



Institut National de Statistique  
et d'Economie Appliquée

## RAPPORT DE PROJET ALM

# Temporaire décès à prime unique

Préparé par:

Mr HAMOUTNI Anas

Mlle Doukhou Sarah

Sous la direction de :

Mr BOUMASSAOUD Mohamed

Année Universitaire 2018/2019

## I. Première Partie :

### 1. Description du produit : Décès temporaire

Une assurance temporaire décès  $n$  années paye une prestation du décès à la fin de l'année de décès, si et seulement si le décès survient dans les  $n$  premières années suivant l'émission du contrat. La valeur présente de la prestation est :

$$\bullet Z = \begin{cases} v^{K_x+1} & K_x = 0, \dots, n-1 \\ 0, & K_x = n, n+1, \dots \end{cases}$$

• La prime nette de cette assurance est

$$\bullet {}_nA_x = A_{x:\overline{n}|}^1 = E(Z) = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k|q_x = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_kp_x q_{x+k}$$

$$\bullet \text{Var}(Z) = {}^2A_{x:\overline{n}|}^1 - (A_{x:\overline{n}|}^1)^2 \text{ avec } {}^2A_{x:\overline{n}|}^1 = \sum_{k=0}^{n-1} v^{2(k+1)} {}_kp_x q_{x+k}$$

Notre produit correspond à un contrat temporaire décès à prime unique d'une personne âgée de 35 ans, d'une durée de 25 ans, assurant un capital de 1900000 Dhs ;

#### **Données :**

- Taux technique : 2,75%
- Table de mortalité : TD 88/90.

## 2.1. Calcul de la prime unique:

La prime pure d'un contrat d'assurance vie classique est déterminée en écrivant que les VAP des engagements de l'assuré et de l'assureur sont égales à la date de souscription du contrat. On en déduit l'équation permettant de calculer la prime pure d'un contrat vie :

*VAP (assuré) = VAP (assureur) à la date de souscription du contrat.*

Alors, pour calculer la prime pure, il faut déterminer les VAP des engagements de l'assuré et de l'assureur.

On introduit par suite les nombres de commutation suivants qui n'ont pas un sens particulier mais servent à simplifier l'écriture des calculs.

$$D_x = v^x \cdot I_x \text{ où } v = \frac{1}{1+i} : \text{nombre de survivants actualisés}$$

$${}_nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

$$N_x = \sum_{k=0}^{w-x} D_{x+k}$$

$$C_x = d_x \cdot v^{x+1} : \text{nombre de décès actualisés à l'âge } x$$

$$M_x = \sum_{k=0}^{w-x} C_{x+k} \text{ où } w \text{ est l'âge limite au décès}$$

$$A_{x:n}^1 = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$\text{Calcul VAP(Assureur)} : \text{Capital} * A_{x:n}^1 = \text{Capital} * \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$\text{Calcul VAP(Assuré)} : \text{Prime}^{\text{unique}}$$

$$\text{Prime}^{\text{unique}} = 1900000 * \frac{M_{35} - M_{60}}{D_{35}} = 178631,9018 \text{ Dhs}$$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Taux technique	2,75%		C	1900000		Table mortalité:	TD8890	
2	n	25							
3	x	35		v	0,97323600973		5700		
4									
5	Age	Lx	dx	Dx	Cx	Mx	Nx	Assurance temporaire décès	Primes de risque
6	0	100000	871	100 000,00	847,69	15 881,64	3 142 967,85	35 307,88	-
7	1	99129	72	96 475,91	68,20	15 033,95	3 042 967,85	21 371,77	-
8	2	99057	47	93 825,63	43,33	14 965,75	2 946 491,93	22 064,37	-
9	3	99010	33	91 271,16	29,61	14 922,43	2 852 666,30	23 260,35	-
10	4	98977	29	88 798,77	25,32	14 892,82	2 761 395,14	24 774,85	-
11	5	98948	27	86 396,84	22,94	14 867,50	2 672 596,37	26 436,80	-
12	6	98921	24	84 061,57	19,85	14 844,55	2 586 199,53	28 231,82	-
13	7	98897	21	81 791,90	16,90	14 824,71	2 502 137,95	30 192,22	-
14	8	98876	21	79 585,92	16,45	14 807,80	2 420 346,05	32 322,50	-
15	9	98855	20	77 439,43	15,25	14 791,35	2 340 760,13	34 609,65	-
16	10	98835	21	75 351,60	15,58	14 776,10	2 263 320,70	37 067,15	-
17	11	98814	21	73 319,31	15,16	14 760,52	2 187 969,10	39 662,04	-
18	12	98793	22	71 341,82	15,46	14 745,36	2 114 649,79	42 436,57	-
19	13	98771	26	69 416,97	17,78	14 729,90	2 043 307,97	45 396,50	-
20	14	98745	33	67 541,31	21,97	14 712,11	1 973 891,00	48 500,62	-
21	15	98712	45	65 711,67	29,15	14 690,14	1 906 349,69	51 667,81	-
22	16	98667	61	63 923,81	38,46	14 660,99	1 840 638,02	54 885,10	-
23	17	98606	86	62 174,49	52,77	14 622,53	1 776 714,21	58 129,03	-
24	18	98520	114	60 457,68	68,08	14 569,75	1 714 539,73	61 194,53	-
25	19	98406	129	58 771,50	74,98	14 501,67	1 654 082,05	64 208,22	-
26	20	98277	140	57 123,56	79,20	14 426,69	1 595 310,55	67 314,74	-
27	21	98137	150	55 515,51	82,58	14 347,49	1 538 186,98	70 543,41	-
28	22	97987	157	53 947,11	84,12	14 264,91	1 482 671,47	73 937,08	-
29	23	97830	153	52 419,15	79,79	14 180,78	1 428 724,36	77 596,94	-
30	24	97677	153	50 936,42	77,65	14 101,00	1 376 305,22	81 825,60	-
31	25	97524	151	49 495,50	74,58	14 023,35	1 325 368,80	86 704,70	-

Figure 1 : Calcul de commutations

## 2.2. Calcul de la prime annuelle:

$$\text{Calcul VAP(Assureur)} : \text{Capital} * A_{x:n}^1 = \text{Capital} * \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$\text{Calcul VAP(Assuré)} : \text{Prime}^{\text{annuelle}} * \ddot{a}_{x:n} = \text{Prime}^{\text{annuelle}} * \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

$$\text{Prime}^{\text{annuelle}} = 1900000 * \frac{M_{35} - M_{60}}{N_{35} - N_{60}} = 10117,50085 \text{ Dhs}$$

## 2.3. Calcul de prime de risque :

La durée de notre contrat est de 25 ans, ainsi la prime de risque sera calculée de l'année 0 (année de souscription) à l'année 24 (terme du contrat). En effet on écrit :

$$\text{PRisque (k)} = \text{Capital} * A_{x+k:1}^1 \quad (\forall 0 \leq k \leq 24)$$

Sous les hypothèses spécifiées auparavant, notre prime de risque s'écrit sous la forme :

$$\text{PRisque (k)} = 1900000 * \frac{M_{35+k} - M_{36+k}}{D_{35+k}}$$

Les calculs sont détaillés sur les feuilles Excel « Calculs TD8890 ».

## 3. Les provisions mathématiques:

### 1- Les formules :

$PM_k$  est la provision mathématique d'un contrat à la fin de son  $k^{\text{ème}}$  anniversaire:

$$\text{Pour } k = 0: \quad PM_k = 0$$

$$\text{Pour } 1 \leq k \leq 25: \quad PM_k = \text{VAP (assureur)} - \text{VAP (assuré)}$$

$$PM_k = \text{Capital} * A_{x+k:n-k}^1 - 0$$

$$PM_k = 1900000 * \frac{M_{35+k} - M_{60}}{D_{35+k}}$$

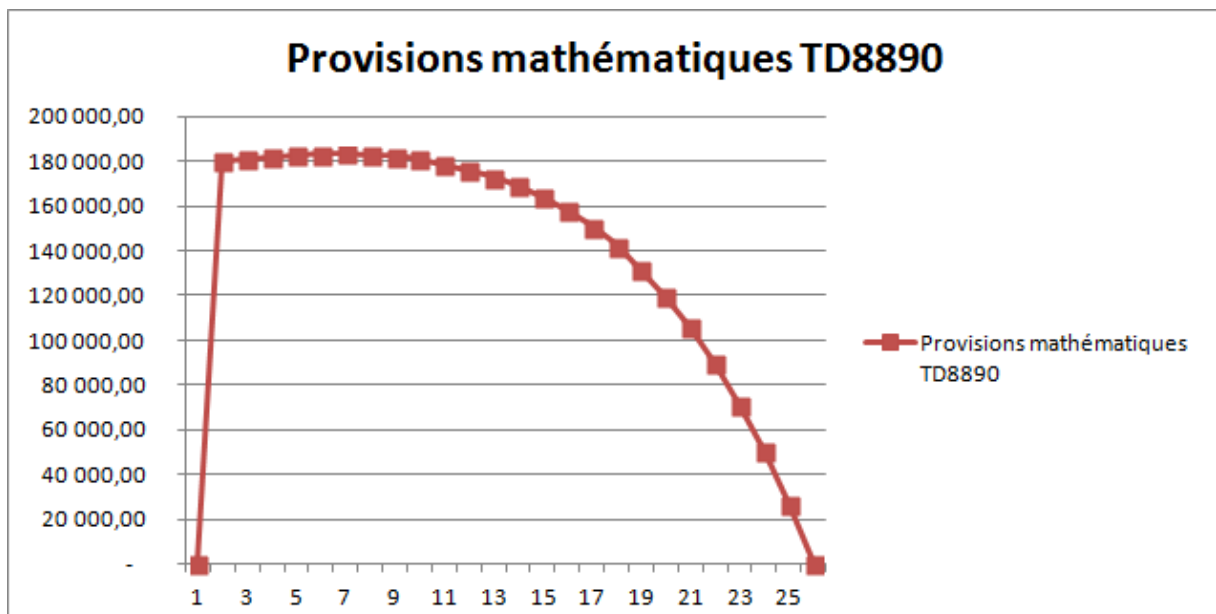
$$\text{Pour } k > 25: \quad PM_k = 0$$

Les calculs sont détaillés sur la feuille Excel « Provisions mathématiques ».

	A	B
1	Année	Provisions mathématiques TD8890
2	0	-
3	1	179 920,34
4	2	181 041,29
5	3	181 952,61
6	4	182 628,48
7	5	183 114,43
8	6	183 257,83
9	7	182 954,14
10	8	182 258,48
11	9	180 805,39
12	10	178 746,38
13	11	176 147,01
14	12	172 944,99
15	13	169 036,31
16	14	164 215,14
17	15	158 165,46
18	16	150 818,87
19	17	142 099,56
20	18	131 784,30
21	19	119 769,62
22	20	105 816,82
23	21	89 534,79

**Figure 2 : Calcul de provisions mathématiques**

Une première observation à faire est que les provisions diminuent à fur et à mesure avec l'année de projection. Cela est dû au fait que pour les contrats d'assurance temporaire decès, la probabilité que l'assureur paye le capital décroît avec le temps.



## Calcul de la marge de solvabilité (MS) :

La marge de solvabilité correspond au montant des fonds propres nécessaire à l'activité courante de l'entreprise, elle présente une garantie qui s'ajoute aux actifs détenus en contre partie des provisions techniques.

La marge de solvabilité exprime ainsi la dotation en fonds propres. Elle est déterminée par la commission spécialiste en la matière comme un coussin de sécurité des sociétés d'assurances pour les deux catégories vie et non vie.

### i. Formule de solvabilité 1 en assurance vie :

$$MSR = \left( [(des\ contrats\ U.C) \times 1\% + PM(des\ autres\ Contrats) \times 5\%] \right. \\ \left. \times Taux_{ret1} + \alpha \times Capital_{sous\ risque} \times Taux_{ret2} \right)$$

Avec :

- **PM : Provisions mathématiques ;**
- **Les contrats U.C : les contrats Unités de Compte ;**
- **Capital<sub>sous risque</sub> : la part du capital assuré qui dépasse les PM ;**
- **Taux<sub>ret1</sub> : Taux de rétention 1**

$$Taux_{ret1} = \max \left\{ \frac{PM_{nette\ de\ réassurance}}{PM_{brute\ de\ Réassurance}}; 85\% \right\}$$

La valeur 85% est justifiée par le fait de capter le défaut du réassureur ;

- **Taux<sub>ret2</sub> : Taux de rétention 2**

$$Taux_{ret2} = \max \left\{ \frac{Capital_{sous\ risque\ nette}}{Capital_{sous\ risque\ brute}}; 50\% \right\}$$

$\alpha$ (Alpha) : Égale 0,3% pour toute assurance **à l'exclusion** des contrats décès temporaire dont la durée est  $\leq 5$  ans :

$$\alpha = \begin{cases} 0.1 & \text{Si durée} \leq 3 \text{ ans} \\ 0.15 & \text{Si durée } ]3 \text{ ans}, 5 \text{ ans}] \end{cases}$$

ii. Finalement, pour notre produit :

Sous l'hypothèse pas de couverture réassurance

$$MS_k = [PM_k \times 5\%] \times 100\% + 0,3\% \times [Capital - PM_k] \times 100\%$$

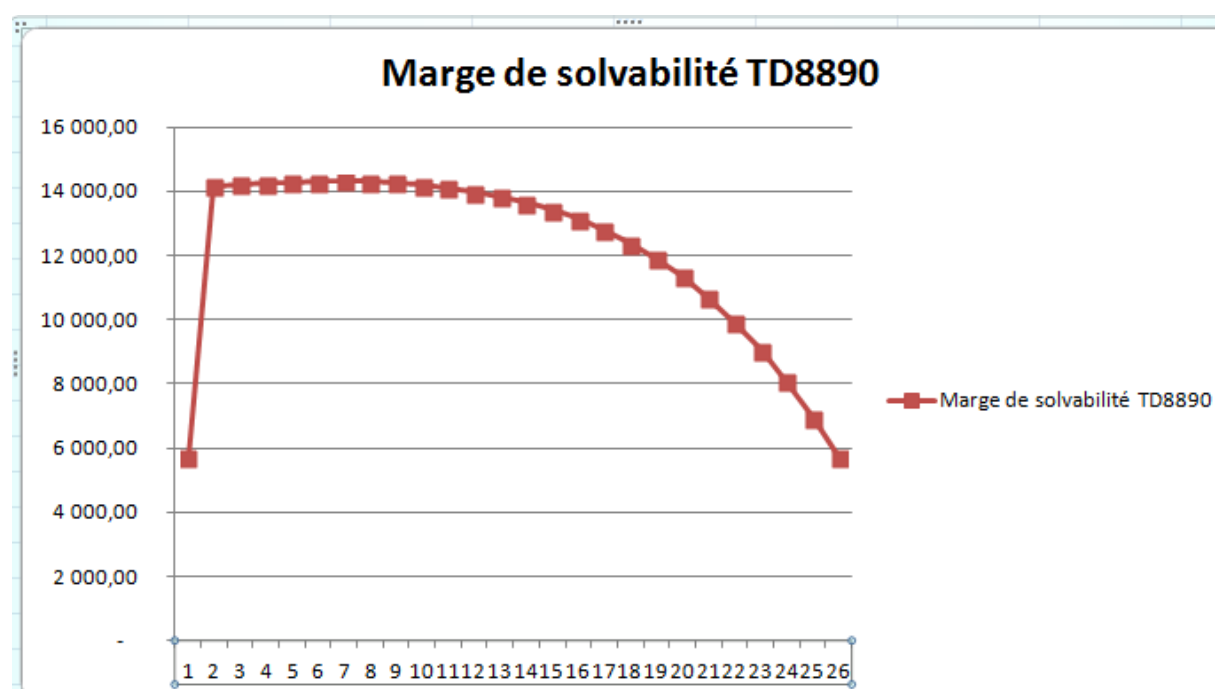
pour  $k = \{0, 1, \dots, 25\}$

Les calculs sont détaillés sur la feuille Excel « Marge de solvabilité ».

	A	B
1	<b>Année</b>	<b>Marge de solvabilité TD8890</b>
2	<b>0</b>	<b>5 700,00</b>
3	<b>1</b>	<b>14 156,26</b>
4	<b>2</b>	<b>14 208,94</b>
5	<b>3</b>	<b>14 251,77</b>
6	<b>4</b>	<b>14 283,54</b>
7	<b>5</b>	<b>14 306,38</b>
8	<b>6</b>	<b>14 313,12</b>
9	<b>7</b>	<b>14 298,84</b>
10	<b>8</b>	<b>14 266,15</b>
11	<b>9</b>	<b>14 197,85</b>
12	<b>10</b>	<b>14 101,08</b>
13	<b>11</b>	<b>13 978,91</b>
14	<b>12</b>	<b>13 828,41</b>
15	<b>13</b>	<b>13 644,71</b>
16	<b>14</b>	<b>13 418,11</b>
17	<b>15</b>	<b>13 133,78</b>
18	<b>16</b>	<b>12 788,49</b>
19	<b>17</b>	<b>12 378,68</b>
20	<b>18</b>	<b>11 893,86</b>
21	<b>19</b>	<b>11 329,17</b>
22	<b>20</b>	<b>10 673,39</b>
23	<b>21</b>	<b>9 998,14</b>

Figure 3 : Calcul de marge de solvabilité





## II. Projection des cash-flows d'un portefeuille

On présente un extrait des calculs élaborés par nos soins dans la feuille « Projection CF avec TD8890 »

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Âge	Année de projection	Survivants TD	Quotient de mortalité $q_x$	Quotient de survie $p_x$	Mortalité d'expérience 80% * $q_x$	Probabilité en vigueur	Probabilité de rachat
2	35	1	95878	0,002106844	0,997893156	0,001685475	100%	0,05
3	36	2	95676	0,002226264	0,997773736	0,001781011	95%	0,05
4	37	3	95463	0,002367409	0,997632591	0,001893927	90%	0,05
5	38	4	95237	0,002520029	0,997479971	0,002016023	85%	0,05
6	39	5	94997	0,002642189	0,997357811	0,002113751	81%	0,05
7	40	6	94746	0,002849725	0,997150275	0,00227978	77%	0,05
8	41	7	94476	0,003111901	0,996888099	0,002489521	73%	0,05
9	42	8	94182	0,00333397	0,99666603	0,002667176	69%	0,05
10	43	9	93868	0,0037606	0,9962394	0,00300848	65%	0,05
11	44	10	93515	0,004084906	0,995915094	0,003267925	62%	0,05
12	45	11	93133	0,004359357	0,995640643	0,003487486	58%	0,05
13	46	12	92727	0,004658837	0,995341163	0,00372707	55%	0,05
14	47	13	92295	0,005005688	0,994994312	0,004004551	52%	0,05
15	48	14	91833	0,005455555	0,994544445	0,004364444	50%	0,05
16	49	15	91332	0,006065782	0,993934218	0,004852626	47%	0,05
17	50	16	90778	0,006686642	0,993313358	0,005349314	44%	0,05
18	51	17	90171	0,007319426	0,992680574	0,005855541	42%	0,05
19	52	18	89511	0,008043704	0,991956296	0,006434963	39%	0,05
20	53	19	88791	0,008784674	0,991215326	0,007027739	37%	0,05
21	54	20	88011	0,009612435	0,990387565	0,007689948	35%	0,05
22	55	21	87165	0,010600585	0,989399415	0,008480468	33%	0,05
23	56	22	86241	0,011421482	0,988578518	0,009137185	31%	0,05
24	57	23	85256	0,012257202	0,987742798	0,009805761	29%	0,05
25	58	24	84211	0,013394925	0,986605075	0,01071594	28%	0,05

Figure 4 : Calcul de la probabilité en vigueur

Ce tableau est un extrait de la projection des cash-flows. Il résume toutes les probabilités utilisées lors de la projection à savoir :

- **Quotient de mortalité** :  $q_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x}$  où  $l_x$  est le nombre de survivants
- **Quotient de survie** :  $p_x = 1 - q_x$
- **Mortalité d'expérience** :  $Morta_x = 80\% \times q_x$
- **Probabilité de rachat** :  $Rachat_k = 5\%$
- **La probabilité du nombre d'affaires en vigueur à l'année k** :

$$p_{v,1} = 100\%$$

$$p_{v,k} = p_{v,k-1} \times (1 - Morta_{k-1} - Rachat_{k-1})$$

La probabilité du nombre d'affaires en vigueur à l'année k sera notée par la suite « Probabilité en vigueur », et permettra de rendre, probabilisés, tous les cash-flows que nous allons mettre en œuvre.

Par suite, on procède à une projection des **Inflows (+)** et **Outflows (-)** probabilisés. Un extrait des résultats est comme suit :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
	Prime probabilisée	Frais probabilisés	Commissions probabilisées	PMk	Variation des PMk probabilisée	Prestations de rachat probabilisées	Produits financiers	Produits financiers probabilisés	Prestations décès
1									
2	178631,9018	90	5358,957054	179 920,34	0	8 546,22	7556,654254	7556,654254	3202,403054
3	169399,2271	85,34830722	5081,976812	181 041,29	1063,0170228	8 154,99	8146,858205	7725,783967	3209,021181
4	160627,5638	80,9288856	4818,826915	181 952,61	819,4625946	7 771,64	8551,772554	7689,83803	3235,772647
5	152291,9687	76,72916788	4568,75906	182 628,48	576,2110733	7 395,71	8583,538477	7317,864053	3265,63094
6	144370,3461	72,7380217	4331,110383	183 114,43	392,7428761	7 029,67	8606,378009	6955,676782	3245,834668
7	136846,6658	68,94737055	4105,399975	183 257,83	109,8595454	6 668,55	8613,118018	6598,353773	3318,345996
8	129692,3523	65,34281721	3890,770569	182 954,14	-220,4863676	6 309,45	8598,844723	6243,030433	3434,193535
9	122884,8628	61,91300403	3686,545885	182 258,48	-478,5603046	5 955,53	8566,148682	5892,844421	3486,138961
10	116412,8641	58,65222093	3492,385923	180 805,39	-946,9694155	5 596,89	8497,853218	5537,977382	3725,140701
11	110241,9951	55,54315585	3307,259854	178 746,38	-1270,7109992	5 239,85	8401,079684	5184,694202	3831,896013
12	104369,6328	52,58448719	3131,088984	176 147,01	-1518,7365889	4 888,59	8278,909513	4837,135681	3871,516927
13	98787,16357	49,77187519	2963,614907	172 944,99	-1770,7867634	4 543,00	8128,414319	4495,182477	3916,179768
14	93479,61874	47,09777818	2804,388562	169 036,31	-2045,4447677	4 201,76	7944,706473	4157,533591	3981,670338
15	88431,29393	44,55428383	2652,938818	164 215,14	-2386,7094495	3 861,48	7718,111405	3820,832513	4105,154432
16	83623,77579	42,13211496	2508,713274	158 165,46	-2832,0609850	3 517,03	7433,776807	3480,008211	4316,195779
17	79036,79213	39,82105783	2371,103764	150 818,87	-3250,5478281	3 169,71	7088,486701	3136,344876	4496,990313
18	74662,15993	37,61698961	2239,864798	142 099,56	-3644,3774643	2 821,16	6678,679408	2791,464599	4650,098637
19	70491,86458	35,5158723	2114,755937	131 784,30	-4070,6185564	2 470,23	6193,861906	2444,226761	4824,803735
20	66513,65879	33,51153535	1995,409764	119 769,62	-4473,6691831	2 118,32	5629,172152	2096,024462	4971,884827
21	62720,5352	31,60044825	1881,616056	105 816,82	-4899,0541256	1 764,81	4973,390348	1746,237381	5130,122423

Figure 5 : Projections des Inflows (+) et Outflows (-) probabilisées

Les inflows sont des cashflows en (+) qui indiquent les produits ou les entrées de ressources de l'entreprise d'assurance. Les outflows, par contre, représentent les sorties de cashflows. Leur calcul, détaillé dans la feuille de calcul « Inflows & Outflows TV8890 » s'établit de la façon suivante :

- **La prime probabilisée** :  $Prime_k = PU \times p_{v,k}$

- **Les frais probabilisés** :  $Frais_k = 90 \times p_{v,k}$

- **Les commissions** :  $Com_k = 3\% \times Prime_k$

- **La variation des réserves mathématiques probabilisée** :

$$\Delta PM_k = (PM_k - PM_{k-1}) \times p_{v,k}$$

A noter que les réserves mathématiques ne sont pas des cashflows, ce sont leurs variations qui sont considérées ainsi.

- **Prestations de rachat probabilisées** :

$$PR_k = PM_k \times p_{v,k} \times 5\% - PM_k \times p_{v,k} \times 5\% \times \text{taux de pénalité}$$

Avec comme hypothèse : taux de pénalité = 5%

- **Produits financiers :**

$$PF_1 = PM_1 \times 4,2\% \text{ (1}^{ère} \text{ année)}$$

$$PF_2 = PM_2 \times 4,5\% \text{ (2}^{ème} \text{ année)}$$

$$PF_k = PM_k \times 4,7\% \text{ (Les autres années suivantes)}$$

- **Produits financiers probabilisés :**

$$PF pr_k = PF_k \times p_{v,k}$$

- **Prestations décès :**

$$PD_k = \begin{cases} \text{Capital décès} \times Morta_k \times p_{v,k}, & \text{si } k < 25 \\ 0, & \text{si } k = 25 \end{cases}$$

Par suite, on s'intéresse à la projection du résultat brut, net et actualisé.

Les formules utilisées sont les suivantes :

- **Résultat brut :**

$$RBrut = Prime_k + PF pr_k - (\Delta PM_k + PD_k + PMat_k + PR_k + Frais_k + Com_k)$$

- **Résultat actualisé :**  $RAct_k = RBrut_k \times (1 + i)^{-k}$

Tenant compte d'une hypothèse sur une taxe égale à 37%, nous pourrions calculer les résultats nets à savoir

- **Résultat net :**  $RNet_k = RBrut_k - 0,37 \times RBrut_k$

- **Résultat net actualisé :**  $RNetAct_k = RNet_k \times (1 + i)^{-k}$

Les calculs sont effectués dans la feuille de calcul « Résultats projetés TV8890 »

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Résultat brut	Résultat brut actualisé	Taxe	Résultat net	Résultat net actualisé			
2	168 990,98	164 468,11	60 853,20	103 614,91	100 841,76			
3	159 530,65	155 260,98	57 446,56	97 814,42	95 196,51			
4	151 590,77	147 533,59	54 587,43	92 946,16	90 458,55			
5	143 726,79	139 880,09	51 755,63	88 124,45	85 765,89			
6	136 253,92	132 607,22	49 064,67	83 542,55	81 306,62			
7	129 173,92	125 716,71	46 515,18	79 201,53	77 081,78			
8	122 456,12	119 178,70	44 096,12	75 082,58	73 073,07			
9	116 066,14	112 959,74	41 795,10	71 164,64	69 259,99		Valeur du profit =	1 421 305,90
10	110 024,74	107 080,04	39 619,61	67 460,42	65 654,91			
11	104 262,85	101 472,36	37 544,77	63 927,59	62 216,63			
12	98 781,72	96 137,93	35 571,03	60 566,89	58 945,88			
13	93 580,56	91 075,97	33 698,11	57 377,86	55 842,20			
14	88 647,68	86 275,11	31 921,79	54 353,32	52 898,61			
15	83 974,71	81 727,21	30 239,07	51 488,14	50 110,11			
16	79 551,77	77 422,65	28 646,38	48 776,27	47 470,82			
17	75 346,06	73 329,50	27 131,91	46 197,58	44 961,15			
18	71 349,26	69 439,67	25 692,68	43 746,99	42 576,15			
19	67 561,41	65 753,19	24 328,68	41 424,51	40 315,83			
20	63 964,22	62 252,29	23 033,35	39 218,94	38 169,28			
21	60 557,67	58 936,91	21 806,66	37 130,25	36 136,50			
22	57 340,50	55 805,84	20 648,16	35 157,68	34 216,72			
23	54 269,39	52 816,92	19 542,26	33 274,66	32 384,10			

Figure 6 : Projections du résultat brut, net et actualisé

Dans ce qui suit, on calculera le coût de capital en utilisant les formules suivantes :

- **MSR probabilisée** :  $MSR pr_k = MSR_k \times p_{v,k}$
- **Variation de la MSR probabilisée** :  $\Delta MSR_k = MSR pr_k - MSR pr_{k-1}$
- **Produits financiers sur MSR** :  

$$PF, MSR_1 = MSR pr_1 \times 4,2\% \text{ (pour la première année)}$$

$$PF, MSR_2 = MSR pr_2 \times 4,5\% \text{ (pour la deuxième année)}$$

$$PF, MSR_k = MSR pr_k \times 4,7\% \text{ (à partir de la troisième année)}$$
- **Taxe sur produits financiers sur MSR** :  $Taxe MSR_k = PF, MSR_k \times 37\%$
- **Coût du capital** :  

$$CoC_k = (PF, MSR_k - Taxe MSR_k - \Delta MSR_k) \times (1 + i)^{-k}$$

Les calculs sont effectués dans la feuille de calcul « Coût de capital »

Nous présentons par suite un extrait de ces calculs :

	A	B	C	D	E	F
1	MSR	MSR probabilisée	Variation MSR	Produits financiers sur MSR	Taxe sur produits financiers sur MSR	Coût de capital
2	14 156,26	14 156,26		594,56	5 237,81	- 4 518,98
3	14 208,94	13 474,54	- 681,71	606,35	4 985,58	- 3 598,56
4	14 251,77	12 815,33	- 659,21	602,32	4 741,67	- 3 387,00
5	14 283,54	12 177,38	- 637,96	572,34	4 505,63	- 3 207,14
6	14 306,38	11 562,42	- 614,96	543,43	4 278,09	- 3 036,21
7	14 313,12	10 965,02	- 597,40	515,36	4 057,06	- 2 865,50
8	14 298,84	10 381,41	- 583,61	487,93	3 841,12	- 2 695,46
9	14 266,15	9 814,00	- 567,41	461,26	3 631,18	- 2 532,86
10	14 197,85	9 252,62	- 561,38	434,87	3 423,47	- 2 362,25
11	14 101,08	8 702,43	- 550,19	409,01	3 219,90	- 2 200,19
12	13 978,91	8 167,49	- 534,94	383,87	3 021,97	- 2 046,87
13	13 828,41	7 647,40	- 520,09	359,43	2 829,54	- 1 897,83
14	13 644,71	7 140,39	- 507,01	335,60	2 641,95	- 1 751,18
15	13 418,11	6 642,60	- 497,79	312,20	2 457,76	- 1 603,67
16	13 133,78	6 148,38	- 494,23	288,97	2 274,90	- 1 451,77
17	12 788,49	5 658,35	- 490,03	265,94	2 093,59	- 1 301,82
18	12 378,68	5 173,87	- 484,47	243,17	1 914,33	- 1 154,93
19	11 893,86	4 693,57	- 480,31	220,60	1 736,62	- 1 007,99
20	11 329,17	4 218,42	- 475,14	198,27	1 560,82	- 863,66
21	10 673,39	3 747,60	- 470,82	176,14	1 386,61	- 719,86
22	9 908,14	3 278,21	- 469,39	154,08	1 212,94	- 573,69
23	9 042,09	2 816,71	- 461,49	132,39	1 042,18	- 436,31
24	8 068,46	2 364,78	- 451,93	111,14	874,97	- 303,54

Figure 7 : Projection de la MSR probabilisée et calcul du coût du capital

### III. Etude de portefeuille (CF 01) :

#### La duration :

La durée, communément appelée duration, est la mesure la plus courante de la sensibilité d'une obligation. Elle est définie comme étant la durée de vie effective de l'obligation ou encore la durée moyenne pondérée pour récupérer entièrement le capital et les paiements d'intérêt, la pondération (ou poids) de chaque versement étant mesurée par l'importance du versement par rapport au prix actuel de l'obligation.

Autrement, c'est la durée au bout de laquelle la valeur acquise par l'obligation reste sensiblement la même, quel que soit l'écart des taux par rapport au taux actuariel. Au bout de cette durée, l'acheteur est donc assuré de réaliser un rendement égal au taux actuariel, et par ailleurs, d'immuniser son obligation.

Mathématiquement, la duration (calculable quel que soit le type du cashflow) est :

$$D = \frac{\sum_{t=1}^T t \times CF_t \times v^t}{\sum_{t=1}^T CF_t \times v^t}$$

Les calculs sont établis dans la feuille « Calculs CF\_01 »

Nous trouvons après calculs que la duration de ce portefeuille est égale à **5,2548 ans.**

#### 1- Quelques risques auxquels est exposé le portefeuille :

Parmi les différents risques auxquels est exposé le portefeuille, on cite :

- **Le risque spécifique :** appelé également risque intrinsèque ou risque idiosyncratique, est indépendant des phénomènes qui affectent l'ensemble

des titres. Il résulte uniquement d'éléments particuliers qui affectent tel ou tel titre : mauvaise gestion de l'entreprise, incendie qui détruit un atelier de production ou encore invention technologique qui rend obsolète sa principale gamme de produits.

- **Le risque de marché :** Le risque de marché est le risque de perte qui peut résulter des fluctuations des prix des instruments financiers qui composent un portefeuille. Le risque peut porter sur le cours des actions, les taux d'intérêts, les taux de change, les cours de matières premières... Le risque de marché est exprimé par la prime de risque pour le marché en général et par le coefficient bêta pour l'évolution des cours d'un actif en particulier par rapport au marché.

### La convexité :

La durée donne une bonne mesure de la variation du prix occasionnée par une très petite variation de  $y$ . Pour des variations plus grandes, la durée modifiée fournit une estimation de  $\Delta P$  beaucoup moins précise. La raison de cette perte de précision est expliquée par la forme convexe de la relation entre le prix et le rendement à l'échéance. La convexité est donc une mesure de la courbure de la relation entre le prix et le rendement exigé d'une obligation.

Mathématiquement, la convexité est :

$$\text{Convexité} = Q = \frac{\sum_{t=1}^T t \times (t + 1) \times CF_t \times v^t}{\sum_{t=1}^T CF_t \times v^t}$$

De la même façon, nous procédons à un calcul sous Excel, et nous trouvons que la convexité de ce portefeuille est égale à **47,5954.**