

الصف الحادي عشر علمي

عادة الرياضيات

KuwaitMath.com

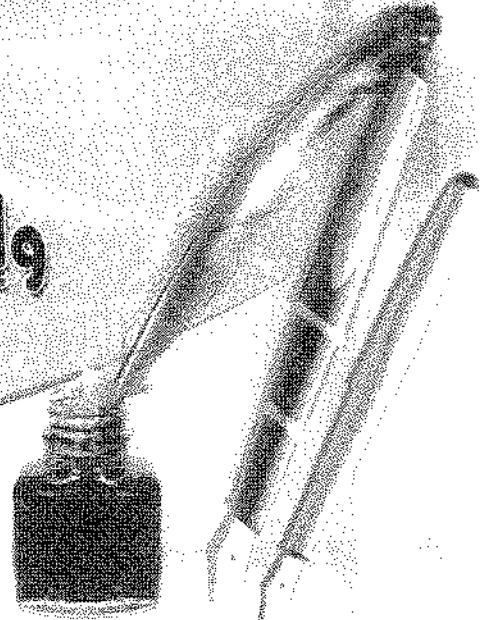
العام الدراسي

2018/2017

الفصل الدراسي الثاني

أسئلة اختبارات

واجباتها النموذجية



القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 4 \text{ cm}$ ، $b = 3 \text{ cm}$ ، $c = 6 \text{ cm}$ (5 درجات)

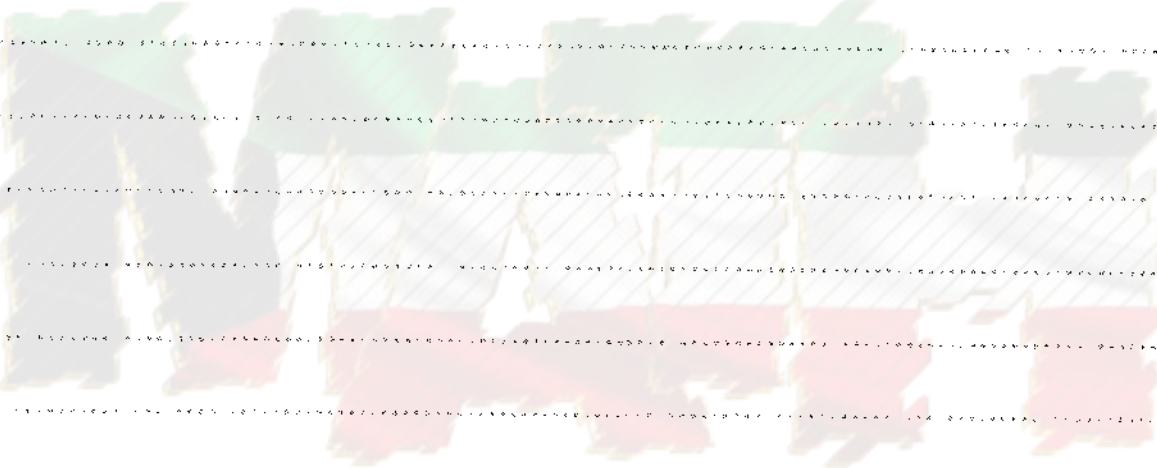
تابع السؤال الأول :

(9 درجات)

(b) إذا كان : $z_1 = -2 + 2i$ ، $z_2 = 1 - i$

(1) ضع z_1 في الصورة المثلثية

(2) حل المعادلة : $2z + \overline{z_1} = 3i$ (z_2)²

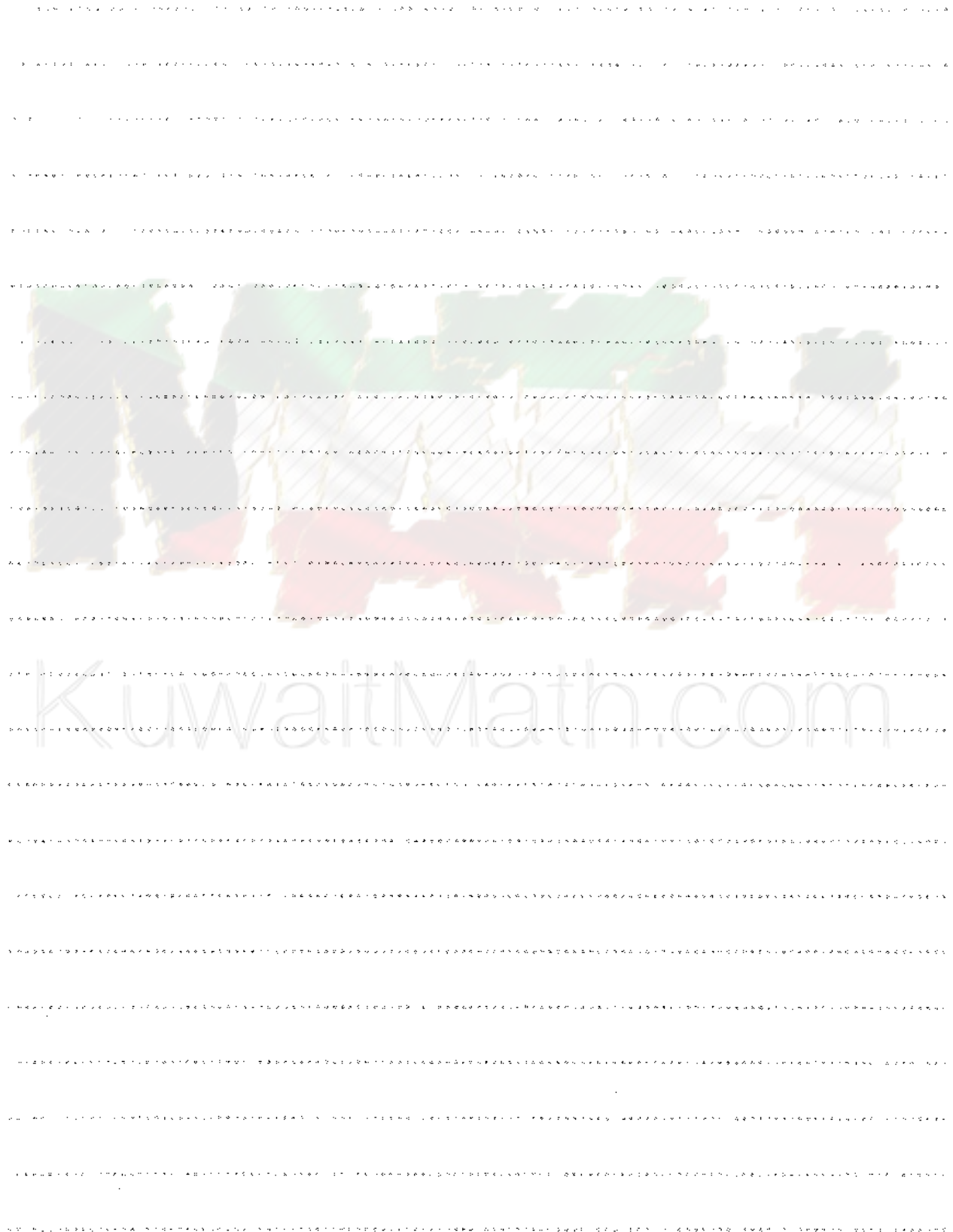


KuwaitMath.com

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد مساحة المثلث ABC حيث

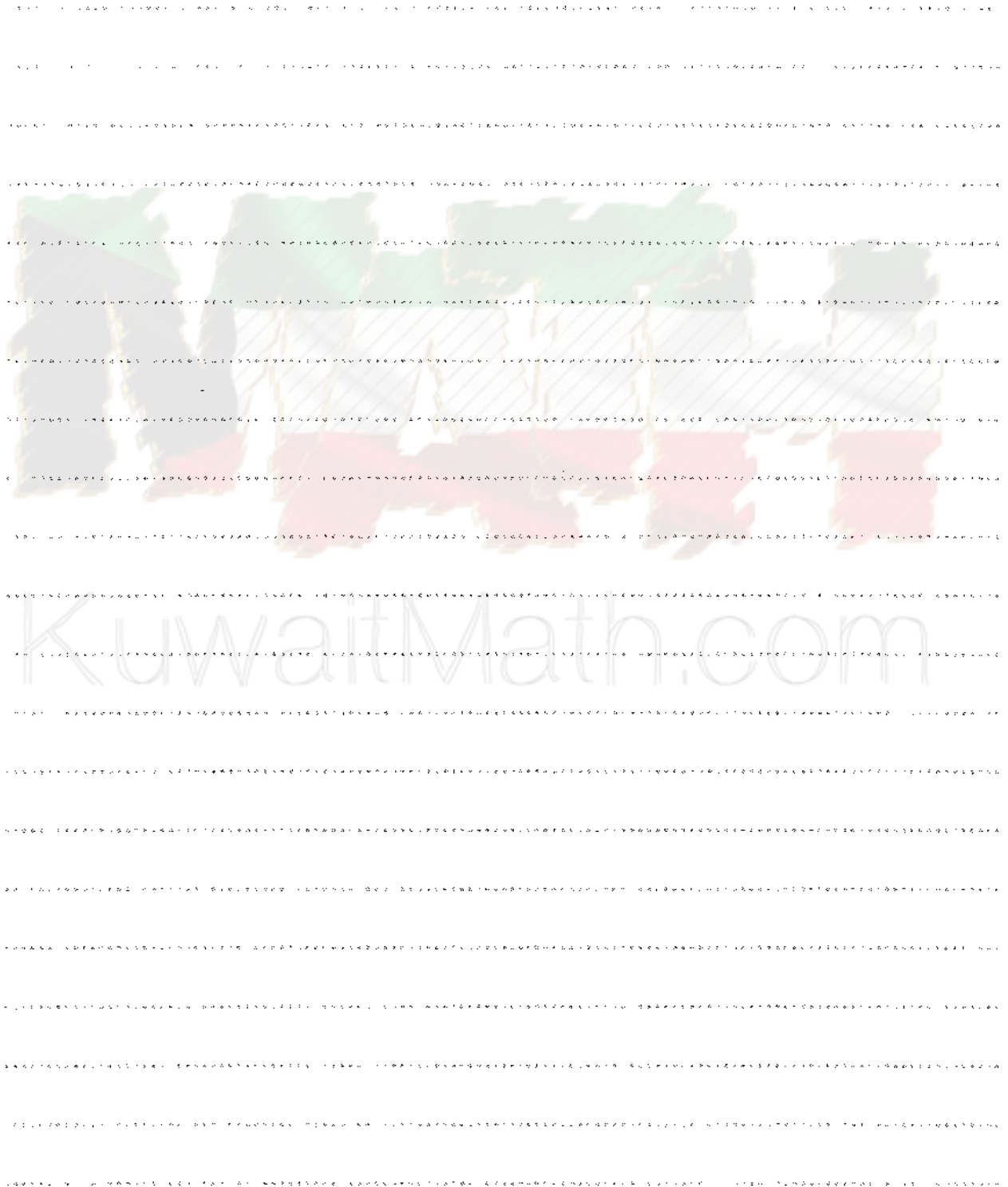
مستخدماً قاعدة هيرون $a = 23 \text{ cm} , b = 19 \text{ cm} , c = 12 \text{ cm}$



تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ، $\cos \beta = \frac{24}{25}$ حيث α ، β زاويتين حادتين (8 درجات)
أوجد كلاً مما يلي :

(1) $\cos(\alpha - \beta)$ (2) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right)$



السؤال الثالث : (14 درجة)

(4 درجات)

(a) حل المعادلة : $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

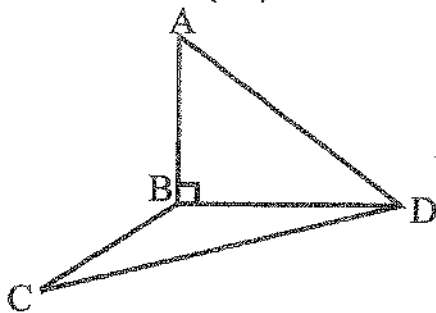
Blank area for student answer.

تابع السؤال الثالث :

(b) A, B, C, D أربع نقاط ليست مستوية معاً ، إذا كان $\overrightarrow{AB} \perp (BCD)$ (10 درجات)

$$(AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2 \quad \text{وكان}$$

اثبت أن : (1) $\overline{BC} \perp \overline{DC}$ (2) $(ABD) \perp (CBD)$

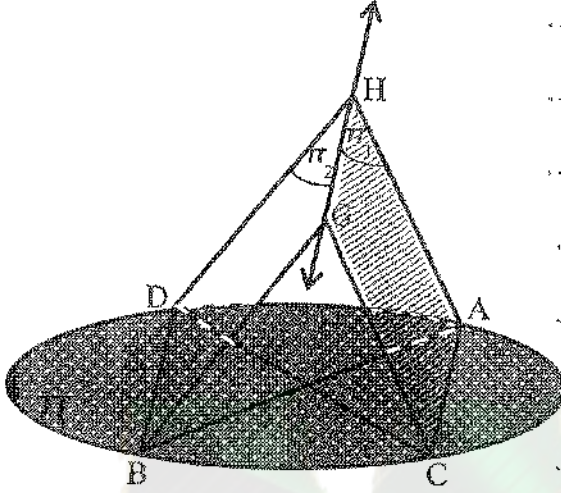


السؤال الرابع : (14 درجة)

(7 درجات)

(a) في الشكل المقابل : \overline{AB} , \overline{CD} قطران في مستوى الدائرة π

\overleftrightarrow{GH} ، أثبت أن مستوى الدائرة π يوازي \overleftrightarrow{GH}



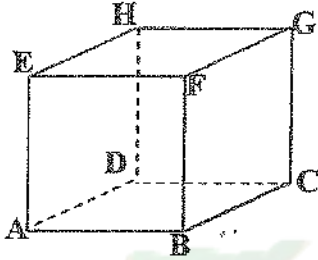
(7 درجات)

(b) أوجد الحد الذي يحتوي على $x^3 y^4$ في مفكوك $(2x + 3y)^7$

ثانياً: البنود الموضوعية (14 درجة)

- أولاً: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الصورة الجبرية للعدد : $\sqrt{-4} + 3$ هي : $3 - 2i$



(2) في الشكل المقابل: إذا كان ABCDEFGH مكعب فإن
 \overrightarrow{AB} ، \overrightarrow{HG} يعينان مستويًا

ثانياً: في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(3) مجموعة حل : $z^2 - 4z + 20 = 0$: $z \in \mathbb{C}$ هي :

- (a) $\{ 2 - 4i , -2 - 4i \}$ (b) $\{ -2 + 4i , -2 - 4i \}$
(c) $\{ 2 - 4i , -2 + 4i \}$ (d) $\{ 2 - 4i , 2 + 4i \}$

(4) معادلة الدالة المثلثية $y = a \cos (bx)$ حيث السعة 4 و الدورة 6 يمكن أن تكون :

- (a) $y = -\frac{1}{4} \cos \left(\frac{x}{3} \right)$ (b) $y = -4 \cos \left(\frac{3}{\pi} x \right)$
(c) $y = -4 \cos \left(\frac{\pi}{3} x \right)$ (d) $y = 4 \cos \left(\frac{x}{3} \right)$

(5) مثلث قياسات زواياه 50° , 60° , 70° فإذا كان طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm فإن أطول ضلع يساوي تقريباً :

- (a) 11 cm (b) 11.5 cm (c) 12 cm (d) 12.5 cm

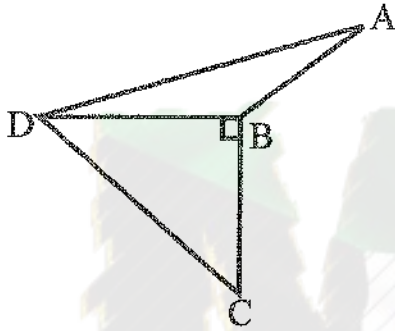
(6) المقدار : $\tan^2 x - \sin^2 x$ متطابق مع المقدار :

- (a) $\cot^2 x$ (b) $\tan^2 x$ (c) $\cot^2 x \cos^2 x$ (d) $\tan^2 x \sin^2 x$

(7) $\sin(2\theta) =$

- (a) $\cos \theta \sin \theta$ (b) $\sin^2 \theta$ (c) $\cos^2 \theta$ (d) $2 \cos \theta \sin \theta$

(8) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B فإذا كان $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$ (DBC) فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية \overrightarrow{BD} هي :



- (a) \hat{DBC} (b) \hat{ABC}
(c) \hat{ABD} (d) \hat{ADC}

(9) إذا كان $\pi_2 \parallel \pi_1$ ، $\pi_2 \neq \pi_1$ ، $\vec{l} \subset \pi_1$ ، $\vec{m} \subset \pi_2$ فإن :

- (a) $\vec{l} \parallel \vec{m}$ (b) $\vec{l} \perp \vec{m}$ (c) متخالفان \vec{l}, \vec{m} (d) $\vec{l} \cap \vec{m} = \emptyset$

(10) عدد طرائق المختلفة التي يمكن اختيار 3 أعلام من مجموعة من 7 أعلام هي :

- (a) 210 (b) 35 (c) 840 (d) 24

" انتهت الأسئلة "

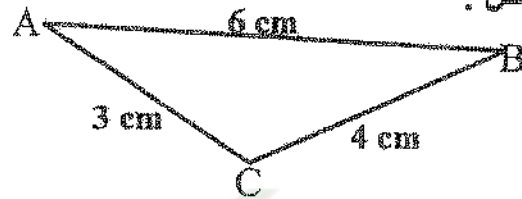
القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(5 درجات) (a) حل المثلث ABC حيث $a = 4 \text{ cm}$ ، $b = 3 \text{ cm}$ ، $c = 6 \text{ cm}$

الحل :



$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{9 + 36 - 16}{2(3)(6)}$$

$$= \frac{29}{36}$$

$$\alpha \approx 36.3^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{16 + 36 - 9}{2(4)(6)}$$

$$= \frac{43}{48}$$

$$\beta \approx 26.4^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 26.4^\circ - 36.3^\circ$$

$$\approx 117.3^\circ$$



تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

تابع السؤال الأول :

(9 درجات)

(b) إذا كان : $z_2 = 1 - i$ ، $z_1 = -2 + 2i$

(1) ضع z_1 في الصورة المثلثية

(2) حل المعادلة : $2z + \overline{z_1} = 3i (z_2)^2$

الحل :

$$(1) \quad z_1 = -2 + 2i$$

$$x = -2 \quad , \quad y = 2$$

1

$$r = |z_1| = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

نفرض أن α زاوية الإسناد

1

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| -1 \right| = 1$$

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$\frac{1}{2}$

$$x < 0 \quad , \quad y > 0$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الثاني

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$\theta = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

1

$$z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) \quad : \quad \text{الصورة المثلثية هي :}$$

$$(2) \quad 2z + \overline{z_1} = 3i (z_2)^2$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$2z + \overline{(-2 + 2i)} = 3i (1 - i)^2$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$2z + -2 - 2i = 3i (1 - 2i - 1)$$

$$2z + -2 - 2i = 3i (-2i)$$

$\frac{1}{2}$

$$2z + -2 - 2i = -6i^2$$

$\frac{1}{2}$

$$2z + -2 - 2i = 6$$

$\frac{1}{2}$

$$2z = 6 + 2 + 2i = 8 + 2i$$

$\frac{1}{2}$

$$z = 4 + i$$



السؤال الثاني : (14 درجة)

(6 درجات)

(a) أوجد مساحة المثلث ABC حيث

مستخدماً قاعدة هيرون $a = 23 \text{ cm} , b = 19 \text{ cm} , c = 12 \text{ cm}$

الحل :

$\frac{1}{2}$

$$s = \frac{1}{2} (a + b + c)$$

1

$$= \frac{1}{2} (23 + 19 + 12)$$

$$= \frac{1}{2} (54)$$

$\frac{1}{2}$

$$= 27$$

1

$$\text{Area} = \sqrt{s (s - a) (s - b) (s - c)}$$

1

$$= \sqrt{27 (27 - 23) (27 - 19) (27 - 12)}$$

1

$$= \sqrt{(27) (4) (8) (15)}$$

$$= \sqrt{12960}$$

1

$$= 36\sqrt{10} \text{ cm}^2$$

$$\text{Area} \approx 113.84 \text{ cm}^2$$



∴ مساحة المثلث ABC = 113.84 cm^2 تقريباً

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ، $\cos \beta = \frac{24}{25}$ حيث α ، β زاويتين حادتين (8 درجات)
أوجد كلاً مما يلي :

(1) $\cos(\alpha - \beta)$

(2) $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta)$

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

الحل :

$\frac{1}{2} \cos^2 \alpha = 1 - (\frac{3}{5})^2$

$\frac{1}{2} \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \longrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$

$\frac{1}{2} \therefore \cos \alpha = \frac{4}{5}$

α زاوية حادة

$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$

$\frac{1}{2} \sin^2 \beta = 1 - (\frac{24}{25})^2$

$\frac{1}{2} \sin^2 \beta = \frac{49}{625} \sin \beta = \pm \frac{7}{25}$

$\frac{1}{2} \therefore \sin \beta = \frac{7}{25}$

β زاوية حادة

1 (1) $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

1 $= (\frac{4}{5})(\frac{24}{25}) + (\frac{3}{5})(\frac{7}{25})$

1 $= \frac{117}{125}$

1 (2) $\sin(\frac{\pi}{2} - \beta) = \cos \beta$

1 $= \frac{24}{25}$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(4 درجات)

(a) حل المعادلة : $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

الحل :

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية x

$$\sin \alpha = | \sin x |$$

$$= \left| \frac{-\sqrt{3}}{2} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

$$\sin x < 0$$

$\therefore x$ تقع في الربع الثالث أو في الربع الرابع

عندما x تقع في الربع الثالث :

$$x = \left(\pi + \frac{\pi}{3} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$= \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$$

عندما x تقع في الربع الرابع :

$$x = \left(2\pi - \frac{\pi}{3} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$= \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$$

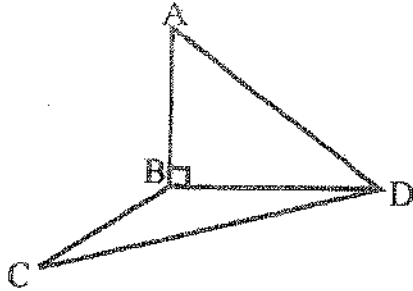
تابع السؤال الثالث :

(b) A, B, C, D أربع نقاط ليست مستوية معاً ، إذا كان $\overrightarrow{AB} \perp (BCD)$ (10 درجات)

$$\text{وكان } (AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2$$

اثبت أن : (1) $\overline{BC} \perp \overline{DC}$ (2) $(ABD) \perp (CBD)$

الحل :



$$\overrightarrow{AB} \perp (BCD)$$

$$\overrightarrow{BD} \subset (BCD)$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BD}$$



\therefore ABD مثلث قائم الزاوية في \hat{B} ومنه :

$$(AD)^2 = (AB)^2 + (BD)^2 \dots\dots\dots (1)$$

$$(AD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 + (CD)^2 \dots\dots\dots (2)$$

من (1) ، (2) نجد أن :

$$(BD)^2 = (BC)^2 + (CD)^2$$

\therefore BDC مثلث قائم الزاوية في \hat{C} (عكس نظرية فيثاغورث) ومنه :

$$\therefore \overline{BC} \perp \overline{DC}$$

$$\overrightarrow{AB} \perp (BCD)$$

(معطى)

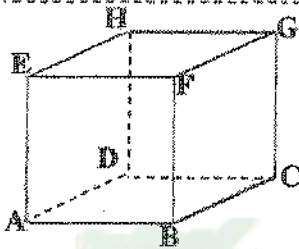
$$\overrightarrow{AB} \subset (ABD)$$

$$\therefore (ABD) \perp (CBD) \text{ (نظرية)}$$

ثانياً: البنود الموضوعية (14 درجة)

- أولاً: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الصورة الجبرية للعدد : $3 + \sqrt{-4}$ هي : $3 - 2i$



(2) في الشكل المقابل: إذا كان ABCDEFGH مكعب فإن
 \overrightarrow{AB} ، \overrightarrow{HG} يعينان مستويين

ثانياً: في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(3) مجموعة حل : $z^2 - 4z + 20 = 0$: $z \in \mathbb{C}$ هي :

- (a) $\{ 2 - 4i , -2 - 4i \}$ (b) $\{ -2 + 4i , -2 - 4i \}$
(c) $\{ 2 - 4i , -2 + 4i \}$ (d) $\{ 2 - 4i , 2 + 4i \}$

(4) معادلة الدالة المثلثية $y = a \cos (bx)$ حيث $a > 0$ ، $b > 0$ ، $a, b \in \mathbb{R}$ تكون :

- (a) $y = -\frac{1}{4} \cos \left(\frac{x}{3} \right)$ (b) $y = -4 \cos \left(\frac{3}{\pi} x \right)$
(c) $y = -4 \cos \left(\frac{\pi}{3} x \right)$ (d) $y = 4 \cos \left(\frac{x}{3} \right)$

(5) مثلث قياسات زواياه 50° ، 60° ، 70° فإذا كان طول أصغر ضلع فيه هو 9 cm فإن أطول ضلع يساوي تقريباً :

- (a) 11 cm (b) 11.5 cm (c) 12 cm (d) 12.5 cm

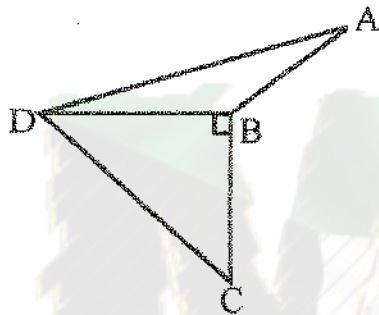
(6) المقدار : $\tan^2 x - \sin^2 x$ متطابق مع المقدار :

- (a) $\cot^2 x$ (b) $\tan^2 x$ (c) $\cot^2 x \cos^2 x$ (d) $\tan^2 x \sin^2 x$

(7) $\sin(2\theta) =$

- (a) $\cos \theta \sin \theta$ (b) $\sin^2 \theta$ (c) $\cos^2 \theta$ (d) $2 \cos \theta \sin \theta$

(8) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B فإذا كان $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$ (DBC) فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية \overrightarrow{BD} هي :



- (a) \hat{DBC} (b) \hat{ABC}
(c) \hat{ABD} (d) \hat{ADC}

(9) إذا كان $\pi_2 \parallel \pi_1$ ، $\pi_2 \neq \pi_1$ ، $\vec{l} \subset \pi_1$ ، $\vec{m} \subset \pi_2$ فإن :

- (a) $\vec{l} \parallel \vec{m}$ (b) $\vec{l} \perp \vec{m}$ (c) متخالفان \vec{l} ، \vec{m} (d) $\vec{l} \cap \vec{m} = \emptyset$

(10) عدد طرائق المختلفة التي يمكن اختيار 7 أعلام من مجموعة من 7 أعلام هي :

- (a) 210 (b) 35 (c) 840 (d) 24

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	a	<input checked="" type="radio"/>	c	d
(2)	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d
(3)	a	b	c	<input checked="" type="radio"/>
(4)	a	b	<input checked="" type="radio"/>	d
(5)	<input checked="" type="radio"/>	b	c	d
(6)	a	b	c	<input checked="" type="radio"/>
(7)	a	b	c	<input checked="" type="radio"/>
(8)	a	<input checked="" type="radio"/>	c	d
(9)	a	b	c	<input checked="" type="radio"/>
(10)	a	<input checked="" type="radio"/>	c	<input checked="" type="radio"/>

14

البنود [1 - 2] لكل بند درجة واحدة فقط
- البنود [3 - 10] لكل بند درجة ونصف

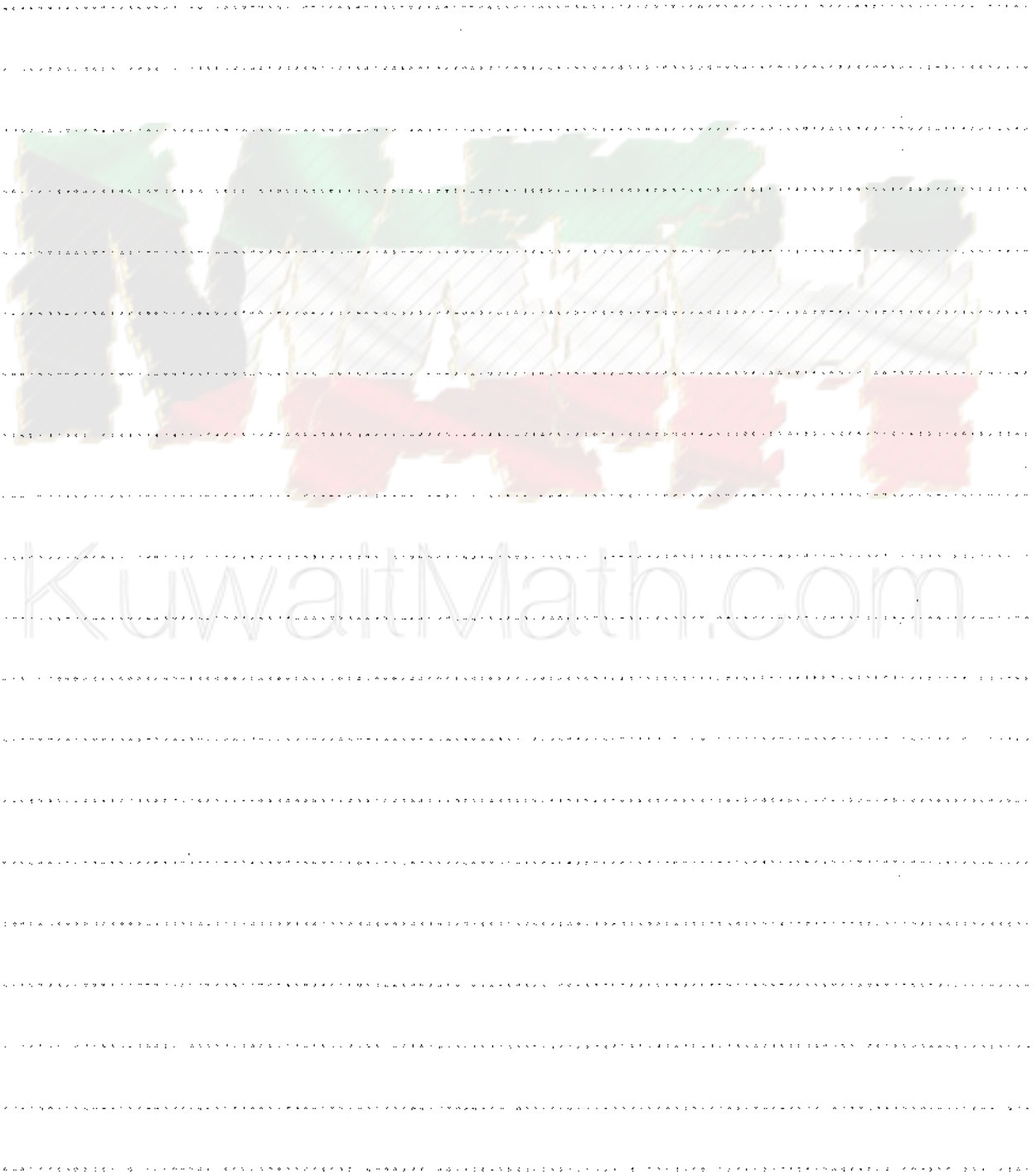


القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الاسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 11\text{cm}$, $b = 5\text{cm}$, $\gamma = 20^\circ$ (5 درجات)



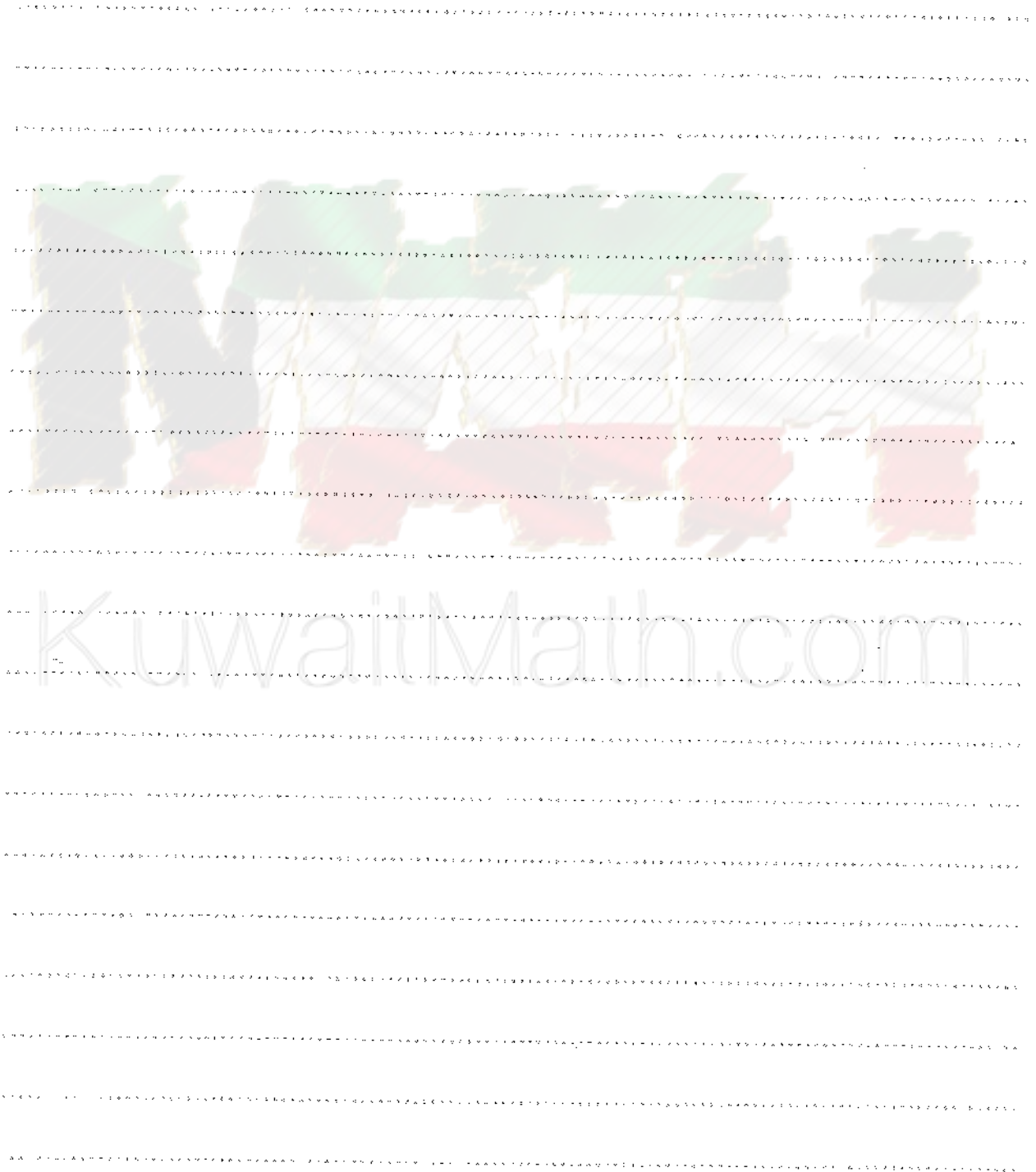
تابع السؤال الأول :

(9 درجات)

(b) إذا كان $z_1 = -2 - 2i$, $z_2 = 3 - 5i$

(1) أوجد : z_1^{-1}

(2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية



السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} = 2 \csc^2 x$ (4 درجات)

KuwaitMath.com

تابع السؤال الثالث :

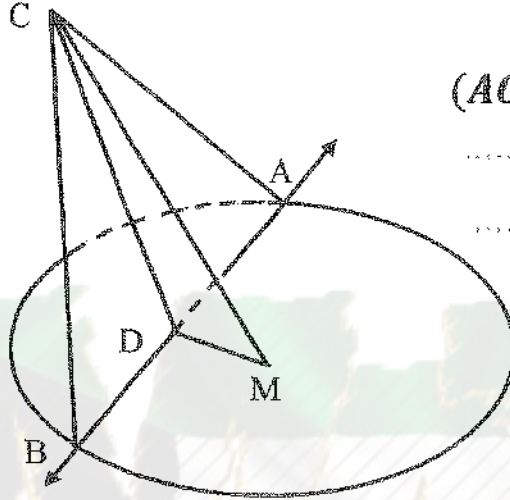
(10 درجات)

(b) في الشكل المقابل C نقطة خارج مستوى الدائرة التي مركزها M
D منتصف \overline{AB} ، $\triangle ABC$ مثلث فيه $CA = CB$ إذا كان

$$DC = DM = 5 \text{ cm} , MC = \sqrt{50} \text{ cm}$$

اثبت ان : (1) $\overline{MC} \perp \overline{AB}$

(2) مستوى الدائرة $\perp (ACB)$

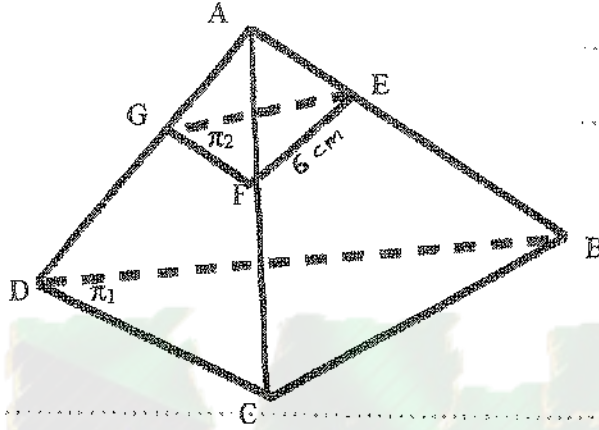


السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل $ABCD$ هرم ثلاثي ، المستويان π_1, π_2 متوازيان (7 درجات)

إذا كان $FE = 6cm$ ، $\frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$

أوجد : CB



KuwaitMath.com

تابع السقائل الرابع

(7 درجات)

(b) حل المعادلة : ${}_6P_r = 4 \times {}_6P_{r-1}$

ثانياً: البنود الموضوعية (14 درجة)

- أولاً: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 4z + 5 = 0$ هي $\{ 2 - i , 2 + i \}$.

(2) إذا كان المستقيمان L, M متخالفان وكان $\vec{N} \perp \vec{M}$ فإن $\vec{L} \perp \vec{N}$.

ثانياً: في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(3) مساحة مثلث متطابق الاضلاع طول ضلعه a هي :

- (a) $\frac{1}{2}a^2 \text{ units}^2$ (b) $a^2 \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ units}^2$ (c) $a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ units}^2$ (d) $a^2 \text{ units}^2$

(4) الصورة الجبرية للعدد المركب $z = (1 + 2i)^2$ هي :

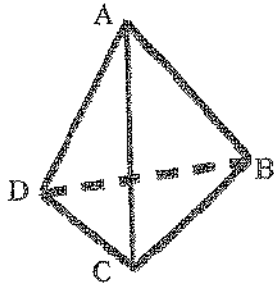
- (a) $z = -3 + 4i$ (b) $z = 5 + 4i$ (c) $z = 5$ (d) $z = -3$

(5) $2 \cos^2 \frac{x}{2}$ تساوي :

- (a) $1 + \cos 2x$ (b) $1 + \cos x$ (c) $\frac{1 - \cos 2x}{2}$ (d) $\frac{1 + \cos x}{2}$

(6) عدد حلول المعادلة $2 \cos 4x = 1$ حيث $x \in \left[0, \frac{\pi}{8}\right)$ هو :

- (a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0



(7) في الشكل المقابل : ABCD هرم فإن النقاط A ، B ، C :

- (a) تعين مستويا واحد
- (b) تعين مستويين اثنين
- (c) لا يمكن ان تعين مستويا
- (d) تعين عدد لا منته من المستويات

(8) اذا توازي مستويان مختلفان وقطعهما مستو ثالث فإن خطي التقاطع :

- (a) متعامدان
- (b) متقاطعان
- (c) متخالقان
- (d) متوازيان

(9) اذا كان $AB = 12 \text{ cm}$, $AC = 17 \text{ cm}$, $BC = 25 \text{ cm}$ فإن قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي تقريبا :

- (a) 118°
- (b) 110°
- (c) 125°
- (d) 100°

(10) إذا كان الحدثان t, r متافيان ، $p(t) = \frac{1}{7}$ ، $p(r) = 60\%$ فإن $p(t \cup r)$ تساوي

- (a) 28%
- (b) 42%
- (c) $\frac{16}{35}$
- (d) $\frac{26}{35}$

" انتهت الأسئلة "

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 11\text{cm}$, $b = 5\text{cm}$, $\gamma = 20^\circ$ (5 درجات)

الحل :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$= 121 + 25 - (2)(11)(5) \cos 20^\circ$$

$$= 42.6$$

$$c \approx 6.5 \text{ cm}$$

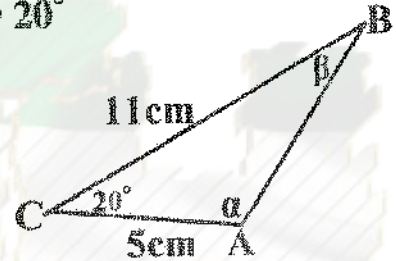
$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{25 + 42.6 - 121}{2(5)(6.5)}$$

$$\alpha \approx 145.2^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - (145.2^\circ + 20^\circ)$$

$$\beta \approx 14.8^\circ$$



تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

(9 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) إذا كان $z_1 = -2 - 2i$, $z_2 = 3 - 5i$

(1) أوجد : z_2^{-1}

(2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية

الحل :

$$\begin{aligned} (1) \quad z_2^{-1} &= \frac{1}{3 - 5i} \times \frac{3 + 5i}{3 + 5i} \\ &= \frac{3 + 5i}{9 + 25} \\ &= \frac{3}{34} + \frac{5}{34}i \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} z_1 &= -2 - 2i \\ x_1 &= -2 , y_1 = -2 \end{aligned}$$

$$r_1 = | z_1 | = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

نفرض أن α زاوية الإسناد

$$\tan \alpha = \left| \frac{y_1}{x_1} \right| = \left| \frac{-2}{-2} \right| = 1$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$\therefore x_1 < 0 , y_1 < 0 \longrightarrow \theta$ تقع في الربع الثالث

$$\therefore \theta = \pi + \alpha = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

الصورة المثلثية هي : $z_1 = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right)$

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) أوجد السعة والدورة للدالة: $y = -5 \cos\left(\frac{2x}{3}\right)$ ثم ارسم بيانها (6 درجات)

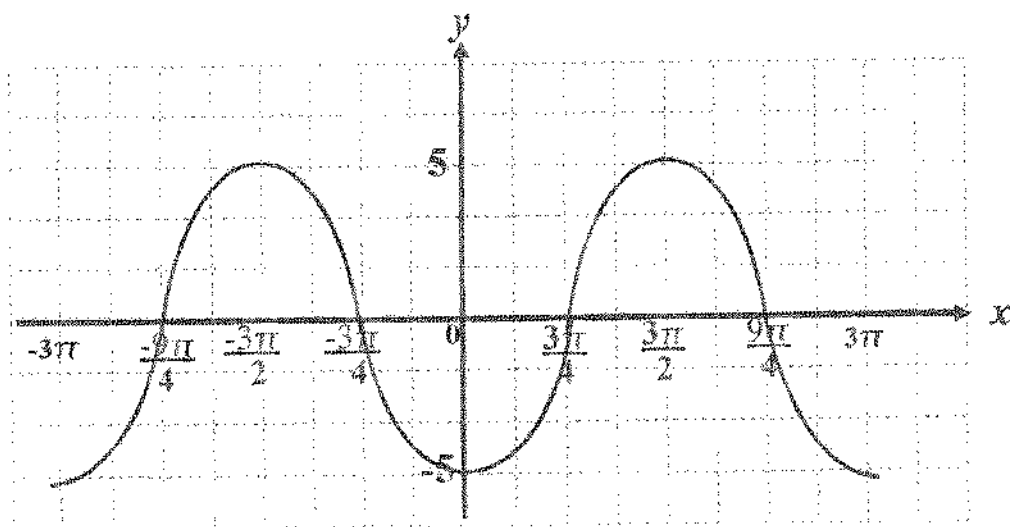
الحل :

$$|a| = |-5| = 5 = \text{السعة}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{\left|\frac{2}{3}\right|} = \frac{3}{2} \times 2\pi = 3\pi : \text{الدورة}$$

$$\therefore \text{ربع الدورة} = \frac{3\pi}{4}$$

x	0	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{4}$	3π
$\frac{2x}{3}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos\left(\frac{2x}{3}\right)$	1	0	-1	0	1
$-5 \cos\left(\frac{2x}{3}\right)$	-5	0	5	0	-5



الرسم
3

تابع السؤال الثاني :

(b) حل المعادلة : $5 \sin \theta - 2 = \sin \theta$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$ (8 درجات)

الحل :

$$5 \sin \theta - 2 = \sin \theta$$

$$5 \sin \theta - \sin \theta = 2$$

$$4 \sin \theta = 2$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$

نفرض أن α هي زاوية الإسناد للزاوية θ

$$\sin \alpha = |\sin \theta|$$

$$= \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin \theta > 0$$

$\therefore \theta$ تقع في الربع الأول أو الثاني

عندما تقع في الربع الأول :

$$\theta = \alpha$$

$$\theta = \frac{\pi}{6}$$

عندما تقع في الربع الثاني :

$$\begin{aligned} \theta &= \pi - \frac{\pi}{6} \\ &= \frac{5\pi}{6} \end{aligned}$$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x} = 2 \csc^2 x$ (4 درجات)

الحل :

الطرف الأيسر :

$$\frac{1}{1-\cos x} + \frac{1}{1+\cos x}$$

$$= \frac{1+\cos x}{1-\cos^2 x} + \frac{1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{1+\cos x+1-\cos x}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{1-\cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{\sin^2 x}$$

$$= 2 \csc^2 x$$

$$= \text{الطرف الأيمن}$$



تابع السؤال الثالث :

(10 درجات)

(b) في الشكل المقابل C نقطة خارج مستوى الدائرة التي مركزها M
D منتصف AB ، مثلث فيه CA = CB إذا كان

$$DC = DM = 5 \text{ cm} , MC = \sqrt{50} \text{ cm}$$

اثبت ان : (1) $\overline{MC} \perp \overline{AB}$

(2) مستوى الدائرة $\perp (ACB)$

الحل :

في المثلث ABC متطابق الضلعين

$\therefore D$ منتصف \overline{AB} :

$$\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB} \dots\dots (1)$$

في مستوى الدائرة

$\therefore D$ منتصف \overline{AB} ، M مركز الدائرة

$$\therefore \overline{MD} \perp \overline{AB} \dots\dots (2)$$

من (1) ، (2) نجد ان :

$$\overline{AB} \perp (CDM)$$

$$\therefore \overline{AB} \perp \overline{MC}$$

$$\therefore \overline{CD} \perp \overline{AB}$$

$$(CM)^2 = (\sqrt{50})^2 = 50$$

$$(CD)^2 + (DM)^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

$$\therefore \overline{CD} \perp \overline{DM} \dots\dots (3)$$

\therefore المثلث CDM قائم الزاوية في \hat{D}

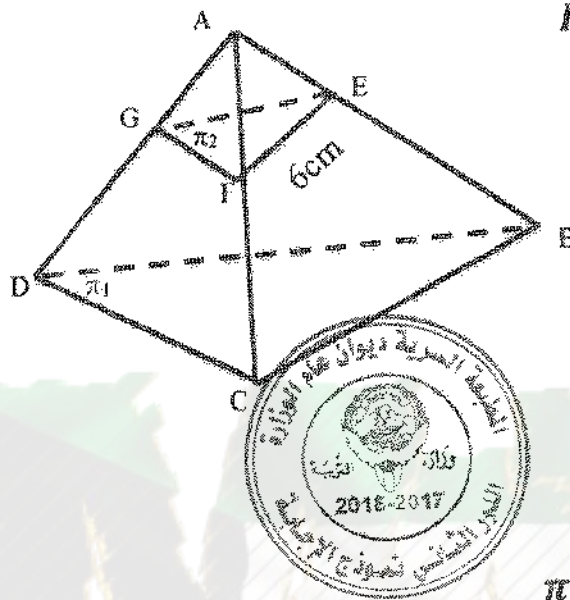
من (1) ، (3) نجد ان :

$$\therefore \overline{CD} \subset (ACB) , \overline{CD} \perp \text{مستوى الدائرة}$$

\therefore مستوى الدائرة $\perp (ACB)$ (نظرية)

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) في الشكل المقابل $ABCD$ هرم ثلاثي ، المستويان π_1, π_2 متوازيان (7 درجات)



$$FE = 6cm, \quad \frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$$

أوجد : CB

الحل :

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{AC} = \{A\}$$

\therefore يعينان مستوى وحيد ليكن π

$$\pi \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{FE}$$

$$\pi \cap \pi_1 = \overleftrightarrow{CB}$$

$$\therefore \pi_1 // \pi_2$$

$$\therefore \overleftrightarrow{FE} // \overleftrightarrow{CB}$$

$$\therefore \frac{AE}{EB} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{FE}{CB} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{FE}{CB} = \frac{6}{CB}$$

$$\therefore \frac{6}{CB} = \frac{1}{4}$$

$$CB = 24 \text{ Cm}$$

تابع السؤال الرابع :

(7 درجات)

(b) حل المعادلة : ${}_6P_r = 4 \times {}_6P_{r-1}$

الحل :

$${}_6P_r = 4 \times {}_6P_{r-1}$$

1 + 1

$$\frac{6!}{(6-r)!} = 4 \times \frac{6!}{(6-(r-1))!}$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{6!}{(6-r)!} = \frac{4 \times 6!}{(6-r+1)!}$$

$\frac{1}{2}$

$$\frac{6!}{(6-r)!} = \frac{4 \times 6!}{(7-r) \times (6-r)!}$$

1

$$\frac{6!}{(6-r)!} \times \frac{(6-r)!}{6!} = \frac{4 \times 6!}{(7-r) \times (6-r)!} \times \frac{(6-r)!}{6!}$$

1

$$1 = \frac{4}{(7-r)}$$

1

$$7-r=4$$

$\frac{1}{2}$

$$r=7-4$$

$\frac{1}{2}$

$$r=3$$



ثانياً: البنود الموضوعية (14 درجة)

- أولاً: في البنود من (1) إلى (2) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) مجموعة حل المعادلة : $z^2 - 4z + 5 = 0$ هي $\{ 2 - i , 2 + i \}$.

(2) إذا كان المستقيمان L, M متخالفان وكان $\vec{N} \perp \vec{M}$ فإن $\vec{L} \perp \vec{N}$.

ثانياً: في البنود من (3) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .



(3) مساحة مثلث متطابق الاضلاع طول ضلعه a هي
(a) $\frac{1}{2}a^2 \text{ units}^2$ (b) $a^2 \text{ units}^2$ (c) $a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ units}^2$ (d) $a^2 \text{ units}^2$

(4) الصورة الجبرية للعدد المركب $z = (1 + 2i)^2$ هي :

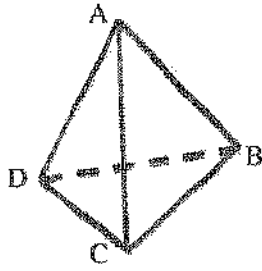
(a) $z = -3 + 4i$ (b) $z = 5 + 4i$ (c) $z = 5$ (d) $z = -3$

(5) $2 \cos^2 \frac{x}{2}$ تساوي :

(a) $1 + \cos 2x$ (b) $1 + \cos x$ (c) $\frac{1 - \cos 2x}{2}$ (d) $\frac{1 + \cos x}{2}$

(6) عدد حلول المعادلة $2 \cos 4x = 1$ حيث $x \in [0, \frac{\pi}{8})$ هو :

(a) 3 (b) 2 (c) 1 (d) 0



(7) في الشكل المقابل : ABCD هرم فإن النقاط A ، B ، C :

- (a) تعين مستويا واحد
- (b) تعين مستويين اثنين
- (c) لا يمكن ان تعين مستويا
- (d) تعين عدد لا منته من المستويات

(8) اذا توازي مستويان مختلفان وقطعهما مستو ثالث فإن خطي التقاطع :



- (a) متعامدان
- (b) متقاطعان
- (c) متخالفان
- (d) متوازيان

(9) اذا كان $AB = 12 \text{ cm}$ ، $AC = 17 \text{ cm}$ ، $BC = 25 \text{ cm}$ فإن قياس الزاوية الكبرى في المثلث ABC يساوي تقريبا :

- (a) 118°
- (b) 110°
- (c) 125°
- (d) 100°

(10) اذا كان الحدثان t ، r متنافيان ، $p(t) = \frac{1}{7}$ ، $p(r) = 60\%$ فإن $p(t \cup r)$ تساوي

- (a) 28%
- (b) 42%
- (c) $\frac{16}{35}$
- (d) $\frac{26}{35}$

" انتهت الأسئلة "

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(2)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(3)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d
(4)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(5)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(6)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d
(7)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(8)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
(9)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(10)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>



14

في البنود (1 - 2) لكل بند درجة
في البنود (3 - 10) لكل بند درجة ونصف

(الأسئلة في 10 صفحات)
 الصف الحادي عشر علمي الزمن : ساعتان و 45 دقيقة
 امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة - المجال الدراسي الرياضيات - العام الدراسي 2015 / 2016 م

القسم الأول – أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول :

(a) إذا كان : $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 3 - 4i$ أوجد $2z_1 - \bar{z}_2$ (6 درجات)

(2) اكتب العدد z_1 في الصورة المثلثية .

KuwaitMath.com

تابع السؤال الأول :

(b) حل المعادلة :

$$3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$$

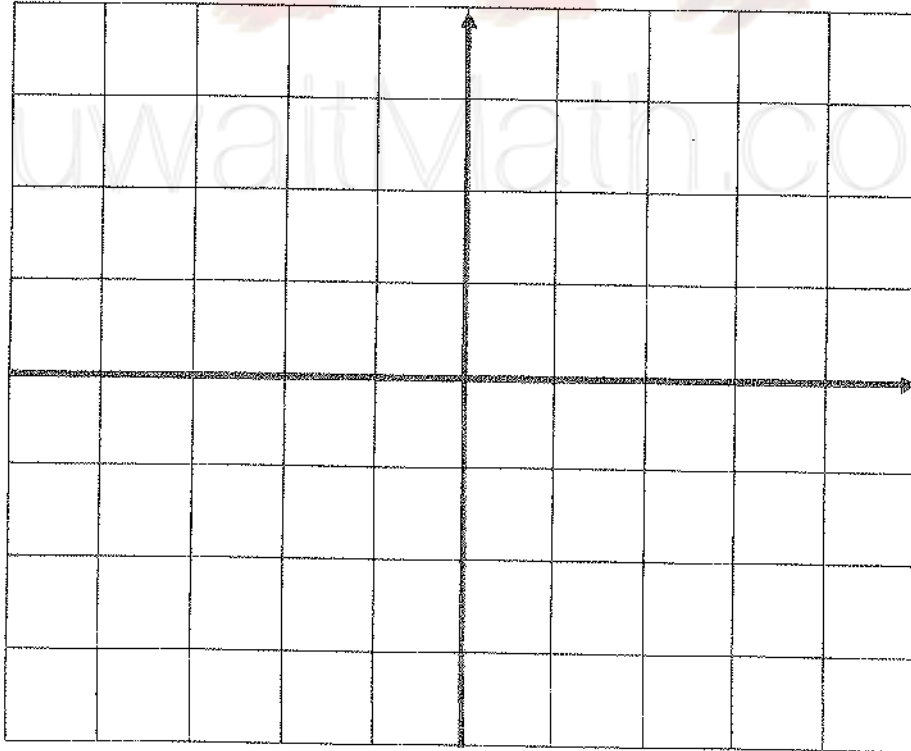
(4 درجات)

السؤال الثاني :

(4 درجات)

(a) أوجد السعة و الدورة للدالة ثم ارسم بيانها :

$$y = -3 \cos(2x) \quad , \quad x \in [-\pi, \pi]$$

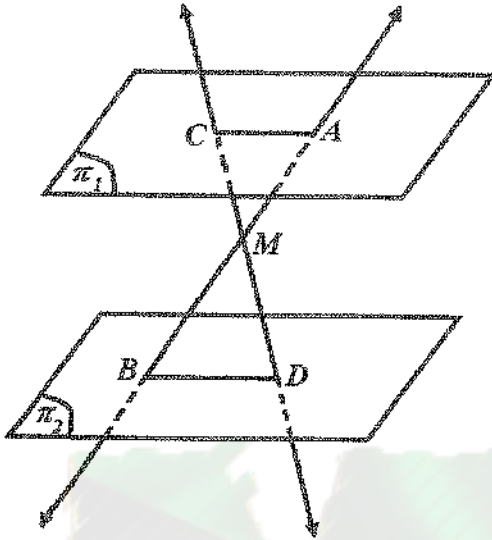


تابع السؤال الثاني :

(6 درجات)

(b) في الشكل المقابل : π_1 , π_2 مستويان متوازيان ،
 $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{M\}$ حيث M نقطة واقعة بينهما ،

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD} \text{ : أثبت أن :}$$



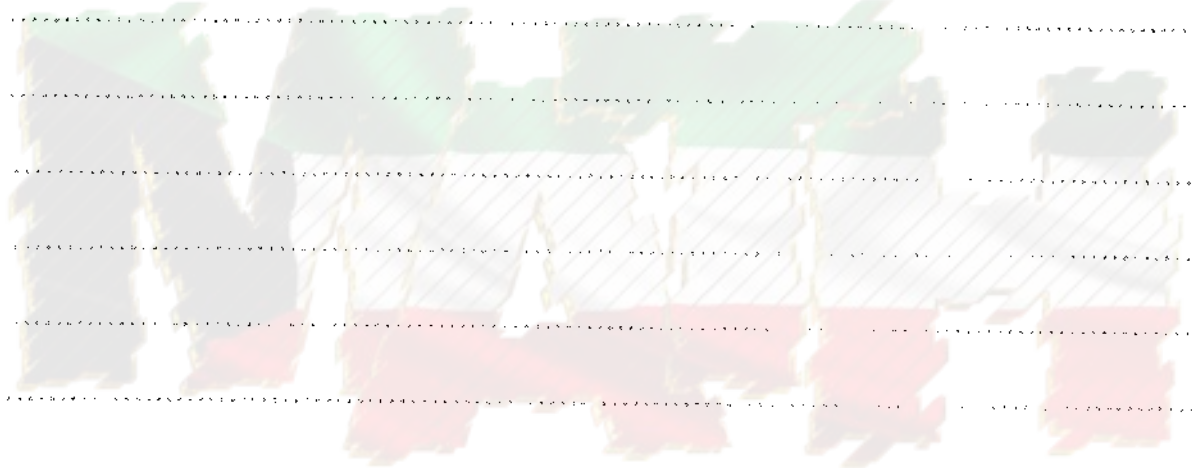
KuwaitMath.com

السؤال الثالث :

(a) أثبت صحة المتطابقة :

(4 درجات)

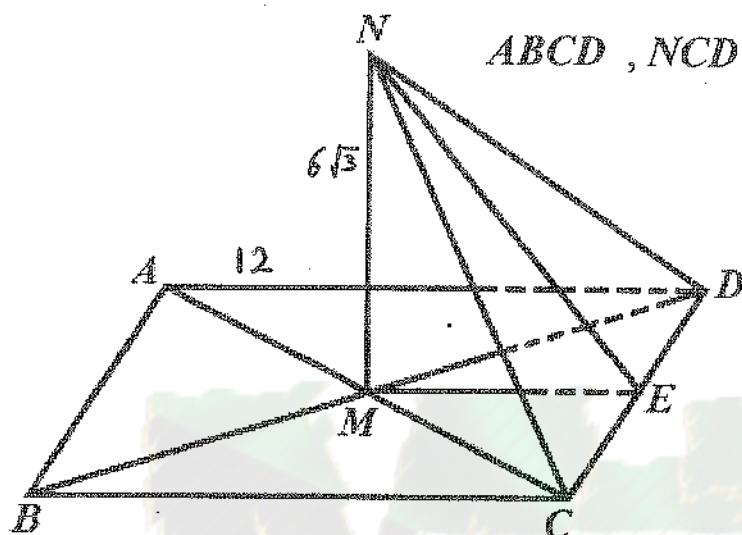
$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$



KuwaitMath.com

تابع السؤال الثالث :

- (b) في الشكل المرسوم $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ،
 وفيه $AD = 12$ أقيم \overline{NM} عمودًا على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه
 بحيث $MN = 6\sqrt{3}$ ، E منتصف \overline{CD}
 أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$ ، NCD



السؤال الرابع :

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 9 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$ (5 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(5 درجات)
$$\frac{{}_nC_5}{{}_{(n-1)}C_4} = \frac{6}{5}$$
 : أوجد قيمة n حيث :

ثانياً: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ،
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة $A(4, \frac{5\pi}{3})$ هي $A(2, -2\sqrt{3})$.

- (2) إذا كان المستقيم ℓ مائل على المستوى π فإن $\vec{\ell}$ ليس عمودياً على أي مستقيم محتوي في π .

- (3) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي 5 cm , 8 cm , 12 cm فإن قياس الزاوية الأكبر في هذا المثلث يساوي حوالي 133.4°

- ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط منها صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

- (4) الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = 3 - 4i$ هما :

(a) $\begin{cases} z_1 = 2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases}$ (b) $\begin{cases} z_1 = 3 - 4i \\ z_2 = -3 + 4i \end{cases}$
(c) $\begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = 2 - i \end{cases}$ (d) $\begin{cases} z_1 = -7 - i \\ z_2 = 7 + i \end{cases}$

- (5) المقدار : $\tan^2 x - \sin^2 x$ متطابق مع المقدار :

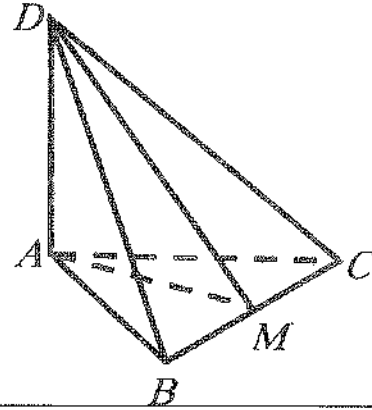
(a) $\tan^2 x$ (b) $\cot^2 x$ (c) $\tan^2 x \sin^2 x$ (d) $\cot^2 x \cos^2 x$

- (6) إذا كان $\vec{m} \subset \pi_2$, $\vec{\ell} \subset \pi_1$, $\pi_1 \neq \pi_2$, $\pi_1 // \pi_2$ فإن :

(a) $\vec{\ell} // \vec{m}$ (b) $\vec{\ell} \perp \vec{m}$ (c) $\vec{\ell}$, \vec{m} متخالفان (d) $\vec{\ell} \cap \vec{m} = \phi$

(7) في الشكل المقابل : إذا كان \overrightarrow{AD} عمودي على (ABC) ، $AB = AC$ ، M منتصف \overline{BC} فإن :

- (a) $(ABC) \perp (DAC)$
 (b) $(DBC) \perp (DAC)$
 (c) $(AMD) \perp (ACD)$
 (d) $(ABD) \perp (BCD)$



(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 7 cm ، 8 cm ، 9 cm هي :

- (a) $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$ (b) $12\sqrt{5}\text{ cm}^2$ (c) $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$ (d) $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

(9) $\tan\left(h + \frac{\pi}{4}\right)$ تساوي :

- (a) $1 + \tanh$ (b) $\frac{1 - \tanh}{1 + \tanh}$
 (c) $\frac{1 + \tanh}{1 - \tanh}$ (d) $1 - \tanh$

(10) في مفكوك $(2a - 3b)^6$ الحد الذي معاملته 2160 هو الحد :

- (a) الثاني (b) الثالث (c) الرابع (d) الخامس

" انتهت الأسئلة "

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول :

(6 درجات)

$$z_1 = 1 + i \quad , \quad z_2 = 3 - 4i \quad : \quad (a)$$

$$(1) \quad \text{أوجد } 2z_1 - \bar{z}_2$$

$$(2) \quad \text{اكتب العدد } z_1 \text{ في الصورة المثلثية .}$$

الحل

$$\begin{aligned} (1) \quad 2z_1 - \bar{z}_2 &= 2(1 + i) - (3 - 4i) \\ &= 2 + 2i - (3 - 4i) \\ &= 2 + 2i - 3 + 4i \\ &= -1 + 6i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad z_1 = 1 + i &\Rightarrow x = 1, y = 1 \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1)^2 + (1)^2} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

نفرض أن α زاوية الأسناد للزاوية θ :

$$\tan \alpha = \left| \frac{y}{x} \right| = \left| \frac{1}{1} \right| = 1$$

$$\alpha = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4}$$

$$\because x > 0, y > 0$$

$$\therefore \theta = \alpha = \frac{\pi}{4}$$

$$z_1 = r(\cos \theta + i \sin \theta) \quad : \quad \text{الصورة المثلثية هي}$$

$$z_1 = \sqrt{2} \left(\cos \left(\frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{4} \right) \right)$$

(4 درجات)

نموذج إجابة

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$$3 \sin \theta + 1 = \sin \theta$$

تابع السؤال الأول :
(b) حل المعادلة :

الحل

$$3 \sin \theta - \sin \theta = -1 \Rightarrow 2 \sin \theta = -1$$

$$\sin \theta = -\frac{1}{2}$$

نفرض أن α زاوية الأسناد للزاوية θ :

$$\sin \alpha = |\sin \theta| = \left| -\frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin \theta < 0$$



$\therefore \theta$ تقع في الربع الثالث أو الربع الرابع

عندما θ تقع في الربع الثالث :

$$\theta = \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi$$

$$\therefore \theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi$$

عندما θ تقع في الربع الرابع :

$$\theta = \left(2\pi - \frac{\pi}{6} \right) + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore \theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$$

\therefore حل المعادلة هو :

$$\theta = \frac{7\pi}{6} + 2k\pi \quad \text{أو} \quad \theta = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

المسألة الثانية :

(a) أوجد السعة و الدورة للدالة ثم ارسم بيانها :

$$y = -3 \cos(2x) , x \in [-\pi, \pi]$$

الحل

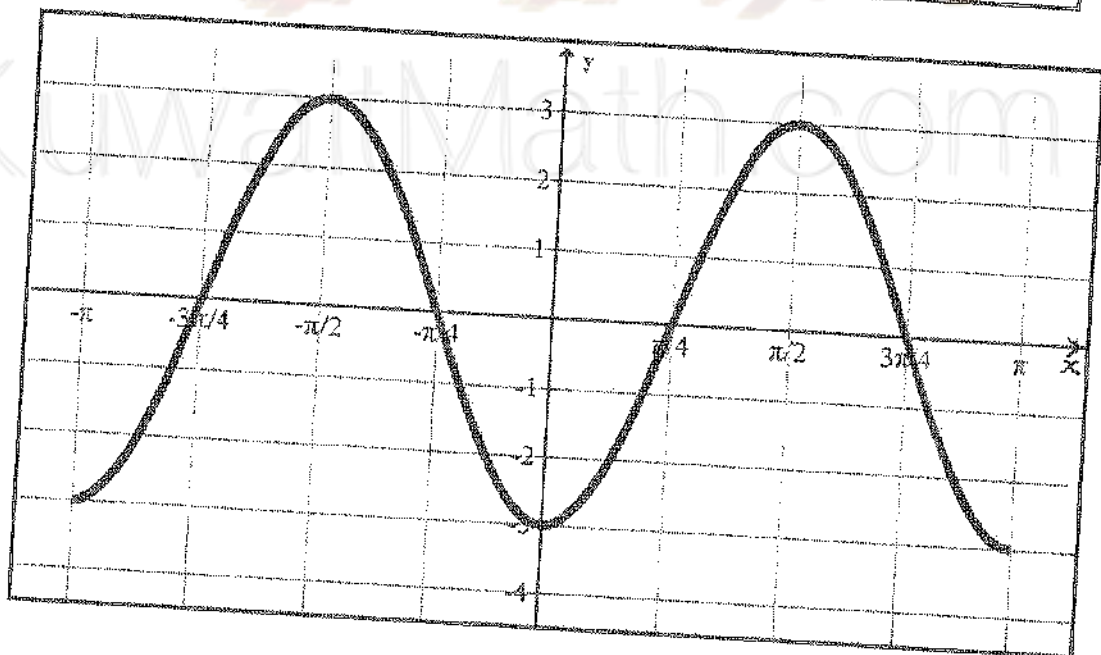
$$3 = |-3| = |a| = \text{السعة}$$

$$\pi = \frac{2\pi}{2} = \frac{2\pi}{|b|} = \text{الدورة}$$

$$\frac{\pi}{4} = \text{ربع الدورة}$$



x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
2x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
cos 2x	1	0	-1	0	1
-3 cos 2x	-3	0	3	0	-3



نموذج إجابة

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

الرسم
2

تابع السؤال الثاني :

(6 درجات)

(b) في الشكل المقابل : π_1 , π_2 مستويان متوازيان ،
 $\overline{AB} \cap \overline{CD} = \{M\}$ حيث M نقطة واقعة بينهما ،

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AC}{BD}$$

أثبت أن :

الحل

\overline{AB} , \overline{CD} مستقيمان متقاطعان

\therefore يعينان مستويًا واحدًا وليكن π

$$\pi_1 // \pi_2$$

$$\pi \cap \pi_1 = \overline{CA}$$

$$\pi \cap \pi_2 = \overline{BD}$$

$$\therefore \overline{AC} // \overline{BD}$$

\therefore المثلثان MCA , MDB متشابهان

$$\therefore \frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$$

نموذج إجابة

$\frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1

1

1

(4 درجات)

السؤال الثالث :
(a) أثبت صحة المتطابقة :

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$$

الحل

نيسط الطرف الأيسر إلى صورة الطرف الأيمن :

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = \frac{\cos x}{1 - \sin x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x}$$

$$= \frac{\cos x \cdot (1 + \sin x)}{1 - \sin^2 x}$$

$$= \frac{\cos x \cdot (1 + \sin x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{(1 + \sin x)}{\cos x}$$

∴ الطرف الأيمن = الطرف الأيسر

نموذج إجابة

1

1

1

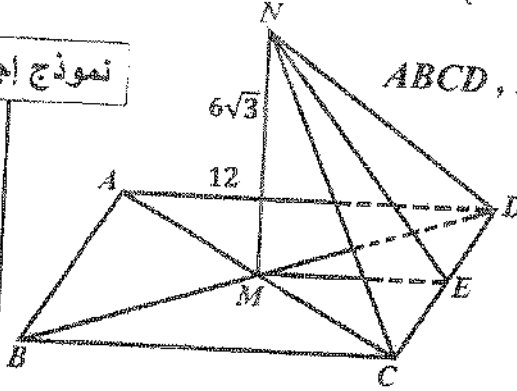
1

تابع السؤال الثالث :

(6 درجات)

(b) في الشكل المرسوم $ABCD$ مستطيل تقاطع قطراه في M ، وفيه $AD = 12$ أقيم NM عموداً على $(ABCD)$ حيث N خارج مستواه بحيث $MN = 6\sqrt{3}$ ، E منتصف CD أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$ ، NCD

نموذج إجابة



الحل

البرهان :

\overline{CD} هي الحافة المشتركة بين المستويين $ABCD$ ، NCD

$$\therefore \overline{MN} \perp (ABCD) , \overline{CD} \subset (ABCD)$$

$$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$$

(1)

في المثلث CDM المتطابق الضلعين CD (متساويان) DM (من السطيل)

E منتصف CD

$$\therefore \overline{ME} \perp \overline{CD}$$

(2)

من (1) ، (2) نجد أن :

$$\overline{CD} \perp (MNE) , \overline{NE} \subset (MNE)$$

$$\therefore \overline{NE} \perp \overline{CD}$$

$\therefore \widehat{MEN}$ هي الزاوية المستوية للزاوية الزوجية \overline{CD}

في المثلث ACD :

\overline{CA} ، \overline{CD} واصله بين منتصفي الضلعين :

$$\therefore EM = \frac{1}{2} AD = 6 \text{ cm}$$

في المثلث MEN القائم الزاوية في M :

$$\therefore \tan(\widehat{MEN}) = \frac{6\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3}$$

$$\therefore m(\widehat{MEN}) = 60^\circ$$

قياس الزاوية الزوجية بين المستويين $ABCD$ ، NCD هو 60°

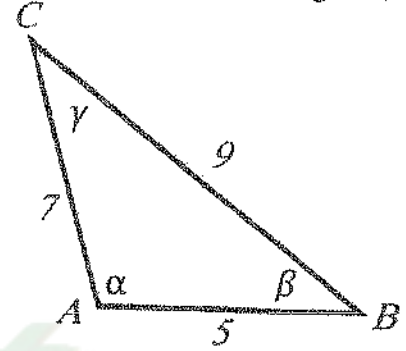
السؤال الرابع :

(a) حل المثلث ABC حيث $a = 9 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$ (5 درجات)

نموذج إجابة

الحل

بتطبيق قانون جيب التمام :



$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{49 + 25 - 81}{2(7)(5)}$$

$$= \frac{-1}{10}$$

$$\alpha \approx 95.7^\circ$$

$$\cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$= \frac{81 + 25 - 49}{2(9)(5)}$$

$$= \frac{19}{30}$$

$$\beta \approx 50.7^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - (95.7^\circ + 50.7^\circ)$$

$$= 33.56^\circ$$

تابع السؤال الرابع :

$$\frac{{}_nC_5}{{}_{n-1}C_4} = \frac{6}{5} \quad (b) \text{ أوجد قيمة } n \text{ حيث :}$$

(5 درجات)

نموذج إجابة

الحل

$$\frac{{}_nC_5}{{}_{n-1}C_4} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{n!}{(n-5)! 5!} \div \frac{(n-1)!}{(n-1-4)! 4!}$$

$$\frac{n!}{(n-5)! 5!} \times \frac{(n-5)! 4!}{(n-1)!} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{n(n-1)!}{(n-5)! 5 \cdot 4!} \times \frac{(n-5)! 4!}{(n-1)!} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{n}{5} = \frac{6}{5}$$

$$n = 6$$

$$1 + 1$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

نموذج إجابة

ثانياً: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة ،
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) الاحداثيات الديكارتية للنقطة $A(4, \frac{5\pi}{3})$ هي $A(2, -2\sqrt{3})$.

(2) إذا كان المستقيم ℓ مائل على المستوى π فإن $\vec{\ell}$ ليس عمودياً على أي مستقيم محتوي في π .

(3) إذا كانت أطوال أضلاع مثلث تساوي 5 cm ، 12 cm ، 13 cm فإن قياس الزاوية الأكبر في هذا المثلث يساوي حوالي 133.4°

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربعة عبارات واحدة فقط منها صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(4) الجذران التربيعيان للعدد المركب $z = 3 - 4i$ هما :

- (a) $\begin{cases} z_1 = 2 + i \\ z_2 = -2 - i \end{cases}$ (b) $\begin{cases} z_1 = 3 - 4i \\ z_2 = -3 + 4i \end{cases}$
(c) $\begin{cases} z_1 = -2 + i \\ z_2 = 2 - i \end{cases}$ (d) $\begin{cases} z_1 = -7 - i \\ z_2 = 7 + i \end{cases}$

(5) المقدار $\tan^2 x - \sin^2 x$ متطابق مع المقدار :

- (a) $\tan^2 x$ (b) $\cot^2 x$ (c) $\tan^2 x \sin^2 x$ (d) $\cot^2 x \cos^2 x$

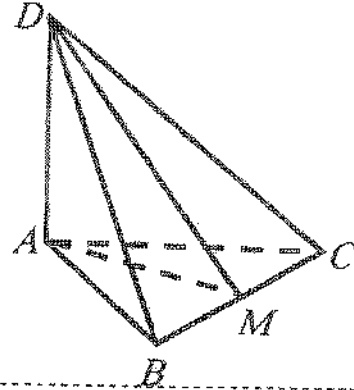
(6) إذا كان $\vec{m} \subset \pi_2$ ، $\vec{\ell} \subset \pi_1$ ، $\pi_1 \neq \pi_2$ ، $\pi_1 // \pi_2$ فإن :

- (a) $\vec{\ell} // \vec{m}$ (b) $\vec{\ell} \perp \vec{m}$ (c) $\vec{\ell}$ ، \vec{m} متخالفان (d) $\vec{\ell} \cap \vec{m} = \phi$

نموذج إجابة

(7) في الشكل المقابل : إذا كان \overline{AD} عمودي على (ABC) ، $AB = AC$ ، M منتصف \overline{BC} فإن :

- (a) $(ABC) \perp (DAC)$
 (b) $(DBC) \perp (DAC)$
 (c) $(AMD) \perp (ACD)$
 (d) $(ABD) \perp (BCD)$



(8) مساحة المثلث الذي أطوال أضلاعه 7 cm ، 8 cm ، 9 cm هي :

- (a) $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$ (b) $12\sqrt{5}\text{ cm}^2$ (c) $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$ (d) $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

(9) $\tan\left(h + \frac{\pi}{4}\right)$ تساوي :

- (a) $1 + \tanh$ (b) $\frac{1 - \tanh}{1 + \tanh}$
 (c) $\frac{1 + \tanh}{1 - \tanh}$ (d) $1 - \tanh$

(10) في مفكوك $(2a - 3b)^6$ الحد الذي معاملته 2160 هو الحد :

- (a) الثاني (b) الثالث (c) الرابع (d) الخامس

" انتهت الأسئلة "

نموذج إجابة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(2)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(3)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(4)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(5)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(6)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/> d
(7)	<input checked="" type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(8)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(9)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(10)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d



10

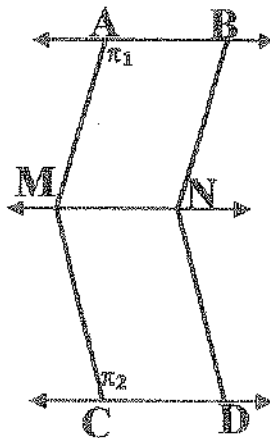
لكل بند درجة واحدة فقط

القسم الأول - أسئلة العقل

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول: (a) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $z = 5 + 12i$ (5 درجات)

(b) في الشكل المقابل ليكن π_1, π_2 مستويان متقاطعان في \overleftrightarrow{MN} حيث $\overleftrightarrow{AB} // \pi_2$ (5 درجات)

$$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD} \text{ اے } \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2, \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$$


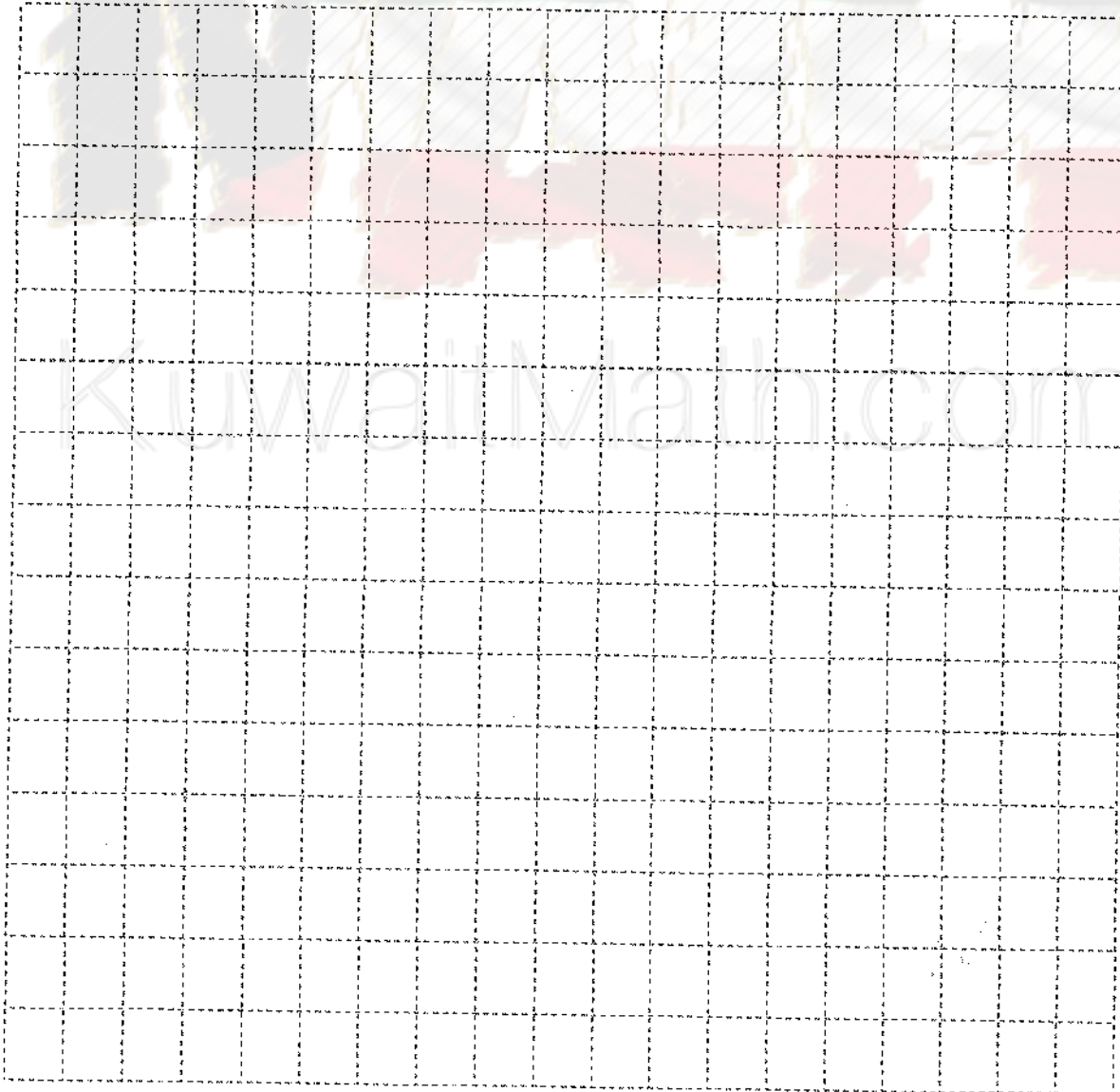
السؤال الثاني :

- (a) إذا كان : $z_1 = 5 - 4i$ ، $z_2 = 3 + i$ فاجد :
- (1) $z_2 \cdot z_1$ (2) $(\overline{z_2 + z_1})$ (3) $(z_2)^{-1}$ (3 درجات)

- (b) حل $\triangle ABC$ حيث $a = 7 \text{ cm}$ ، $b = 6 \text{ cm}$ ، $\alpha = 26.3^\circ$ (3 درجات)

تابع السؤال الثاني :

(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3 \cos 4x$ ، حيث $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (4 درجات)
ثم ارسم بيئتها

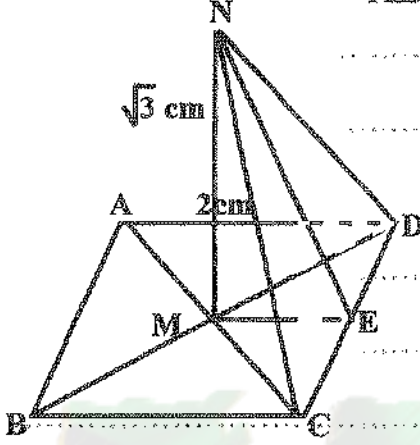


السؤال الثالث :

(a) ABCD مستطيل تقاطع قطراه في M وفيه $AD = 2\text{cm}$ ، E منتصف CD (7 درجات)

أقيم \overline{NM} عموداً على (ABCD) حيث N خارج مستواه بحيث $MN = \sqrt{3}\text{ cm}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD , NCD



(b) اثبت صحة المتطابقة : $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$ (3 درجات)

السؤال الرابع :

(a) إذا كان $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ فاوجد : (5 درجات)

(1) $\sin (\theta - \frac{\pi}{2})$ (2) $\tan 2\theta$

KuwaitMath.com

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة : ${}_n C_4 = \frac{1}{2} {}_n C_5$ (5 درجات)

ثانياً: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) في المثلث ABC : $AC = 9\text{cm}$ ، $AB = 7\text{cm}$ ، $BC = 8\text{cm}$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي $12\sqrt{5}\text{ cm}^2$

(2) إذا كان $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ، $\cos \theta = \frac{3}{5}$ فإن $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$

(3) إذا كان : $\vec{l} \parallel \pi$ ، $\vec{m} \parallel \pi$ فإن $\vec{l} \perp \vec{m}$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كان : $z = i$ فإن $(z)^{250}$ يساوي :

- (a) i (b) $-i$ (c) 1 (d) -1

(5) الدالة التي تمثل تمديداً رأسياً بمعامل 4 وانكماشاً أفقياً بمعامل $\frac{1}{3}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin(x)$ هي الدالة $f(x)$ تساوي

- (a) $4 \sin\left(\frac{1}{3}x\right)$ (b) $\frac{1}{3} \sin(3x)$
(c) $3 \sin(4x)$ (d) $4 \sin(3x)$

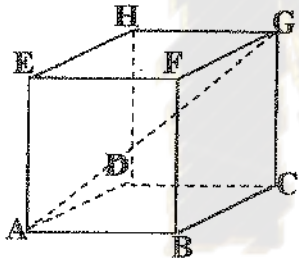
(6) في المثلث ABC : $m(\hat{A}) = 120^\circ$ ، $AB = 30 \text{ cm}$ ، $AC = 40 \text{ cm}$ فإن طول \overline{BC} يساوي تقريباً :

- (a) 60.8 cm (b) 36 cm
(c) 21 cm (d) 68 cm

(7) المقدار : $\frac{1}{\tan x} + \tan x$ متطابق مع المقدار :

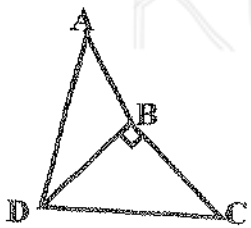
- (a) $\sec x \cos x$ (b) $\cos x \sin x$ (c) $\sec x \csc x$ (d) $\sec x \sin x$

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره \overline{AG} يساوي :



- (a) $\sqrt{3} \text{ cm}$ (b) 9 cm
(c) 18 cm (d) $3\sqrt{3} \text{ cm}$

(9) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B ، فإذا كان \overrightarrow{AB} عمودي على (DBC) فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية \overrightarrow{BD} هي :



- (a) \hat{DBC} (b) \hat{ABC}
(c) \hat{ABD} (d) \hat{ADC}

(10) معامل الحد الثالث من مفكوك $(a - b)^7$ هو :

- (a) -21 (b) -7 (c) 7 (d) 21

" انتهت الأسئلة "

نموذج الاجابة

القسم الأول - أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها

السؤال الأول: (a) أوجد الجذرين التربيعين للعدد المركب $z = 5 + 12i$ (5 درجات)
 لتكن $w = m + ni$ جذراً تربيعياً للعدد z فيكون $w^2 = z$

$$(m + ni)^2 = 5 + 12i \rightarrow m^2 - n^2 + 2mni = 5 + 12i$$

$$\therefore m^2 - n^2 = 5 \quad (1)$$

$$2mn = 12 \quad (2)$$

$$|w|^2 = |z| \rightarrow (\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{(5)^2 + (12)^2}$$

$$m^2 + n^2 = 13 \quad (3)$$

بجمع المعادلتين (1) و (3)

$$m^2 - n^2 = 5$$

$$2m^2 = 18 \rightarrow m^2 = 9$$

$$n^2 = 4 \rightarrow n = \pm 2$$

$$m = 3, n = 2$$

$$m = -3, n = -2$$

الجزران التربيعيان للعدد المركب $5 + 12i$ هما:

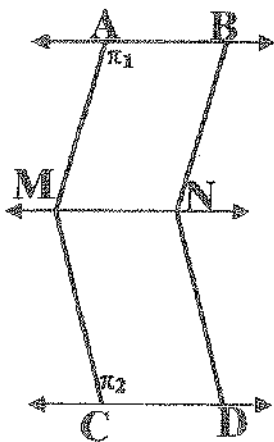
$$w_1 = 3 + 2i, w_2 = -3 - 2i$$



بالتعويض في (1)

من المعادلة (2)

(b) في الشكل المقابل ليكن π_1, π_2 مستويان متقاطعان في \overleftrightarrow{MN} حيث $\overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2$ (5 درجات)



اثبت $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ حيث $\overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1$

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \pi_2, \overleftrightarrow{AB} \subset \pi_1$$

$$\therefore \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}$$

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{MN} \quad (1) \quad (\text{نظرية})$$

$$\therefore \pi_1 \cap \pi_2 = \overleftrightarrow{MN}, \overleftrightarrow{CD} \parallel \pi_1, \overleftrightarrow{CD} \subset \pi_2$$

$$\therefore \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{MN} \quad (2)$$

$$\therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD} \quad (\text{نظرية}) \quad (2) \text{ و } (1) \text{ من}$$

تجب مراعاة الحلول الأخرى

نموذج الاجابة

السؤال الثاني :

(a) إذا كان : $z_1 = 5 - 4i$, $z_2 = 3 + i$ فأوجد : (3 درجات)

(3) $(z_2)^{-1}$

(2) $(\overline{z_2 + z_1})$

(1) $z_2 \cdot z_1$

(1) $z_2 \cdot z_1 = (3 + i)(5 - 4i)$

$= 15 - 12i + 5i + 4$

$= 19 - 7i$

(2) $z_2 + z_1 = 8 - 3i$

$(\overline{z_2 + z_1}) = 8 + 3i$

(3) $z_2^{-1} = \frac{1}{3+i} \times \frac{3-i}{3-i}$

$= \frac{3-i}{9+1} = \frac{3}{10} - \frac{1}{10}i$



(b) حل $\triangle ABC$ حيث $a = 7$ cm , $b = 6$ cm , $\alpha = 26.3^\circ$ (3 درجات)

$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin B}{b}$

$\frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin B}{6}$

$\sin B \approx 0.379$

$\therefore B_1 \approx 22.3^\circ$ أو $B_2 \approx 157.6^\circ$

$\therefore \alpha + B_2 \approx 183.9^\circ > 180^\circ$

$\therefore B_2$ مرفوضه

$\gamma = 180^\circ - (22.3^\circ + 26.3^\circ)$

$= 131.4^\circ$

$\therefore \frac{\sin 26.3^\circ}{7} = \frac{\sin 131.4^\circ}{c}$

$c \approx 11.85$ cm

نموذج الاجابة

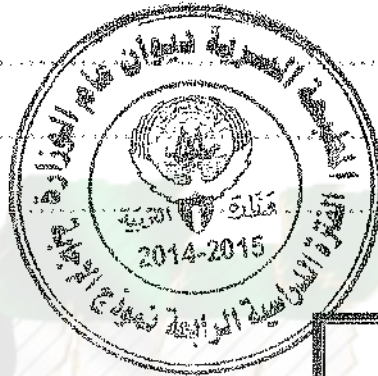
تابع السؤال الثاني :

(c) أوجد السعة و الدورة للدالة : $y = -3 \cos 4x$ ، حيث $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ (4 درجات)
ثم ارسم بياتها

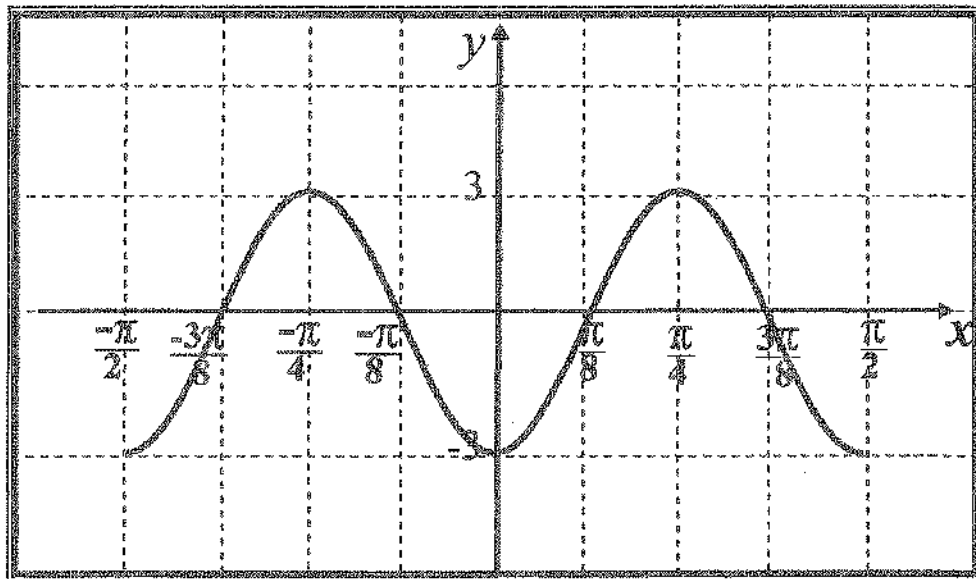
السعة : $|a| = |-3| = 3$

الدورة : $\frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2}$

ربع الدورة = $\frac{\pi}{8}$



x	0	$\frac{\pi}{8}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{8}$	$\frac{\pi}{2}$
$4x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 4x$	1	0	-1	0	1
$-3 \cos 4x$	-3	0	3	0	-3



نموذج الاجابة

السؤال الثالث :

(a) ABCD مستطيل تقاطع قطراه في M وفيه $AD = 2\text{cm}$, E منتصف CD (7 درجات)

أقيم \overline{NM} عموداً على (ABCD) حيث N خارج مستواه بحيث $MN = \sqrt{3}\text{ cm}$

أوجد قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD , NCD

CD هي الحافة المشتركة بين المستويين ABCD و NCD

$\overline{MN} \perp (ABCD)$ و $\overline{CD} \subset (ABCD)$

$\therefore \overline{MN} \perp \overline{CD}$ (1)

في مثلث CDM الخطاطيف لظلاله (من خواص المستويين)

... E منتصف CD

$\overline{ME} \perp \overline{CD}$ (2)

من (2) و (1) نجد أن : $\overline{ME} \subset \text{HNE}$ و $\overline{CD} \perp \overline{ME}$

من $\overline{ME} \perp \overline{CD}$ و $\overline{MN} \perp \overline{CD}$ نجد أن الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD و NCD هي $\angle MEN$

في مثلث BCD

M منتصف BD (من خواص المستويين)

E منتصف CD

$\therefore ME = \frac{1}{2} AD \rightarrow ME = \frac{1}{2} \times 2 = 1\text{ cm}$

في مثلث MEN لظلاله الزاوية في M (من خواص المستويين)

$$\tan(\angle MEN) = \frac{MN}{ME} = \sqrt{3}$$

$$\therefore m(\angle MEN) = 60^\circ$$

من قياس الزاوية الزوجية بين المستويين ABCD , NCD هو 60°

(b) أثبت صحة المتطابقة : $\tan^2 x - \sin^2 x = \sin^2 x \tan^2 x$ (3 درجات)

$$\text{الطرف الأيسر} = \tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x$$

$$= \frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \cdot \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$$

الطرف الأيمن =

نموذج الاجابة

السؤال الرابع :

(5 درجات)

فاوجد : $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$

(a) إذا كان $\cos \theta = -\frac{3}{5}$

(2) $\tan 2\theta$

(1) $\sin(\theta - \frac{\pi}{2})$

$$\frac{1}{2} \quad \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad \sin^2 \theta + \left(-\frac{3}{5}\right)^2 = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad \sin^2 \theta = \frac{16}{25} \rightarrow \sin \theta = \pm \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \sin \theta = \frac{4}{5}$$

$$\frac{1}{2} \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = -\frac{4}{3}$$

$$\frac{1}{2} \quad \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) = \sin\left(-\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\cos \theta = \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{2} \quad \tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2\left(-\frac{4}{3}\right)}{1 - \frac{16}{9}} = \frac{24}{7}$$



(5 درجات)

(b) أوجد مجموعة حل المعادلة : ${}_{2n}C_4 = \frac{1}{2} {}_{2n}C_5$

$$1 + 1 \quad \frac{2n!}{(2n-4)!4!} = \frac{1}{2} \times \frac{2n!}{(2n-5)!5!}$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{2n!}{(2n-4)!4!} \times \frac{(2n-5)!5!}{2n!} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \frac{(2n-5)! \times 5 \times 4!}{(2n-4)(2n-5)!4!} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \frac{5}{2n-4} = \frac{1}{2} \rightarrow 2n-4 = 10$$

$$\frac{1}{2} \quad 2n = 14 \rightarrow n = 7$$

5
يجب مراعاة الحلول الأخرى

ثانياً: البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) في المثلث ABC : $AC = 9\text{cm}$ ، $AB = 7\text{cm}$ ، $BC = 8\text{cm}$ فإن مساحة المثلث ABC تساوي $12\sqrt{5}\text{ cm}^2$

(2) إذا كان $0^\circ < \theta < 90^\circ$ فإن $\cos \theta = \frac{4}{5}$ فإن $\sin 2\theta = \frac{4}{5}$

(3) إذا كان : $\vec{m} \parallel \vec{n}$ فإن $\vec{l} \perp \vec{m}$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (10) لكل بند أربع اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كان : $z = i$ فإن z^{250} يساوي :

- (a) i (b) $-i$ (c) 1 (d) -1

(5) الدالة التي تمثل تمعدداً رأسياً بمعامل 4 وانكماشاً أفقياً بمعامل $\frac{1}{3}$ لمنحنى الدالة $g(x) = \sin(x)$ هي الدالة $f(x)$ تساوي

- (a) $4 \sin\left(\frac{1}{3}x\right)$ (b) $\frac{1}{3} \sin(3x)$
(c) $3 \sin(4x)$ (d) $4 \sin(3x)$

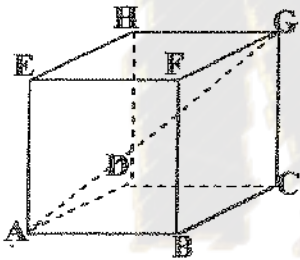
(6) في المثلث ABC : $m(\hat{A}) = 120^\circ$, $AB = 30 \text{ cm}$, $AC = 40 \text{ cm}$ فإن طول \overline{BC} يساوي تقريباً :

- (a) 60.8 cm (b) 36 cm
(c) 21 cm (d) 68 cm

(7) المقدار : $\frac{1}{\tan x} + \tan x$ متطابق مع المقدار :

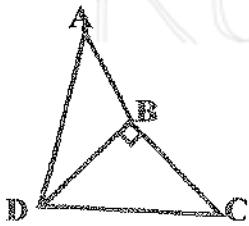
- (a) $\sec x \cos x$ (b) $\cos x \sin x$ (c) $\sec x \csc x$ (d) $\sec x \sin x$

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً له طول حوافه 3 cm فإن طول قطره \overline{AG} يساوي :



- (a) $\sqrt{3} \text{ cm}$ (b) 9 cm
(c) 18 cm (d) $3\sqrt{3} \text{ cm}$

(9) في الشكل المقابل ، المثلث DBC قائم الزاوية في B ، فإذا كان \overrightarrow{AB} عمودي على (DBC) فإن الزاوية المستوية للزاوية الزوجية \overrightarrow{BD} هي :



- (a) \hat{DBC} (b) \hat{ABC}
(c) \hat{ABD} (d) \hat{ADC}

(10) معامل الحد الثالث من مفكوك $(a - b)^7$ هو :

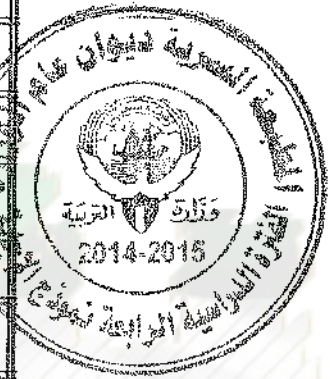
- (a) -21 (b) -7 (c) 7 (d) 21

" انتهت الأسئلة "

نموذج الاجابة

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الإجابة			
(1)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(2)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(3)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(4)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
(5)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
(6)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(7)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d
(8)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
(9)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(10)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>



10

لكل بند درجة واحدة فقط

الزمن : ساعتان ونصف
(الامتحان في 8 صفحات)

دولة الكويت
وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

القسم الأول - أسئلة المقال: (أجب عن جميع الأسئلة موضحاً خطوات الحل)
(المقام أينما وجد لا يساوي الصفر)

السؤال الأول:

(7 درجات)

$$z = -3 + 4i$$

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب

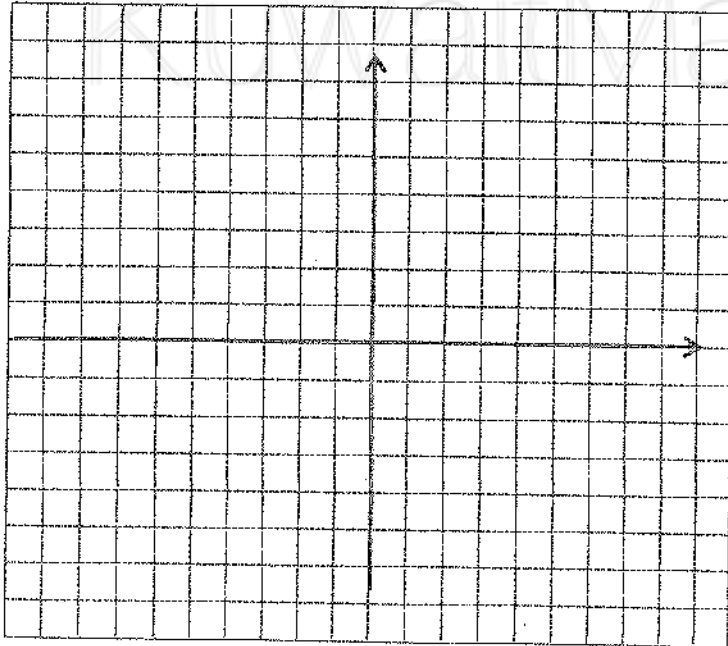
الحل:

(3 درجات)

(b) أوجد السعة والدورة ثم ارسم دورة واحدة لبيان الدالة:

$$y = 3 \cos 2x$$

الحل:



السؤال الثاني :

(a) ABC مثلث فيه $a = 3\text{ cm}$, $b = 8\text{ cm}$, $c = 7\text{ cm}$ (5 درجات)
أوجد : ● قياس أكبر زاوية

● مساحة سطح المثلث ABC مستخدماً قاعدة هيرون

الحل هـ :



KuwaitMath.com

(5 درجات)

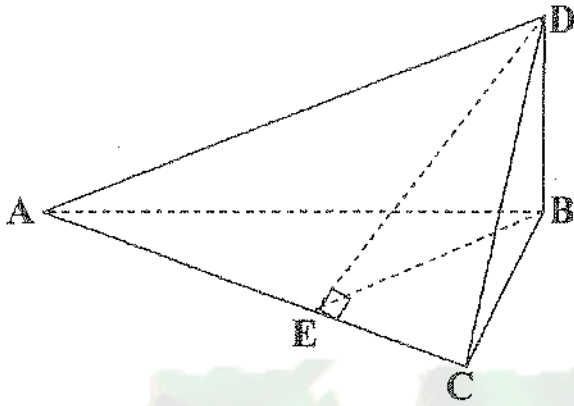
(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC

$$\overline{DE} \perp \overline{AC}, \overline{DB} \perp (ABC), DB = 5\text{cm}, AB = 10\text{cm}, m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$$

BE ① : أوجد $\overline{BE} \perp \overline{AC}$,

② قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

الحل:



KuwaitMath.com

السؤال الثالث :

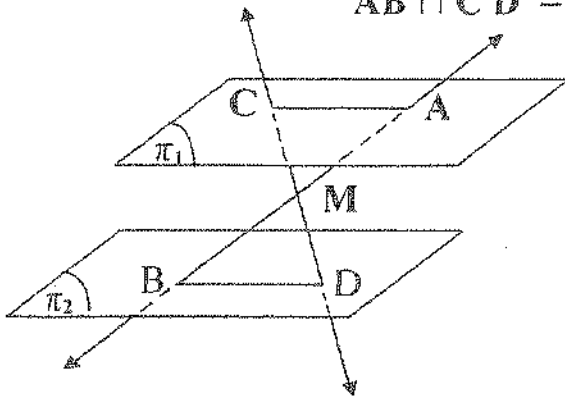
(5 درجات) (a) في الشكل المقابل π_1, π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما

حيث: $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{CD} = \{M\}$, $A, C \in \pi_1$, $B, D \in \pi_2$

$$\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$$

أثبت أن

الحل:



(5 درجات) (b) حل المعادلة: $2 \cos x \sin x - \cos x = 0$, $x \in [0, 2\pi)$

الحل:

KuwaitMath.com

السؤال الرابع :

(4 درجات) $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \tan x \cdot \sec x$: أثبت صحة المتطابقة :
الحل :

(3 درجات) ${}^nC_2 = 105$: حل المعادلة :
الحل :

② يستخدم حوالي 11% من الطلاب في أحد المدارس اليد اليسرى للكتابة.
يوجد في أحد الصفوف 30 طالبا، فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة.
(3 درجات)
الحل :

القسم الثاني - البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1- 4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كان: $x i^2 + 3 y i = 5 + 3 i^5$ فإن $(x, y) = (-5, 1)$

(2) الدالة: $y = a \tan bx$ دالة دورية دورتها $\frac{\pi}{2b}$

(3) $\cos 6x = 2 \cos^2 3x - 1$

- (4) إذا توازي مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين

ثانياً: في البنود من (5- 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) الصورة المثلثية للعدد $z = 2 - 2\sqrt{3} i$ حيث $\theta \in [0, \pi)$ هي:

- (a) $z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ (b) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$
(c) $z = 4 \left(\cos \frac{-\pi}{3} + i \sin \frac{-\pi}{3} \right)$ (d) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{3} - i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$

(6) يمثل بيان الدالة: $f(x) = 2 \cos x - 1$ لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$:

- (a) انكماشاً رأسياً بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة
(b) تمديداً رأسياً بمعامل 2 وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة
(c) انكماشاً رأسياً بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة
(d) تمديداً رأسياً بمعامل 2 وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة

امتحان نهاية الفترة الدراسية الرابعة للنصف الحادي عشر علمي
المجال الدراسي الرياضيات - القسم العلمي - العام الدراسي 2013 / 2014 م

نموذج الإجابة

تراعى الحلول الأخرى

القسم الأول - أسئلة المقال

السؤال الأول:

(a) أوجد الجذرين التربيعيين للعدد المركب $z = -3 + 4i$

الحل: ليكن $w = m + ni$ جذرا تربيعيا للعدد z فيكون $w^2 = z$

$$\therefore (m + ni)^2 = -3 + 4i \longrightarrow m^2 - n^2 + 2nm i = -3 + 4i$$

$$\therefore m^2 - n^2 = -3 \quad \dots\dots(1)$$

$$2mn = 4 \quad \dots\dots(2) \longrightarrow n, m \text{ لهما نفس الإشارة}$$

$$\therefore |w|^2 = |z| \longrightarrow (\sqrt{m^2 + n^2})^2 = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2}$$

$$\therefore m^2 + n^2 = 5 \quad \dots\dots(3)$$

من المعادلة (1)، (3) نجد أن:

$$2m^2 = 2 \longrightarrow m = \pm 1$$

$$2n^2 = 8 \longrightarrow n = \pm 2$$

\therefore الجذران التربيعيان للعدد $z = -3 + 4i$ هما:

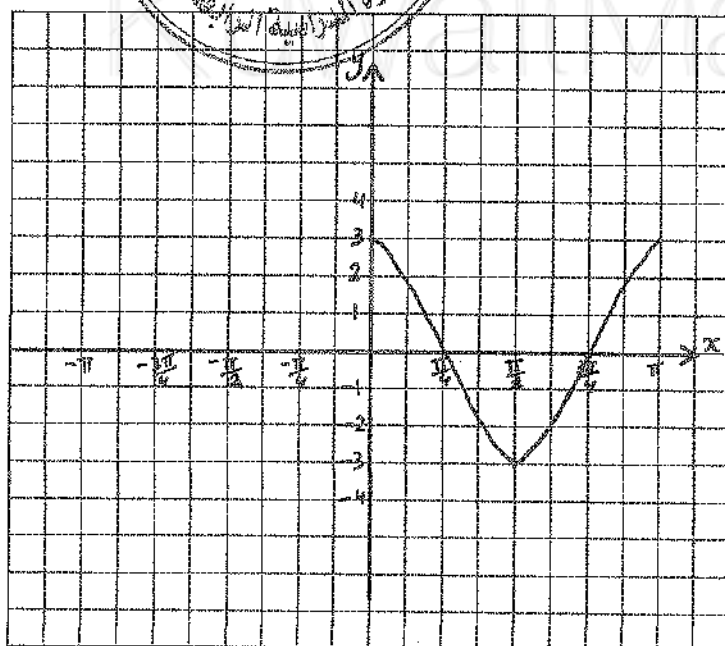
$$w_1 = 1 + 2i, \quad w_2 = -1 - 2i$$

(b) أوجد السعة والدورة ثم ارسم دورة واحدة لبيان الدالة:
الحل: $y = 3 \cos 2x$

$$\text{السعة: } a = |3| = 3$$

$$\text{الدورة: } \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$$

$$\text{ربع الدورة: } \frac{\pi}{4}$$



x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$2x$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos 2x$	1	0	-1	0	1
y	3	0	-3	0	3

تحديد النقاط على الرسم $1\frac{1}{2}$

الشكل العام للمنحنى $\frac{1}{2}$

نموذج الإجابة

السؤال الثاني :

(a) مثلث فيه $a = 3 \text{ cm}$, $b = 8 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$ أوجد : (1) قياس أكبر زاوية

(2) مساحة سطح المثلث ABC مستخدماً قاعدة هيرون

الحل :

$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad \text{قياس أكبر زاوية هو } \beta \text{ لأنها تقابل أطول ضلع}$$
$$1 \quad \cos \beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$\frac{1}{2} \quad = \frac{3^2 + 7^2 - 8^2}{2(3)(7)} = \frac{-1}{7}$$

$$\frac{1}{2} \quad \therefore \beta \approx 98.21^\circ$$

$$\frac{1}{2} \quad s = \frac{1}{2} (a + b + c) \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \frac{1}{2} (3 + 8 + 7) = 9$$

$$1 \quad \text{Area} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \sqrt{9(9-3)(9-8)(9-7)}$$

$$\frac{1}{2} \quad = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$$



نموذج الإجابة

(b) في الشكل المقابل D نقطة خارج مستوى المثلث ABC (5 درجات)

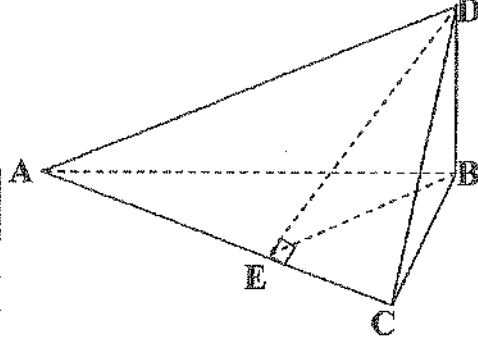
$$\overline{DE} \perp \overline{AC}, \overline{DB} \perp (ABC), DB = 5\text{cm}, AB = 10\text{cm}, m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6}$$

BE (1) : أوجد $\overline{BE} \perp \overline{AC}$,

(2) قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC

البرهان:

(1) في المستوى ABC:



$$\therefore \overline{BE} \perp \overline{AC} \rightarrow \therefore m(\hat{BEA}) = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore m(\hat{BAC}) = \frac{\pi}{6} \rightarrow \Delta AEB \text{ مثلثيني ستيني}$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2} AB = 5\text{ cm}$$

(2) \overleftrightarrow{AC} هو خط تقاطع المستويين BAC , DAC

$\overline{BE} \perp \overline{AC}$: في المستوى BAC

$\overline{DE} \perp \overline{AC}$: في المستوى DAC

$\therefore \overleftrightarrow{AC}$ حافة الزاوية الزوجية بين المستويين

\therefore الزاوية المستوية للزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي \hat{BED}

$$\therefore \overline{DB} \perp (ABC), \overline{BE} \subset (ABC) \rightarrow \therefore \overline{DB} \perp \overline{BE}$$

$$m(\hat{BED}) = \frac{\pi}{4} \leftarrow \Delta DBE \text{ قائم الزاوية في } \hat{B} \text{ وهو متطابق الضلعين}$$

\therefore قياس الزاوية الزوجية بين المستويين BAC , DAC هي $\frac{\pi}{4}$

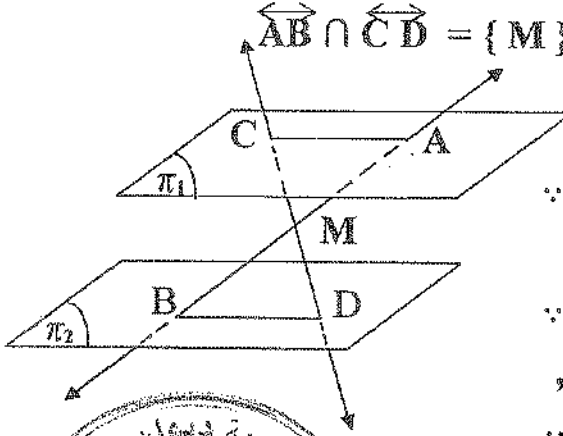
نموذج الإجابة

السؤال الثالث :

(a) في الشكل المقابل π_1, π_2 مستويان متوازيان، M نقطة واقعة بينهما (5 درجات)

حيث: $\overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{M\}$, $A, C \in \pi_1$, $B, D \in \pi_2$
 أثبت أن $\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$

البرهان:



$$\therefore \overrightarrow{AB} \cap \overrightarrow{CD} = \{M\}$$

\therefore يعينان مستوى وحيد هو (ADBC)

$$\therefore (ADBC) \cap \pi_1 = \overrightarrow{CA}$$

$$, (ADBC) \cap \pi_2 = \overrightarrow{BD}$$

$$\therefore \pi_1 \parallel \pi_2$$

$$\therefore \overrightarrow{CA} \parallel \overrightarrow{BD}$$

في المستوى ADBC:

$$\Delta BMD \sim \Delta AMC \quad (\text{لتطابق زواياهما})$$

وينتج أن:

$$\frac{AM}{BM} = \frac{AC}{BD}$$

1/2
1/2
1/2
1/2
1/2
1
1/2 + 1/2
1/2



(b) حل المعادلة: $2 \cos x \sin x - \cos x = 0$, $x \in [0, 2\pi)$ (5 درجات)

الحل:

$$\cos x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\therefore \cos x = 0 \quad \text{or} \quad 2 \sin x - 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2} \quad \left| \quad \sin x = \frac{1}{2} \right.$$

نفرض α هي زاوية الإسناد حيث $\sin \alpha = |\sin x|$

$$= \left| \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \sin x > 0$$

$\therefore x$ تقع في الربع الأول أو الثاني

$$x = \alpha = \frac{\pi}{6} \quad \text{في الربع الأول:}$$

$$x = \pi - \alpha = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \quad \text{في الربع الثاني:}$$

$$\therefore \text{حل المعادلة هو: } x = \frac{\pi}{2}, x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{6}$$

1/2
1/2 + 1/2
1 + 1/2
1/2
1/2
1/2 + 1/2

(4 درجات)

السؤال الرابع: (a) أثبت صحة المتطابقة : $\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \tan x \cdot \sec x$

الحل:

1

$$\frac{\sec^2 x - 1}{\sin x} = \frac{\tan^2 x}{\sin x}$$

1

$$= \frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{\sin x}$$

1/2

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \times \frac{1}{\sin x}$$

1/2

$$= \frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

1/2 + 1/2

$$= \frac{\sin x}{\cos x} \times \frac{1}{\cos x} = \tan x \cdot \sec x = \text{الطرف الأيمن}$$

(3 درجات)

$${}_nC_2 = 105$$

(b) حل المعادلة :

الحل:

1

$$\frac{n!}{(n-2)! \times 2!} = 105$$

1/2

$$\frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)! \times 2!} = 105$$

1/2

$$n(n-1) = 210$$

1/2 + 1/2

$$n(n-1) = 15 \times 14 \longrightarrow n = 15$$



② يستخدم حوالي 11% من الطلاب في أحد المدارس اليد اليسرى للكتابة.

يوجد في أحد الصفوف 30 طالبا، فما احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد

(3 درجات)

اليسرى للكتابة.

نفرض الحدث A : استخدام اليد اليسرى في الكتابة

الحل:

الحدث B : عدم استخدام اليد اليسرى في الكتابة

الحدث E : 4 طلاب يستخدمون اليد اليسرى في الكتابة

1/2 + 1/2

$$P(A) = m = \frac{11}{100} = 0.11, \quad P(B) = 1 - m = 0.89$$

1/2

للحدث E يكون $n = 30, k = 4$

فيكون احتمال أن يكون 4 طلاب من هذا الصف يستخدمون اليد اليسرى للكتابة هو

1/2

$$P(E) = {}_nC_k (m)^k (1-m)^{n-k}$$

1/2

$$= {}_{30}C_4 (0.11)^4 (0.89)^{26}$$

1/2

$$= 0.19388$$

نموذج الإجابة

القسم الثاني - البنود الموضوعية

- أولاً: في البنود من (1 - 4) عبارات ظلل في ورقة الإجابة
- (a) إذا كانت العبارة صحيحة
- (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كان: $x i^2 + 3 y i = 5 + 3 i^5$ فإن $(x, y) = (-5, 1)$

(2) الدالة: $y = a \tan bx$ دالة دورية دورتها $\frac{\pi}{2b}$

(3) $\cos 6x = 2 \cos^2 3x - 1$

(4) إذا توازي مستقيمان ومر بهما مستويان متقاطعان فإن تقاطعهما هو مستقيم يوازي كلا من هذين المستقيمين

ثانياً: في البنود من (5 - 10) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة.

(5) الصورة المثلثية للعدد $z = 2 - 2\sqrt{3} i$ حيث $0 \in [0, \pi)$ هي:

- (a) $z = 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$ (b) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$
- (c) $z = 4 \left(\cos \frac{-\pi}{3} + i \sin \frac{-\pi}{3} \right)$ (d) $z = 4 \left(\cos \frac{5\pi}{3} - i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$

(6) يمثل بيان الدالة: $f(x) = 2 \cos(x) - 1$ لمنحنى الدالة $g(x) = \cos x$

- (a) انكماشاً رأسياً بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة
- (b) تمديداً رأسياً بمعامل 2 وإزاحة إلى أعلى بمقدار وحدة واحدة
- (c) انكماشاً رأسياً بمعامل $\frac{1}{2}$ وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة
- (d) تمديداً رأسياً بمعامل 2 وإزاحة إلى أسفل بمقدار وحدة واحدة



نموذج الإجابة

(7) $\sin(x + \frac{\pi}{6})$ يساوي:

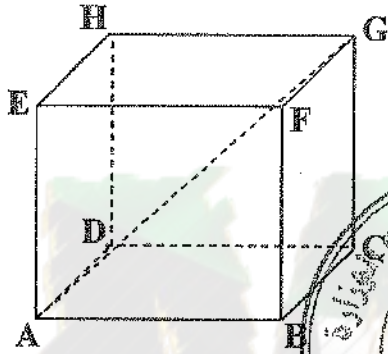
(a) $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$

(b) $\frac{1}{2} (\sin x + \cos x)$

(c) $\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$

(d) $\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{1}{2} \cos x$

(8) يمثل الشكل المقابل مكعباً إذا كان طول حرفه 3 cm فإن طول قطره \overline{AG} يساوي:



(a) 18 cm

(b) 9 cm

(c) $3\sqrt{3}$ cm

(d) $\sqrt{3}$ cm

(9) الحدثان r, t متنافيان حيث $P(t) = \frac{3}{5}$, $P(r) = \frac{1}{5}$ يكون $P(t \cup r)$ يساوي:

(a) $\frac{1}{5}$

(b) $\frac{14}{15}$

(c) $\frac{4}{15}$

(d) 0

(10) في مفكوك $(3x + 2y)^8$ الحد الذي يحوي $x^3 y^5$ هو:

(a) T_3

(b) T_4

(c) T_5

(d) T_6

انتهت الأسئلة.....

نموذج الإجابة

ورقة إجابة الموضوعي

السؤال	الإجابة			
(1)	a	b	c	d
(2)	a	b	c	d
(3)	a	b	c	d
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d
(9)	a	b	c	d
(10)	a	b	c	d



لكل بند درجة واحدة فقط

