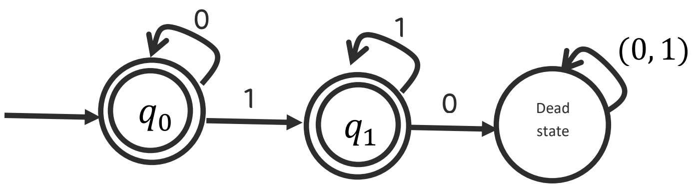
- ما هي اللغات التي يقبلها الأوتومات المُعبَر عنه ؟



- يقبل جميع السلاسل التي تنتهي بالرمز "1".



- يقبل جميع السلاسل التي تبدأ بـ "11".



- يقبل السلاسل المكونة من أصفار لأن q_0 حالة نهائية.
- يقبل السلاسل المكونة من واحدات فقط لوجود انتقال من q_0 إلى q_1 و وجود q_1 عائدة لنفسها عند الرمز "1".
- يقبل السلاسل التي تبدأ بأصفار وتنتهي بواحدات.
- السلاسل التي تحوي "10" غير مقبولة لوجود حالة ميتة بعد الانتقال "1".

وبالتالي فإن هذا الأوتومات يميز لغة تقبل جميع السلاسل التي لا تحوي على الجزئية "10" وفق أبجدية $\Sigma = \{0,1\}$.

Format Definition of FA

نعبر عنه بخماسية كالتالي: $(\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$

حيث أن:

Σ : أبجدية اللغة.

Q : حالات الأتومات المنتهية.

q_0 : الحالة الابتدائية للأتومات (هناك دوماً حالة ابتدائية واحدة فقط).

F : مجموعة منتهية من الحالات النهائية.

δ : تابع الانتقال: $\delta: Q \times \Sigma \to Q$ يتم التعبير عنه بـ Transition Table.

$$q_0 \subseteq Q, F \subseteq Q$$

ملاحظة: يتم تمثيل الأوتومات إما عن طريق Transition Diagram كما مر معنا سابقاً أو عن طريق Transition Table (و هو ما سيمر معنا تالياً).

مثال:

ليكن لدينا $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F), \Sigma = \{0,1\}$

q_0 ، $F = \{q_3\}$

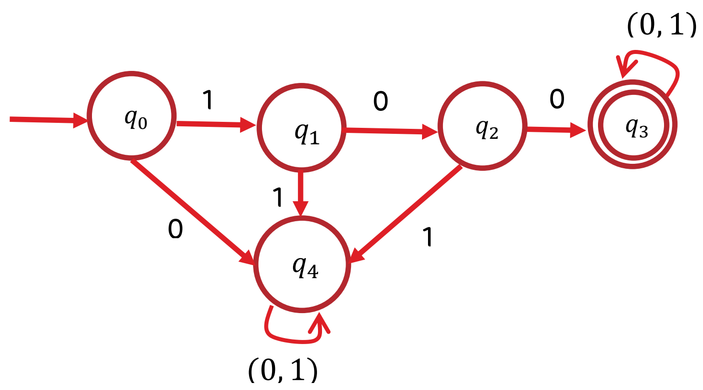
δ *is discribed as:*

	δ	0	1
حالة بدائية ←	q_0	q_4	q_1
	q_1	q_2	q_4
	q_2	q_3	q_4
★ حالة نهائية	q_3	q_3	q_3
	q_4	q_4	q_4

يقرأ الجدول كالتالي:

انتقال الـ q_0 عند الرمز "0" للحالة q_4 والانتقال من q_0 عند الرمز "1" للحالة q_1 وهكذا...

نرسم الأوتومات Transition diagram:



ملاحظة : الحالة q_4 حالة ميتة.

هذا الأوتومات يميز لغة تقبل جميع السلاسل التي تبدأ بـ "100" وفق الأبجدية $\sum = \{0,1\}$.

NFA

كما ذكرنا سابقا أن الأوتومات المنتهي غير الحتمي NFA يختلف عن DFA بأنه من الممكن أن يكون هناك أكثر من انتقال عند رمز من رموز الأبجدية أو لا يوجد أي انتقال.

مثلاً: يمكن الانتقال من q_0 إلى q_1 وإلى q_2 عند نفس الرمز.

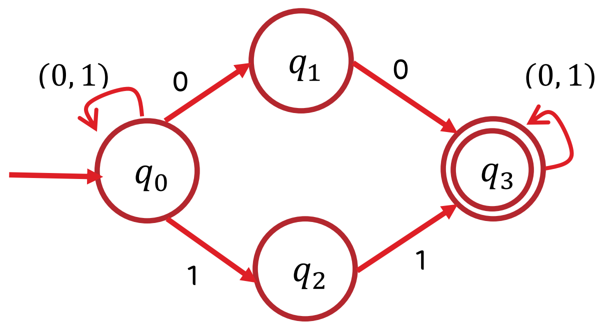
مثال: ارسم NFA من أجل:

$$M = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0,1\}, \delta, q_0, \{q_3\})$$

δ	0	1
q_0	q_0, q_1	q_0, q_2
q_1	q_3	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	q_3
q_3	q_3	q_3

يوجد انتقال من q_0 إلى q_1 وإلى q_0 نفسها عند الرمز 0 لا يوجد انتقال من الحالة q_1 عند الرمز 1 وهكذا.

يكون الأوتومات.



التحويل من NFA إلى DFA

لكي نحول من NFA إلى DFA يجب أن نحقق شرط أنه يوجد انتقال واحد فقط عند كل رمز من رموز الأبجدية و سنوضح آلية الحل في المثال التالي:

مثال:

حول الأوتومات التالي من NFA إلى DFA.

$$M = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_1\})$$

δ	a	b
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_1\}$
q_1	$\emptyset$	q_0, q_1

الحل:

نرسم جدول انتقالات جديد للأوتومات DFA كالتالي:

أولاً: نضع الحالة البدائية ونجد الانتقالات:

δ	a	b
$[q_0]$	$[q_0, q_1]$	$q_1]$

ثانياً: نلاحظ ظهور حالتين جديتين $[q_1]$ و $[q_0,q_1]$ نوجد الانتقالات عند كل حالة بناء على جدول NFA السابق:

δ	a	b
$[q_0]$	$[q_0,q_1]$	$[q_1]$
$[q_1]$	$\emptyset$	$[q_0,q_1]$

نوجد الآن انتقال عن الحالة $[q_0,q_1]$ وهي اجتماع انتقال كل حالة عند كل رمز أي أن انتقال q_1 عند الرمز a هو $\emptyset$ وانتقال q_0 عند الرمز a هو $[q_0,q_1]$.

يكون انتقال $[q_0,q_1]$ اجتماع الحالتين السابقتين.

$$\delta`([q_0,q_1]) = \emptyset \cup [q_0,q_1] = [q_0,q_1]$$

وبنفس المبدأ عند الرمز b

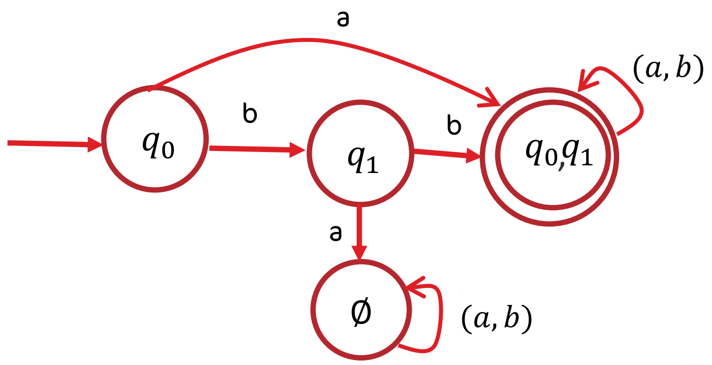
$$\delta`([q_0,q_1],b) = [q_0,q_1]$$

$\delta`$	a	b
$[q_0]$	$[q_0,q_1]$	$[q_1]$
$[q_1]$	$\emptyset$	$[q_0,q_1]$
$[q_0,q_1]$	$[q_0,q_1]$	$[q_0,q_1]$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

نلاحظ أنه لم يظهر لدينا حالات جديدة.

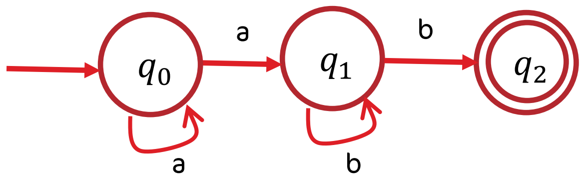
إذا حالات هذا الأوتومات DFA هي:

$$Q = \{[q_0],[q_1],[q_0,q_1],\emptyset\}$$



مثال:

ليكن لدينا أوتومات NFA التالي حوله لـ DFA.



الحل: نرسم جدول الـ NFA:

	δ	a	b
→	q_0	q_0,q_1	$\emptyset$
	q_1	$\emptyset$	q_1,q_2
★	q_2	$\emptyset$	$\emptyset$

نرسم جدول الـ DFA:

1. نضع الحالة البدائية وانتقالاتها في الجدول.

	$\delta`$	a	b
→	$[q_0]$	$[q_0,q_1]$	$[\emptyset]$

2. يوجد حالة جديدة $[q_0,q_1]$ نضيفها إلى الحالات ونجد الانتقالات عندها.

$\delta`$	a	b
$[q_0]$	$[q_0,q_1]$	$[\emptyset]$
$[q_0,q_1]$	$[q_0,q_1]$	$[q_1,q_2]$

3. يوجد حالة جديدة $[q_1,q_2]$ نضيفها إلى الحالات ونجد الانتقالات.

$$\delta`([q_1,q_2],a) = \delta([q_1],a) \cup \delta([q_2],a) = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset$$

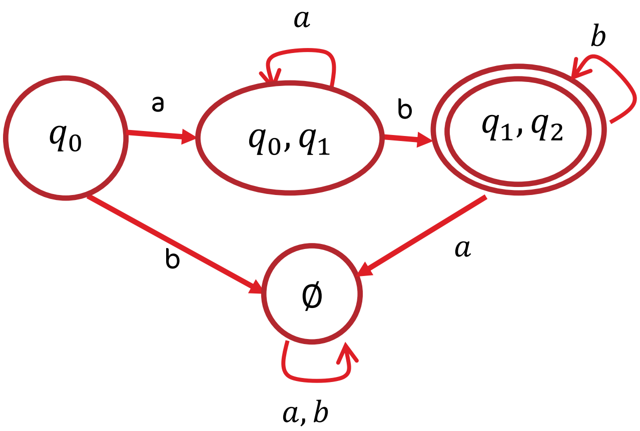
$$\delta`([q_1,q_2],b) =$$
$$\delta([q_1],b) \cup \delta([q_2],b) = [q_1,q_2] \cup \emptyset$$
$$= [q_1,q_2]$$

$\delta`$	a	b
$[q_0]$	$[q_0,q_1]$	$[\emptyset]$
$[q_0,q_1]$	$[q_0,q_1]$	$[q_1,q_2]$
$[q_1,q_2]$	$[\emptyset]$	$[q_1,q_2]$

أخيرا الانتقالات عند $\emptyset$

	$\delta`$	a	b
→	$[q_0]$	$[q_0,q_1]$	$[\emptyset]$
	$[q_0,q_1]$	$[q_0,q_1]$	$[q_1,q_2]$
★	$[q_1,q_2]$	$[\emptyset]$	$[q_1,q_2]$
	$[\emptyset]$	$[\emptyset]$	$[\emptyset]$

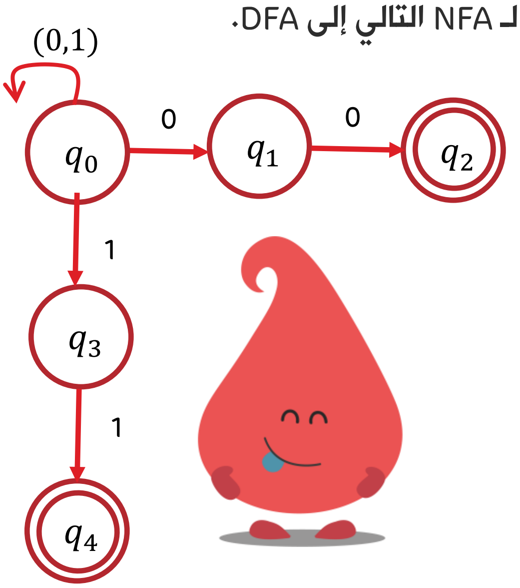
الآن يمكننا رسم الـ DFA:



ملاحظة: الحالة النهائية لـ DFA هي كل حالة تحوي حالة نهائية من حالات NFA مثلا q_2 حالة نهائية لـ NFA تكون الحالة النهائية لـ DFA هي $[q_1,q_2]$.

تمرين:

حول الـ NFA التالي إلى DFA.



الحل: نرسم جدول الـ NFA:

	δ	0	1
→	q_0	q_0,q_1	q_0,q_3
	q_1	q_2	$\emptyset$
★	q_2	$\emptyset$	$\emptyset$
	q_3	$\emptyset$	q_4
★	q_4	$\emptyset$	$\emptyset$

1. نرسم جدول الـ DFA:

$\delta`$	0	1
$[q_0]$	$[q_0,q_1]$	$[q_0,q_3]$

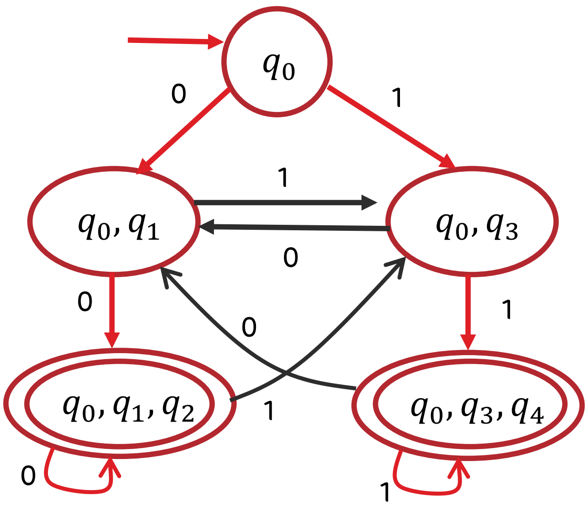
2. يوجد حالات جديدة نوجد انتقالاتها:

$\delta`$	0	1
$[q_0]$	$[q_0,q_1]$	$[q_0,q_3]$
$[q_0,q_1]$	$[q_0,q_1,q_2]$	$[q_0,q_3]$
$[q_0,q_3]$	$[q_0,q_1]$	$[q_0,q_3,q_4]$

3. يوجد حالات جديدة:

$\delta`$	0	1
$[q_0]$	$[q_0, q_1]$	$[q_0, q_3]$
$[q_0, q_1]$	$[q_0, q_1, q_2]$	$[q_0, q_3]$
$[q_0, q_3]$	$[q_0, q_1]$	$[q_0, q_3, q_4]$
$[q_0, q_1, q_2]$	$[q_0, q_1, q_2]$	$[q_0, q_3]$
$[q_0, q_3, q_4]$	$[q_0, q_1]$	$[q_0, q_3, q_4]$

نلاحظ أن الأوتومات DFA خمس حالات:



الأوتومات يعرف لغة تقبل جميع السلاسل التي تنتهي بـ "00" أو "11".

ملاحظة: طريقة تحويل من NFA إلى DFA المذكورة في النظري المحاضرة 2 تختلف عن طريقة العملي.

في محاضرات النظري:

للتحويل من NFA إلى DFA نقوم بإيجاد مجموعة المجموعات الجزيئة لمعرفة جميع الانتقالات وبالتالي قد تحوي على حالات من النوع:

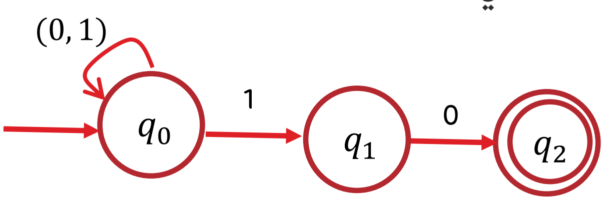
(Unreached state, dead state)

وقد تكون الحالات كثيرة.

أما الطريقة المذكورة في محاضرات العملي أبسط وأسهل فهي توجد الأوتومات المكافئ بأقل عدد حالات أي بدون ظهور حالات ميتة.

تمرين:

لدينا NFA التالي:



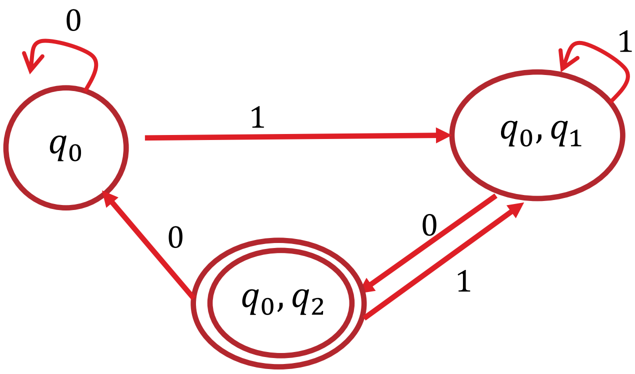
جدول الـ NFA:

δ	0	1
q_0	q_0	q_0, q_1
q_1	q_2	$\emptyset$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$

جدول الـ DFA:

	$\delta`$	0	1
→	$[q_0]$	$[q_0]$	$[q_0, q_1]$
	$[q_0, q_1]$	$[q_0, q_2]$	$[q_0, q_1]$
★	$[q_0, q_2]$	$[q_0]$	$[q_0, q_1]$

يكون الـ DFA المكافئ:



~~انتهت المحاضرة~~