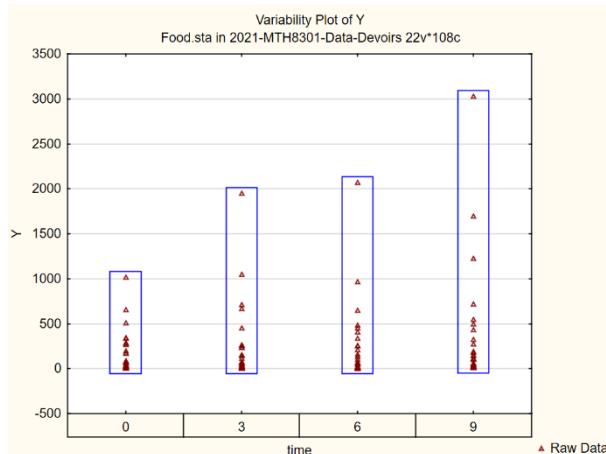


Exercice 13 - Food

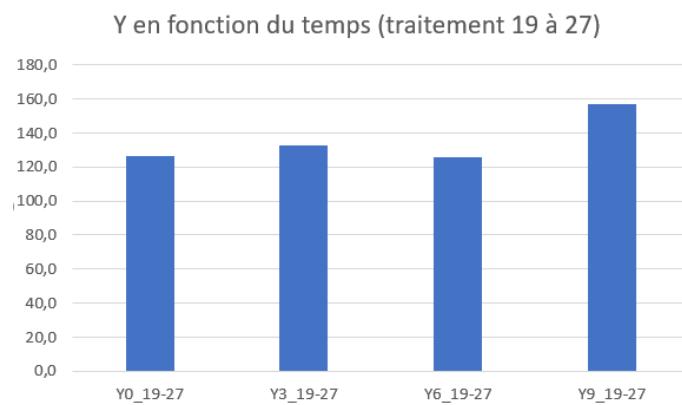
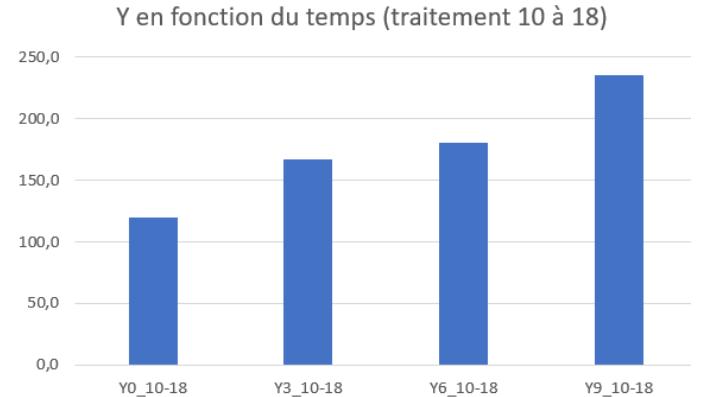
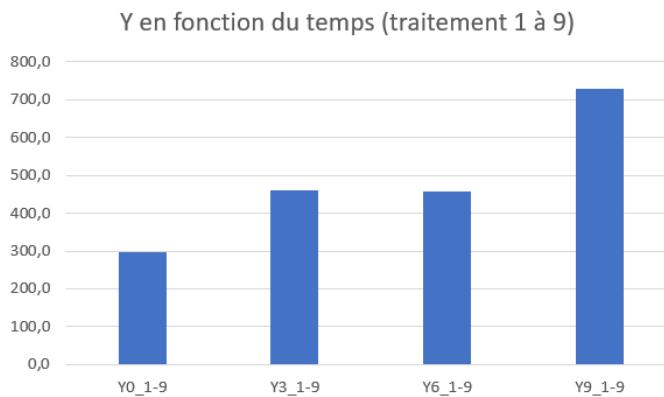
13a)

Figure 1 : Variabilité Y en fonction du temps (Générale)



On remarque que la variabilité de Y (viscosité) augmente d'une période 3 mois à l'autre voyant maintenant pour chaque séquence de 9 traitements différent si cette tendance à la hausse continue. Nous allons utiliser pour cela Excel et faire la moyenne des valeurs de Y à $t=0,3,6,9$ pour chaque tranche de traitement 1 à 9, 10 à 18 et 19 à 27.

Les 3 graphiques de Y en fonction du temps pour les différents traitements



On remarque sur les 3 graphiques une Tendance à la hausse des valeurs de Y (la viscosité) en fonction du temps et ceux pour les 3 tranches de traitement. On peut conclure que quel que soit le traitement employé la viscosité à tendance à augmenter au fur du temps, mais tout les traitements ne sont pas égaux fasse à la variabilité, en effet certains traitements crée plus de variabilité que d'autre ce qui impact négativement la stabilité global, comme on peut le voir sur l'histogramme pour les (traitements 1 à 9) il y'a une très grande variabilité de Y d'une période à l'autre alors que pour les (traitement 19 à 27) il apparait une bien meilleur stabilité de la viscosité en fonction du temps.

13b)

Figure 2 : Transformation de Box-Cox et logarithmique

23 Ybc	24 LogY
2,1558424	0,99
3,1309041	1,48
2,6399849	1,23
2,3713874	1,10
5,3524826	2,71
5,5304442	2,82
5,0553064	2,53
5,8462062	3,01
3,9559753	1,92
2,7361221	1,28
2,1091102	0,97
3,0518594	1,44
4,8770692	2,43
4,91111481	2,45
4,5354671	2,24
4,5354671	2,24
3,4778882	1,66
3,9058575	1,89
4,632853	2,29
3,2053935	1,52
2,7802756	1,30
5,044348	2,53
3,8239272	1,85
3,9684837	1,92

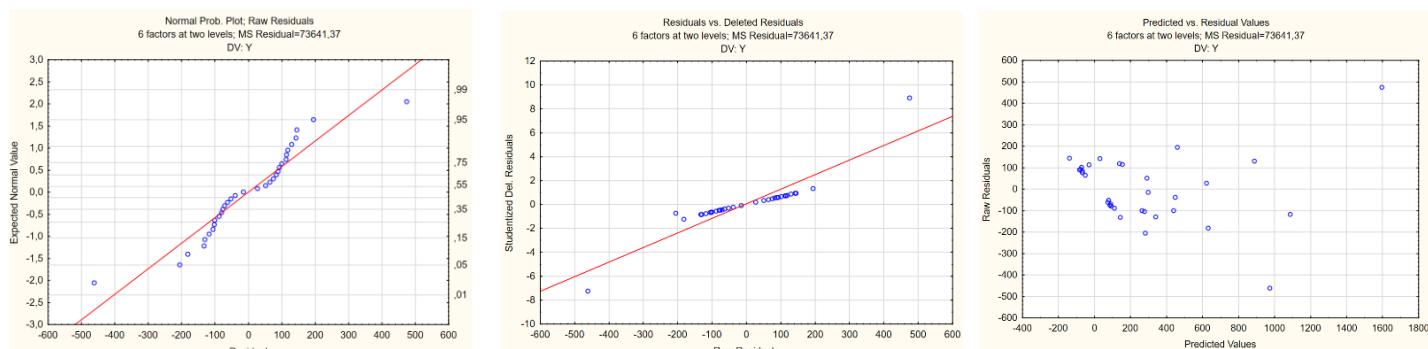
La transformation de Box-Cox permet de transformer une variable dépendante non-normal en une variable avec une forme normal ce qui permet de faire plus de test différent sur cette dernière.

La transformation logarithmique de la variable nous permet de corriger la distribution non normale de la variable Y mais aussi de respecter l'hypothèse d'homoscédasticité.

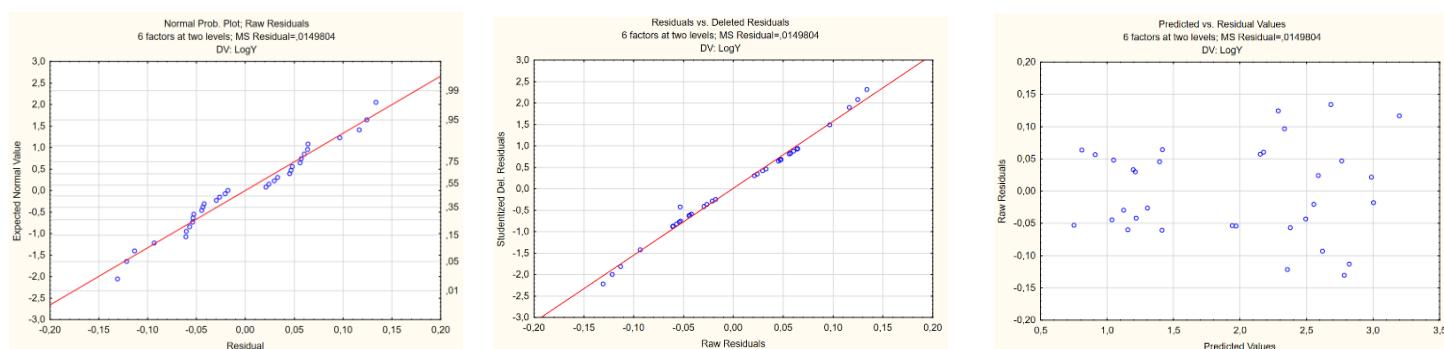
La transformation logarithmique est un cas particulier de la transformation de Box-Cox quand $\lambda = 0$.

Comparons les résidus :

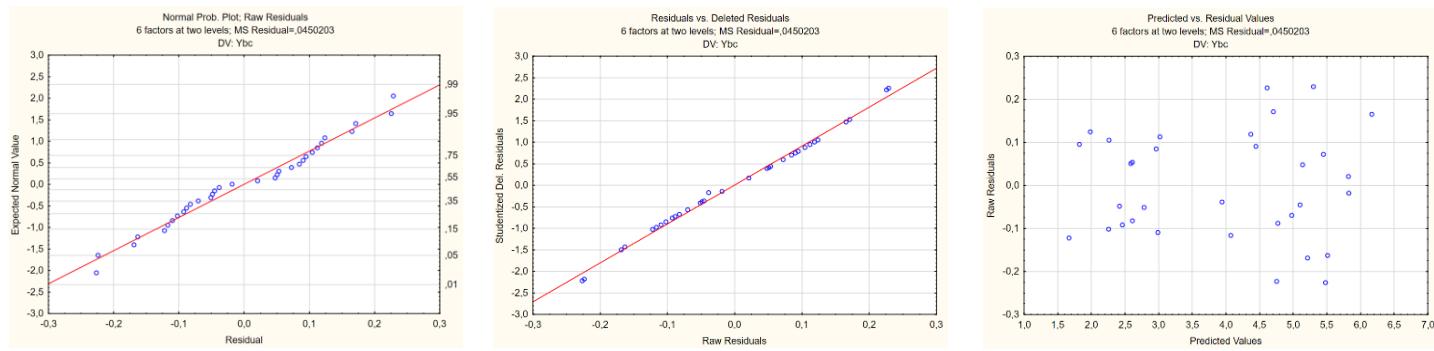
Avant transformation de Y



Transformation logarithmique LogY



Transformation Box-Cox Ybc



On observe qu'avant la transformation de la variable Y, la distribution de Y est non-normale et que l'hypothèse d'homoscédasticité et non respectée.

Après avoir effectué la transformation logarithmique (Base10) de Y et celle de Box-Cox, on a pu corriger la distribution non normale de la variable Y mais aussi de respecter l'hypothèse d'homoscédasticité.

On observe que les résidus de la transformation de [Box-Cox](#) donnent de meilleurs résultats que ceux avec la transformation logarithmique. Tout d'abord sur la figure (Normal Prob) les observations sont plus alignées avec la droite normale et donc suivent une distribution normale, de plus sur la figure (Residuals vs Deleted) on n'a pas de données aberrantes et les points sont encore plus alignés avec la droite, enfin sur la figure (predicted vs residuals), les résidus relatifs aux différentes modalités sont homogènes, ils y'a globalement la même dispersion, autrement dit leur variance est constante. En conclusion les 2 transformations sont excellentes mais [Ybc](#) apparaît donc comme étant le meilleur choix.

13c)

Figure 3 : Tableau d'Analyse de la variance de LogY en mesures répétées

Repeated Measures Analysis of Variance (Food.sta in 2021-MT)					
Sigma-restricted parameterization					
Effective hypothesis decomposition; Std. Error of Estimate: 0,52					
Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	16,48374	1	16,48374	58,76869	0,000002
XA	0,03603	2	0,01802	0,06424	0,938058
XB	3,19055	2	1,59528	5,68756	0,015561
XC	32,15308	2	16,07654	57,31690	0,000000
XD	0,25552	2	0,12776	0,45549	0,643208
XE	4,52166	4	1,13042	4,03022	0,022243
Error	3,92679	14	0,28049		
MONTH	0,01151	3	0,00384	0,23326	0,872692
MONTH*XA	0,09783	6	0,01630	0,99156	0,443424
MONTH*XB	0,25261	6	0,04210	2,56043	0,033296
MONTH*XC	0,12553	6	0,02092	1,27237	0,290649
MONTH*XD	0,08540	6	0,01423	0,86560	0,527999
MONTH*XE	0,36316	12	0,03026	1,84046	0,072309
Error	0,69063	42	0,01644		

Le tableau d'ANOVA Figure 3, nous permet d'identifier les facteurs qui ont un effet significatif sur la réponse LogY, comme on peut l'observe ci-dessus, on a 3 facteurs principaux XB, XC et XE qui sont

significatifs au seuil alpha établi de 5% et un facteur d'interaction entre MONTH&XB qui est également significatifs. Donc l'addition de polyphosphate de sodium, d'alginate de sodium et de carraghénane ont une influence significative sur la réponse LogY (Viscosité), avec le facteur Xc étant le plus significatif, il faut donc prendre en compte son grand impact sur la variabilité de Y et donc la stabilité de la température de la pièce lors de son addition.

13d)

Figure 3 : Tableau d'ANOVA de Y0

Univariate Tests of Significance for Y0 (Food.sta in 2021-MTH8301-Data-C) Over-parameterized model Type V decomposition					
Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	Fixed	46139,0	1	46139,0	0,230963
XA	Fixed	38739,0	2	19369,5	0,65841
XB	Fixed	4952,5	2	2476,3	0,08417
XC	Fixed	703350,1	2	351675,1	11,95411
XD	Fixed	133513,9	2	66757,0	0,226920
XE	Fixed	70713,5	4	17678,4	0,60092
XA*XB	Fixed		0		
XA*XC	Fixed		0		
XA*XD	Fixed		0		
XB*XC	Fixed		0		
XB*XD	Fixed		0		
XC*XD	Fixed		0		
Error		411862,6	14	29418,8	

Figure 4 : Tableau d'ANOVA de Y3

Univariate Tests of Significance for Y3 (Food.sta in 2021-MTH8301-Data-C) Over-parameterized model Type V decomposition					
Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	Fixed	73193	1	73193,1	0,631551
XA	Fixed	2043	2	1021,4	0,008813
XB	Fixed	285619	2	142809,4	1,232239
XC	Fixed	1450586	2	725293,1	6,258231
XD	Fixed	362378	2	181188,9	1,563398
XE	Fixed	649880	4	162469,9	1,401881
XA*XB	Fixed		0		
XA*XC	Fixed		0		
XA*XD	Fixed		0		
XB*XC	Fixed		0		
XB*XD	Fixed		0		
XC*XD	Fixed		0		
Error		1622520	14	115894,3	

Figure 5 : Tableau d'ANOVA de Y6

Univariate Tests of Significance for Y6 (Food.sta in 2021-MTH8301-Data-C) Over-parameterized model Type V decomposition					
Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	Fixed	90057	1	90056,8	0,424676
XA	Fixed	37885	2	18942,4	0,142235
XB	Fixed	243876	2	121938,2	0,915613
XC	Fixed	1495185	2	747592,4	5,613545
XD	Fixed	277404	2	138702,1	1,041490
XE	Fixed	620162	4	155040,5	1,164173
XA*XB	Fixed		0		
XA*XC	Fixed		0		
XA*XD	Fixed		0		
XB*XC	Fixed		0		
XB*XD	Fixed		0		
XC*XD	Fixed		0		
Error		1864471	14	133176,5	

Figure 6 : Tableau d'ANOVA de Y9

Univariate Tests of Significance for Y9 (Food.sta in 2021-MTH8301-Data-C) Over-parameterized model Type V decomposition					
Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	Fixed	126862	1	126862	0,402087
XA	Fixed	9553	2	4776	0,015138
XB	Fixed	1008473	2	504237	1,598165
XC	Fixed	3565407	2	1782703	5,650232
XD	Fixed	1052209	2	526105	1,667475
XE	Fixed	460088	4	115022	0,364559
XA*XB	Fixed		0		
XA*XC	Fixed		0		
XA*XD	Fixed		0		
XB*XC	Fixed		0		
XB*XD	Fixed		0		
XC*XD	Fixed		0		
Error		4417136	14	315510	

On observe que pour les 4 modèles, c'est le facteur XC (addition (%) of sodium alginate) qui est significatif sur Yt pour t= 0,3,6, et 9 avec un p_value <0,05. On remarque également que certains facteurs qui étaient significatifs avec la transformation logarithmique ne le sont plus avec Y, ce qui montre l'importance des transformations tel que Box-Cox et Log qui permettent de rendre de corriger les résidus de Y et de trouver d'autres facteurs significatifs.

Figure 7 : Tableau de synthèse avec coefficients des 4 modèles

Parameter Estimates (Food.sta in 2022-MTH8301-Data-Devoirs)				
(*Zeroed predictors failed tolerance check)				
Sigma-restricted parameterization				
Effect	Level of Effect	Y0 Param.	Y3 Param.	Y6 Param.
Intercept		213,003	268,278	297,583
XA	-1	-55,208	36,042	72,292
XA	0	3,900	13,333	-14,167
XB	-1	15,325	187,708	210,625
XB	0	-31,267	-43,333	-59,167
XC	-1	-168,358	-331,458	-316,458
XC	0	-74,167	7,500	-10,833
XD	-1	85,392	184,792	174,792
XD	0	-6,267	-18,333	-34,167
XE	-2	-65,202	-187,445	-156,750
XE	-1	-80,578	-117,407	-169,563
XE	0	-37,702	-149,945	-134,250
XE	1	1,185	232,243	157,312
				289,807

On remarque sur la figure 7 que pour chaque modalité des facteurs on a des valeurs différentes pour les coefficients.

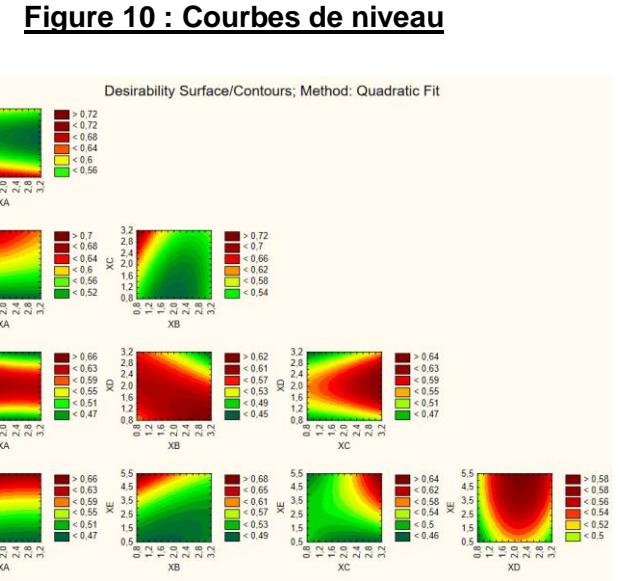
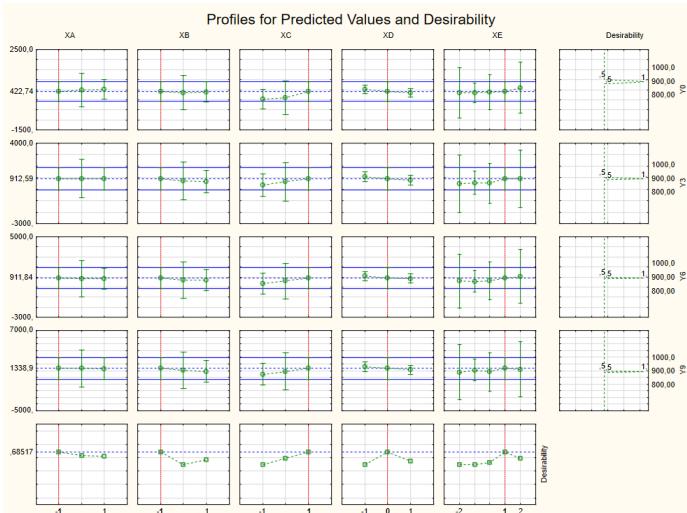
Figure 8 : Test de manque d'ajustement

Dependent Variable	Test of Lack of Fit (Food.sta in 2022-MTH8301-Data-Devoirs (1))									F	p
	SS Residual	df Residual	MS Residual	SS Pure Err	df Pure Err	MS Pure Err	SS Lack of Fit	df Lack of Fit	MS Lack of Fit		
Y0	411863	14	29418,8	0,00	0		411863	14	29418,8		
Y3	1622520	14	115894,3	0,00	0		1622520	14	115894,3		
Y6	1864471	14	133176,5	0,00	0		1864471	14	133176,5		
Y9	4417136	14	315509,7	0,00	0		4417136	14	315509,7		

Le test d'ajustement de premier ordre du modèle nous montre qu'il n'y a pas de manque d'ajustement significatifs pour chaque Y.

13e)

Figure 9 : Fonction de désirabilité



Afin d'être dans les conditions acceptable de viscosité pour Y il faut avoir des valeurs comprises entre 0 et 800 pour les différentes périodes t=0 à t=9.

On remarque à l'aide de la fonction de désirabilité et des courbes de niveau que les conditions pour lesquels Yt est acceptable sont :

$$XA = -1 \quad XB = -1 \quad XC = 1 \quad XD = 0 \text{ et } XE = 1$$

En valeur non codée cela nous donne :

$$XA = 175 \quad XB = 0 \quad XC = 0,3 \quad XD = 0,75 \text{ et } XE = 0,444$$

Exercice 15 – Hatchback

15a) Design avec le module standard

Pour le modèle 1, on a la Voiture comme facteur FIXE avec 4 modalités v1 v2 v3 v4 et sans effet d'interactions entre les 3 facteur P F L, comme on peut d'ailleurs l'observer sur le tableau d'ANOVA et celui des effets (Figure 10) les effets d'interaction ne sont pas significatifs, en effet seul

Le facteur Bloc voiture variant à 4 modalités qui est significatif, avec les blocs voiture 1, 2 et 3 ayant le plus grand effet sur Y_Force. On observe sur le diagramme de Pareto et le Graphique demi-normal que la voiture v3 a le plus grand effet sur Y_force.

Figure 10 : Tableau d'ANOVA et Tableau des effets de M1

ANOVA; Var.:Y_Force; R-sqr=.95893; Adj.: .89734 (Hatchback.sta in 2022-MTH83C)
3 factors at two levels; MS Residual=115,625
DV: Y_Force

Factor	SS	df	MS	F	p
Blocks	15656,25	3	5218,750	45,13514	0,000164
(1)P	56,25	1	56,250	0,48649	0,511607
(2)F	100,00	1	100,000	0,86486	0,388266
(3)L	306,25	1	306,250	2,64865	0,154762
1 by 2	25,00	1	25,000	0,21622	0,658335
1 by 3	56,25	1	56,250	0,48649	0,511607
2 by 3	0,00	1	0,000	0,00000	1,000000
Error	693,75	6	115,625		
Total SS	16893,75	15			

Effect Estimates; Var.:Y_Force; R-sqr=.95893; Adj.: .89734 (Hatchback.sta in 2022-MTH83C) 3 factors at two levels; MS Residual=115,625 DV: Y_Force							
Factor	Effect	Std.Err.	t(6)	p	-95% Cnf.Limit	+95% Cnf.Limit	Coeff.
Mean/Interc.	76,8750	2,688227	28,59692	0,000000	70,2971	83,4529	76,8750
Voiture(bloc)(1)	-63,7500	9,312290	-6,84579	0,000478	-86,5364	-40,9636	-31,8750
Voiture(bloc)(2)	-23,7500	9,312290	-2,55039	0,043468	-46,5364	-0,9636	-11,8750
Voiture(bloc)(3)	103,7500	9,312290	11,14119	0,000031	80,9636	126,5364	51,8750
(1)P	-3,7500	5,376453	-0,69749	0,511607	-16,9057	9,4057	-1,8750
(2)F	-5,0000	5,376453	-0,92998	0,388266	-18,1557	8,1557	-2,5000
(3)L	8,7500	5,376453	1,62747	0,154762	-4,4057	21,9057	4,3750
1 by 2	2,5000	5,376453	0,46499	0,658335	-10,6557	15,6557	1,2500
1 by 3	3,7500	5,376453	0,69749	0,511607	-9,4057	16,9057	1,8750
2 by 3	0,0000	5,376453	0,000000	1,000000	-13,1557	13,1557	0,0000

Figure 11 : Diagramme de Pareto de M1

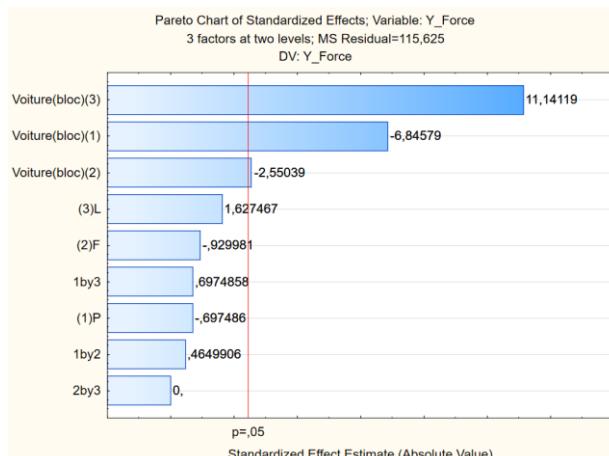
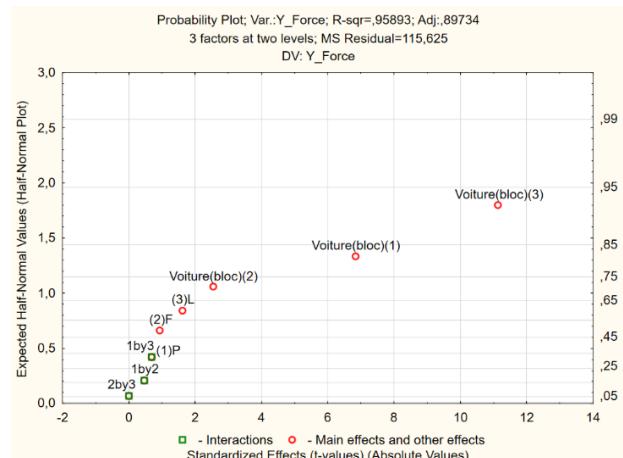
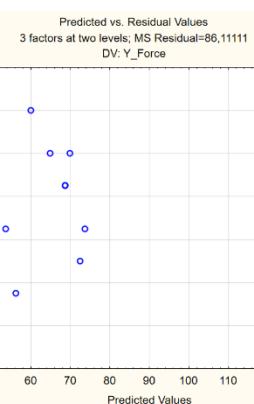
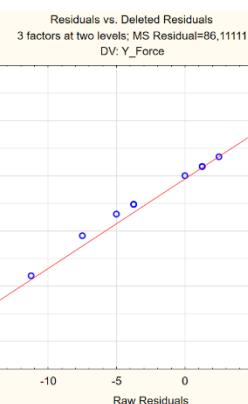
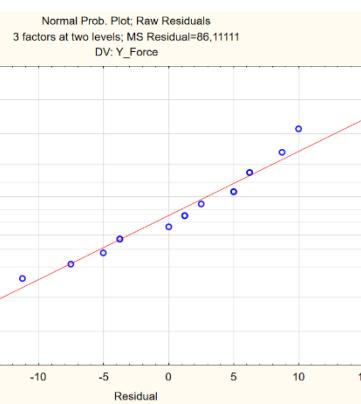


Figure 12 : Graphique demi-normal de Y



Analyse des résidus



On observe pour les résidus de M1 que les observations une distribution normale et il n'y'a pas données aberrantes, par contre sur le graphique (Predicted vs Residual) ils n'y'a globalement pas la même dispersion, autrement dit les variances ne semble pas constante.

15b) Module GRM

Pour le modèle 2 analysé avec GRM, on a la Voiture comme facteur Aléatoire avec 4 modalités v1 v2 v3 v4 et sans effet d'interactions entre les 3 facteurs P F L, comme on peut d'ailleurs l'observer sur le tableau celui des effets (Figure 13) les effets d'interaction ne sont pas significatifs, en effet seul Le facteur Bloc voiture variant à 4 modalités qui est significatif. On observe également sur la figure 13b que les modalités v2 et v3 du facteur BLOC en plus de l'effet général sont significatif dans l'estimation des paramètres.

Figure 13a : Tableau des effets univariés

Univariate Results for Each DV (Hatchback.sta in 2022-MTH8301 Sigma-restricted parameterization Effective hypothesis decomposition)					
Effect	Degr. of Freedom	Y_Force SS	Y_Force MS	Y_Force F	Y_Force p
Intercept	1	94556,25	94556,25	817,7838	0,000000
Voiture(bloc)	3	15656,25	5218,75	45,1351	0,000164
P	1	56,25	56,25	0,4865	0,511607
F	1	100,00	100,00	0,8649	0,388266
L	1	306,25	306,25	2,6486	0,154762
P*F	1	25,00	25,00	0,2162	0,658335
P*L	1	56,25	56,25	0,4865	0,511607
F*L	1	0,00	0,00	0,0000	1,000000
Error	6	693,75	115,62		
Total	15	16893,75			

Figure 13b : Estimation des coefficients du modèle

Effect	Parameter Estimates (Hatchback.sta in 2022-MTH8301-Data-Devoirs (1)) Sigma-restricted parameterization					
	Level of Effect	Column	Y_Force Param.	Y_Force Std.Err	Y_Force t	Y_Force p
Intercept		1	76,8750	2,319902	33,13718	0,000000
P	-1	2	1,8750	2,319902	0,80822	0,439802
F	-1	3	2,5000	2,319902	1,07763	0,309233
L	-1	4	-4,3750	2,319902	-1,88586	0,091943
Voiture(bloc)	v1	5	-8,1250	4,018188	-2,02206	0,073876
Voiture(bloc)	v2	6	-31,8750	4,018188	-7,93268	0,000024
Voiture(bloc)	v3	7	-11,8750	4,018188	-2,95531	0,016082

Figure 14 : Diagramme de Pareto de M2

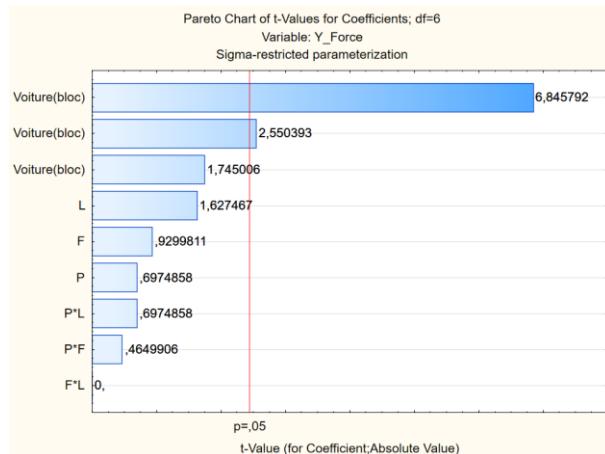
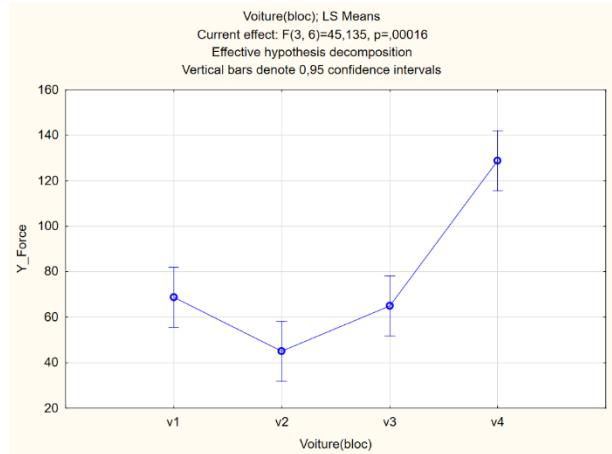
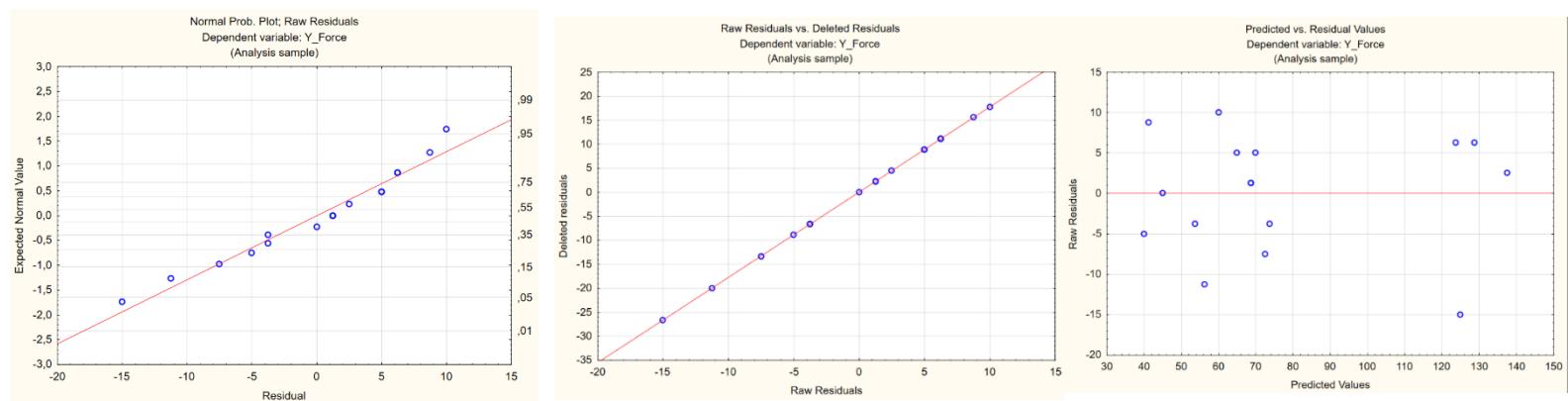


Figure 15 : Graphique des effets M2



On observe sur le diagramme de Pareto que le facteur bloc voiture est le plus significatif et que les valeurs de Y_Force sont les plus élevé lorsque les tests sont effectués sur la voiture v4 et les plus faible sur la voiture v2.

Graphique des résidus



Quant aux résidus pour ce modèle, elles sont de meilleure qualité que le modèle précédent M1, on n'a pas de données aberrantes et observation suivent une distribution normale et avec une meilleure constance de la variance.

15c) Module VEPAC

Pour cette analyse nous allons utiliser le même modèle M2 mais en utilisant cette fois ci le Module VEPAC.

Figure 16 : Tableau d'ANOVA de M2

Univariate Tests of Significance for Y_Force (Hatchback.sta in 2022-MTH8301-Data-Devoirs (1))							
Over-parameterized model							
Type V decomposition							
Effect (F/R)	SS	Degr. of Freedom	MS	Den.Syn. Error df	Den.Syn. Error MS	F	p
Fixed	94556,25	1	94556,25	3	5218,750	18,11856	0,023773
Fixed	56,25	1	56,25	6	115,625	0,48649	0,511607
Fixed	100,00	1	100,00	6	115,625	0,86486	0,388266
Fixed	306,25	1	306,25	6	115,625	2,64865	0,154762
Fixed	25,00	1	25,00	6	115,625	0,21622	0,658335
Fixed	56,25	1	56,25	6	115,625	0,48649	0,511607
Fixed	0,00	1	0,00	6	115,625	0,00000	1,000000
Random	15656,25	3	5218,75	6	115,625	45,13514	0,000164
	693,75	6	115,63				

Figure 17 : Tableau de la variabilité de M2

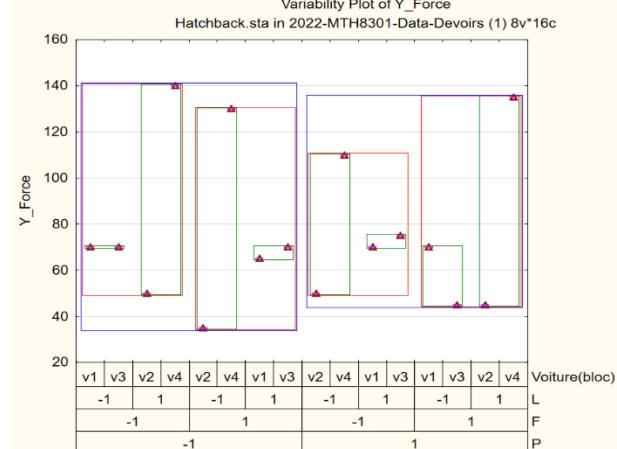


Figure 18 : Tableau de l'estimation de la variance

Restricted Maximum Likelihood Estimates (Hatchback.sta in 2022-MTH8301-Data-Devoirs (1))												
Effect	Variable: Y_Force -2*Log(Likelihood)=79,7230463											
	Variance	Standard	df	z	Prob.	Alpha	Lower	Upper	Sum	Percent	RSD (%)	
	Y_Force	Error		Value	z		95,0000%	95,0000%				
Voiture(bloc)	1275,781	1065,404	2,867835	1,197463	0,115563	0,050000	402,0444	19518,88	1275,781	91,69006	46,46254	
Error	115,625	66,756	6,000000	1,732051	0,041632	0,050000	48,0125	560,68	1391,406	8,30994	13,98752	

Figure 19 : Diagramme stacked bar

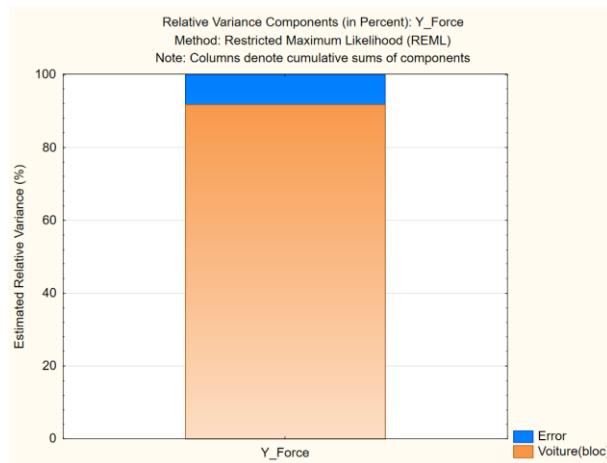
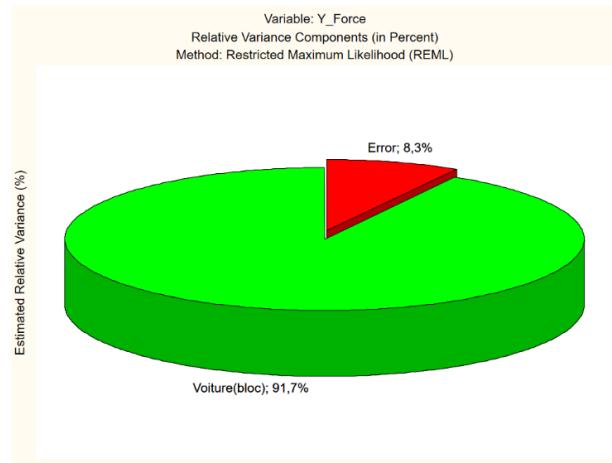


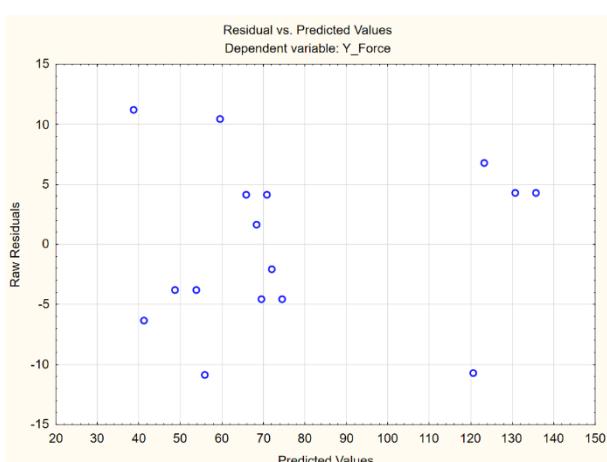
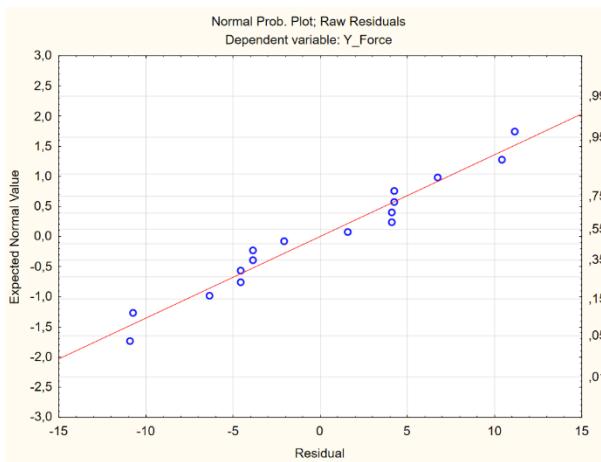
Figure 20 : Diagramme circulaire



On observe tout d'abords que les facteurs fixes PFL et leurs interactions ne sont pas significatif au seuil de 5% sur Y_Force avec le facteur L qui influe le plus sur la variabilité et P le moins (Figure 17),

On voit très bien que c'est le facteur aléatoire Voiture qui a le plus grand effet sur la variabilité de Y_Force. En effet 91.7% (Figure 20) de cette variabilité est expliqué par le facteur bloc Voiture, sur la Figure 17 on voit que les tests effectués sur la voiture v4 donnent les valeurs de Y_Force les plus élevés et les tests effectués sur la voiture v2 donnent les valeurs les plus faible de Y_Force. On peut déduire que le facteur voiture choisi dans ce modèle aléatoirement est significatif sur la force Y nécessaire à la fermeture du hayon arrière. Si on souhaite minimiser la force Y, il apparait dans ce modèle que les tests effectués sur la voiture v2 donne les valeurs les plus faible de Y, il serait donc plus judicieux d'effectuer les tests sur voiture v2.

Analyse des résidus



En ce qui concerne les résidus, le modèle M2 en VEPAC semble donner les meilleurs résultats avec une les observations qui suivent une distribution normale et avec globalement une même dispersion ce qui sous-entend la constance de la variance

15d)

Suite aux différentes analyses effectuées avec les 2 modèles, le modèle M2 avec le module VEPAC donne de meilleurs résultats et sera donc le meilleur choix. En effet le modèle M1 avec les facteurs fixés donnent une mauvaise constance de la variance et donc influence négativement l'analyse, en effet le facteur voiture(bloc) aléatoire dans le modèle M2 permet d'avoir une meilleure illustration de l'impact qu'a le facteur voiture par rapport à l'erreur sur Y. En effet à l'aide du module VEPAC et la fonction REML on a pu comprendre que le facteur voiture représente 91,7% de la variabilité de Y comparé à 8,3% de l'erreur expérimentale. Observe également les meilleurs résidus avec le module VEPAC qui le seuil à respecter l'hypothèse d'homoscédasticité (Constance de la variance). En conclusion le modèle M2 avec VEPAC en REML avec le facteur Bloc en aléatoire permet de donner une estimation plus précise de l'impact de chaque facteur sur la variabilité de Y et donc est le meilleur modèle pour cette analyse.

Exercice 16 – Candela

Nous avons un plan Mélange avec contraintes, avec nos facteurs x_i qui sont bornées.

Avec :

$$0,40 \leq x_1 \leq 0,60 \quad 0,10 \leq x_2 \leq 0,50 \quad 0,10 \leq x_3 \leq 0,50 \quad 0,03 \leq x_4 \leq 0,08$$

On cherche à maximiser Y_Cand.

16a)

Modèle M1 (Linéaire)

Le tableau d'ANOVA pour le modèle linéaire montre que le modèle est significatif, en effet le tableau d'estimation des coefficients (Figure 2) montre que les facteurs X1, X2 et X4 comme significatif au seuil de 5%. Le diagramme de Pareto Figure 3 vient confirmer cette analyse avec pour facteurs le plus important étant X1_mag (Magnésium).

Figure 1 : Tableau d'ANOVA

Source	Overall Fit of Model; Var.: Y_cand (Candela.sta in 2022-M 4 Factor mixture design; Mixture total=1,, 15 Runs				
	SS	df	MS	F	p
Model	64600,0	3	21533,35	3,967622	0,038459
Total Error	59700,0	11	5427,27		
Total Adjusted	124300,0	14	8878,57		

Figure 2 : Coefficients significatifs sur Y_Cand

Factor	Coeffs (recoded comps); Var.: Y_cand; R-sqr=.5197; Adj.: .3887 (Candela.sta 4 Factor mixture design; Mixture total=1,, 15 Runs DV: Y_cand; MS Residual=5427,268					
	Coeff.	Std.Err.	t(11)	p	-95 % Cnf.Limt	+95 % Cnf.Limt
(A)X1_mag	338,9500	69,7210	4,861517	0,000501	185,4950	492,405
(B)X2_sod	173,1540	50,3144	3,441441	0,005511	62,4127	283,895
(C)X3_nit	108,8460	50,3144	2,163319	0,053395	-1,8952	219,587
(D)X4_lia	962,4000	322,8954	2,980532	0,012508	251,7120	1673,088

Figure 3 : Diagramme de Pareto de M1

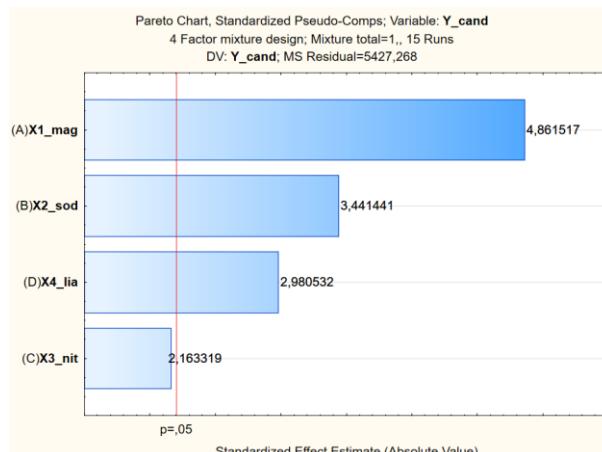
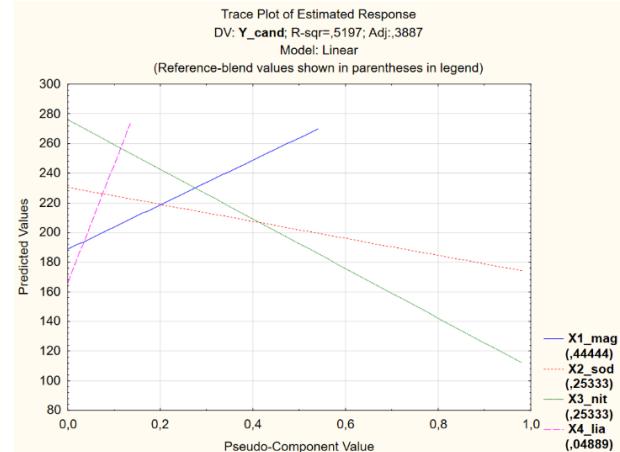


Figure 4 : Trace of expected response M1



La figure 4 donne une estimation des facteurs afin de prédire la réponse Y tout en respectant les contraintes

Analyse des résidus M1

Figure 5 : Résidus selon la loi normale

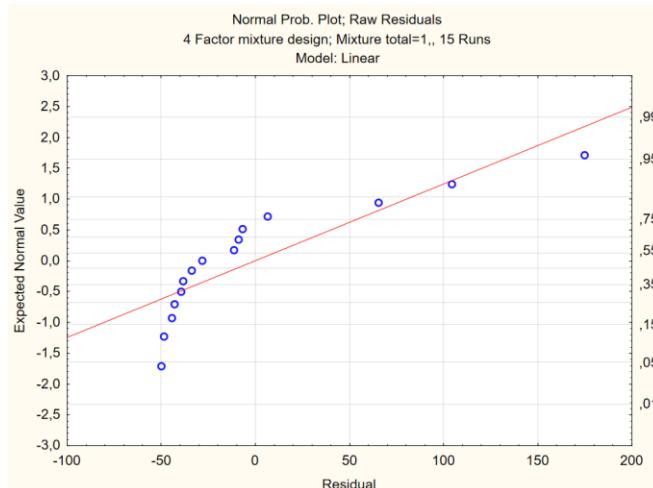


Figure 6 : Résidus vs Deleted

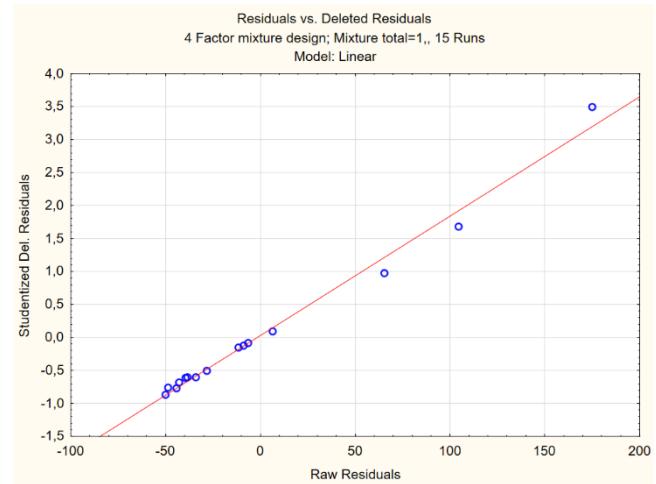


Figure7: Résidus vs prédictes

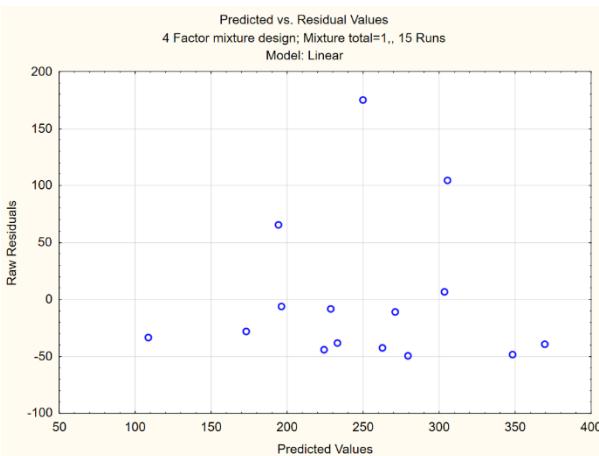
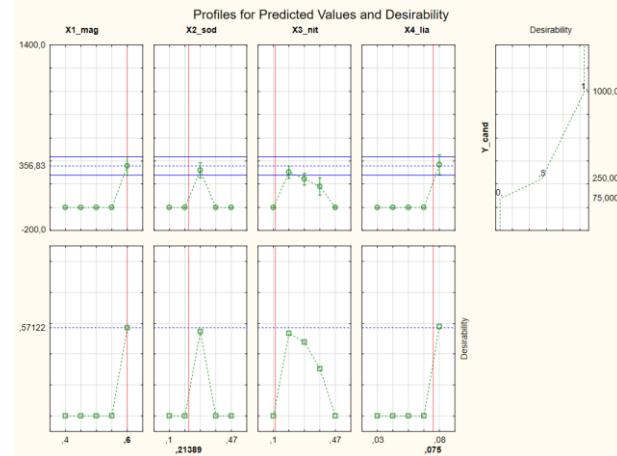


Figure 8 : Fonction de désirabilité du modèle Linéaire



Quant aux résidus ils ne suivent pas une distribution normale (figure 5), on remarque également sur la figure 7 que la dispersion des valeurs est complètement aléatoire ce qui veut dire que l'hypothèse de la constance de la variance n'est pas respectée. Enfin afin de maximiser Y on observe sur la fonction de désirabilité que les valeurs optimales de nos facteurs pour le modèle linéaire sont $X1=0,6$ $X2=0,21$ $X3=0,1$ et $X4=0,075$ pour atteindre une valeur maximale de Y_{cand} de 356,83

Modèle M2 (Quadratique)

Figure 9 : Tableau d'ANOVA

Source	Overall Fit of Model; Var.: Y_cand (Candela.sta in 2022-M 4 Factor mixture design; Mixture total=1,, 15 Runs				
	SS	df	MS	F	p
Model	106113,2	9	11790,36	3,241468	0,104198
Total Error	18186,8	5	3637,35		
Total Adjusted	124300,0	14	8878,57		

Figure 10 : Effets significatif sur Y_Cand

Factor	Coeffs (recoded comps); Var.: Y_cand; R-sqr=.8537; Adj.: ,5903 (Candela stati)					
	Coeff.	Std.Err.	t(5)	p	-95 % Cnf.Limt	+95 % Cnf.Limt
(A)X1_mag	-216,46	252,472	-0,857380	0,430404	-865,5	432,54
(B)X2_sod	125,80	58,339	2,156393	0,083567	-24,2	275,77
(C)X3_nit	59,11	58,339	1,013249	0,357435	-90,9	209,08
(D)X4_lia	2628,37	7168,269	0,366667	0,728873	-15798,3	21054,99
AB	1140,96	521,049	2,189741	0,080123	-198,4	2480,36
AC	1141,31	521,049	2,190411	0,080055	-198,1	2480,71
AD	-690,09	8200,661	-0,084151	0,936202	-21770,6	20390,38
BC	437,91	270,726	1,617535	0,166686	-258,0	1133,83
BD	-2022,58	8277,230	-0,244354	0,816667	-23299,9	19254,72
CD	-1982,13	8277,230	-0,239468	0,820250	-23259,4	19295,17

Figure 11 : Trace of expected response M2

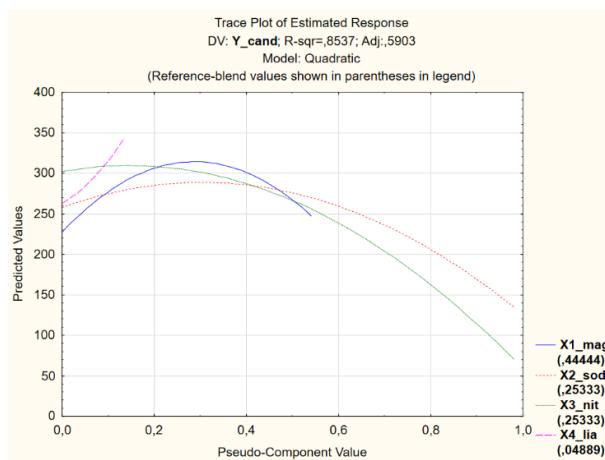
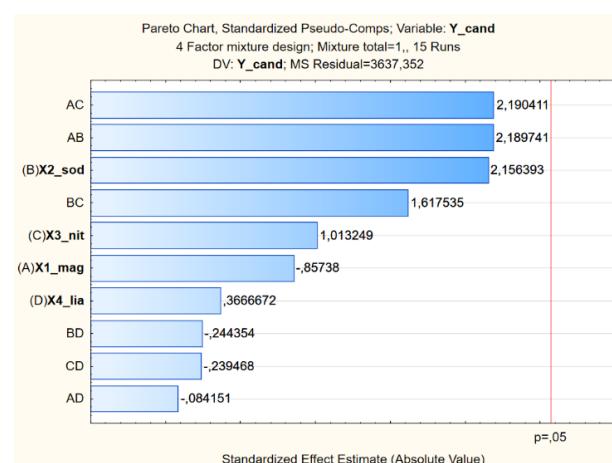


Figure 12 : Diagramme de Pareto de M2



Le tableau d'ANOVA ainsi que celui des effets montre que le modèle quadratique n'a aucun effet significatif

Figure 13 : Résidus selon la loi normale

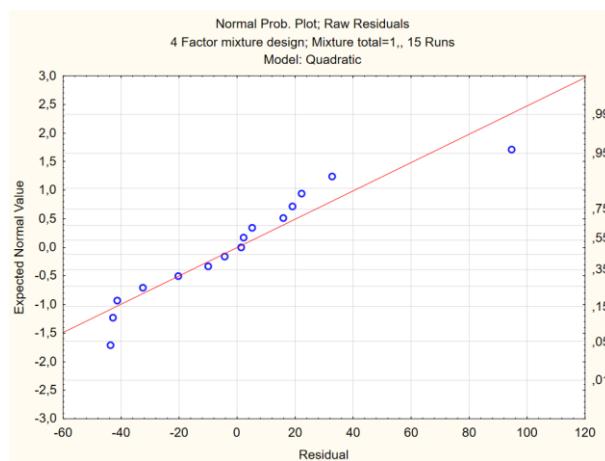
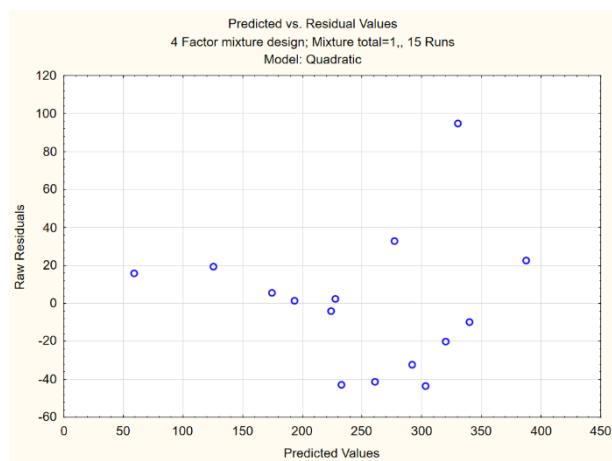
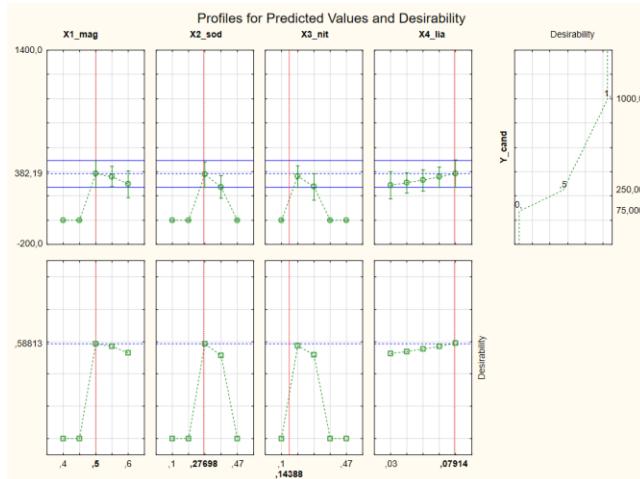


Figure 14 : résidus vs prédictes



Quant aux résidus ils ne suivent pas une distribution normale (figure 13), on remarque également sur la figure 14 que la dispersion des valeurs est complètement aléatoire ce qui veut dire que l'hypothèse de la constance de la variance n'est pas respectée

Figure 15 : Fonction de désirabilité du modèle Quadratique



La fonction désirabilité nous montre qu'avec les valeurs optimales des facteurs on peut atteindre une valeur plus grande de Y_cand que le modèle M1 de 362.

Modèle M3 (Cubique Spécial)

Figure 16 : Tableau d'ANOVA

Source	Overall Fit of Model; Var.: Y_cand (Candela.sta in 2022-M4 Factor mixture design; Mixture total=1,, 15 Runs				
	SS	df	MS	F	p
Model	124289,7	13	9560,745	926,7320	0,025706
Total Error	10,3	1	10,317		
Total Adjusted	124300,0	14	8878,571		

Figure 17 : Coeffs significatif sur Y_Cand

Factor	Coeffs (recoded comps); Var.: Y_cand; R-sqr=.9999; Adj.: .9988 (Candela.sta 4 Factor mixture design; Mixture total=1,, 15 Runs DV: Y_cand; MS Residual=10,31662					
	Coeff.	Std.Err.	t(1)	p	-95 % Cnf.Limit	+95 % Cnf.Limit
(A)X1_mag	-2275,6	106,071	-21,4535	0,029653	-3623	-927,8
(B)X2_sod	144,71	3,197	45,2606	0,014063	104	185,3
(C)X3_nit	75,3	3,197	23,5586	0,027007	35	115,9
(D)X4_lia	-17680,8	870,451	-20,3122	0,031316	-28741	-6620,6
AB	5568,2	232,140	23,9863	0,026526	2619	8517,8
AC	5601,3	232,140	24,1291	0,026369	2652	8551,0
AD	52106,8	2295,355	22,7010	0,028026	22942	81272,1
BC	-4291,1	181,102	-23,6945	0,026852	-6592	-1990,0
BD	21337,5	1007,490	21,1789	0,030037	8536	34138,9
CD	21429,3	1007,490	21,2700	0,029908	8628	34230,7
ABC	7353,2	204,292	35,9934	0,017683	4757	9949,0
ABD	-76658,0	3482,843	-22,0102	0,028904	-120912	-32404,3
ACD	-77308,5	3482,843	-22,1969	0,028661	-121562	-33054,8
BCD	59074,4	2375,103	24,8724	0,025582	28896	89253,0

Figure 18: Trace of expected response M3

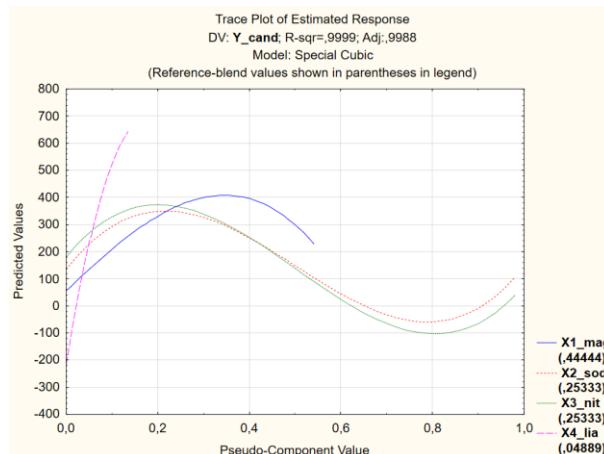
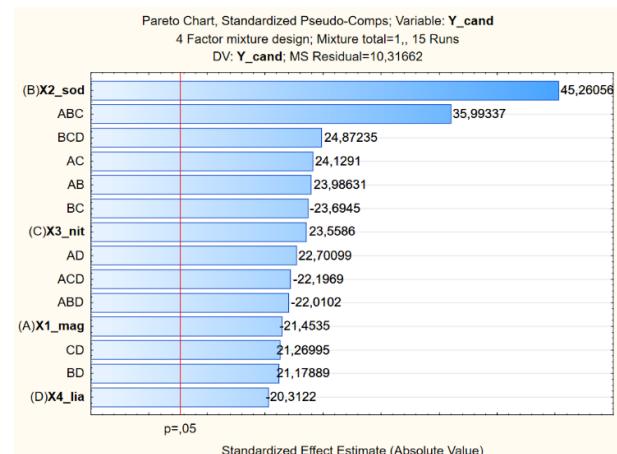


Figure 19: Diagramme de Pareto de M3



Le modèle M3 montre que tous les facteurs ainsi que les interactions double et triple comme significatifs comme on peut le voir sur le tableau figure 17 des coefficients significatifs, on observe également sur le diagramme de Pareto que l'effet du facteur X2_sod est le plus important et X4_lia le moins important. La figure 18 prend en compte les valeurs du facteur X4_lia même si le moins important pour donner une meilleure prédition de Y_cand tout en respectant les contraintes des bornes, ceci permet de donner une meilleure prédition de Y.

Figure 20: Résidus selon la loi normale

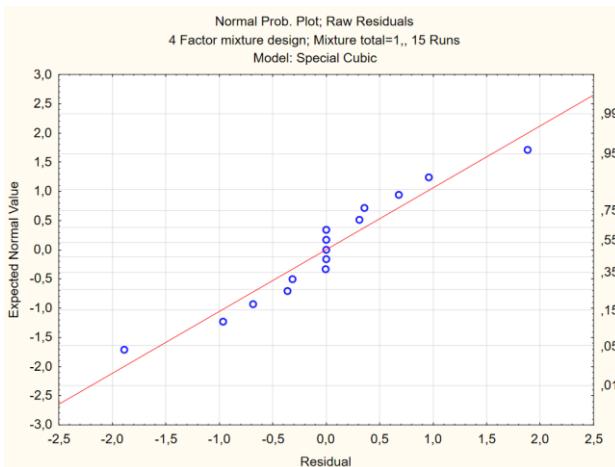
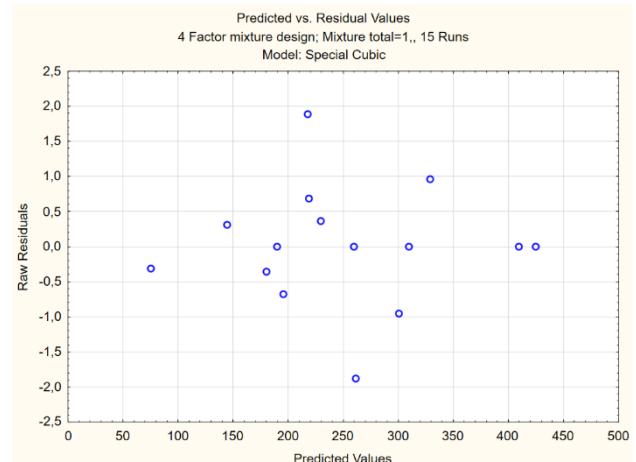
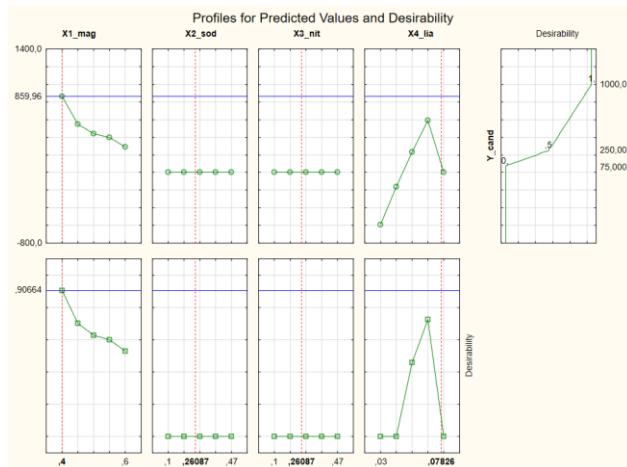


Figure 21: résidus vs prédictes



Quant aux résidus ils suivent une distribution normale (figure 20), on remarque également sur la figure 21 que la dispersion des valeurs est globalement la même ce qui veut dire que l'hypothèse de la constance de la variance est valide. Ce qui n'était pas le cas pour les deux modèles précédents.

Figure 22: Fonction de désirabilité du modèle Cubique Spécial



On remarque sur la fonction de désirabilité que les valeurs optimales de nos facteurs nous permettent de maximiser Y_cand, ici la valeur atteinte sous les conditions optimales tout en respectant les contraintes est de Y_cand = 860 ce qui est bien supérieur aux deux autres modèles.

16b)

Mon premier critère est de déterminer quel modèle permet de maximiser Y_cand tout en respectant les contraintes sur les facteurs établit ce qui est l'objectif de cette analyse. On voit très bien sur le graphique de la fonction de désirabilité du modèle M3 que la valeur Maximal atteignable pour Y-cand est de 859,96 ce qui est bien supérieur aux valeurs maximales de Y-cand possible avec le modèle M1 et M2 avec respectivement 356,83 et 382,19.

De plus le modèle cubique spécial permet de prendre plus d'effet en considération et donc de donner de meilleure prédition de la valeur de Y_cand avec plus de coefficient significatif comme on a pu le

conclure précédemment. Enfin l'analyse des résidus à aussi pue montre que ce dernier avez moins de données aberrantes et que le modèle 3 est le seul à respecter l'hypothèse de la constance de la variance comme on a pue le voir sur la figure 21.

16c)

Le meilleur modèle étant le modèle cubique spécial M3. On peut observer que les résidus suivent une distribution normale (figure 20), on remarque également sur la figure 21 que la dispersion des valeurs est globalement la même ce qui veut dire que l'hypothèse de la constance de la variance est valide. On peut conclure que les résidus reflètent bien que le modèle cubique qui prend en compte plus d'effet d'interaction est plus précis et respecte les hypothèses de base ce qui nous permet d'avoir une meilleure représentation de l'impact de tous les effets sur la variabilité de Y_cand et moins de données aberrantes

16d)

Augmenter le nombre d'essaie peut améliorer la qualité de notre modèle et de diminuer l'erreur expérimentale et donc d'avoir des résultats plus précis néanmoins l'inconvénient c'est que cela prend plus de temps à faire, on pourrait également prendre en compte durant ces essayes l'effet si il existe d'une covariable et de faire un test de manque d'ajustement pour rendre l'analyse plus complète

Exercice 17 - AircraftWing

17a)

On a analysé le plan de Box-Behken de 48 essais, on observe sur le tableau d'ANOVA que les facteurs significatifs sont z1 z2 x1 x2 et les effets d'interactions doubles. Le tableau de test de signification avec les facteur en mode aléatoire nous montre que seul les facteurs d'interaction sont significatifs z1z2, z1x1, z1x2,z2x2 et x1&x2.

Figure 1 : Tableau d'ANOVA

ANOVA; Var.: Y_Lift; R-sqr=.99997; Adj.: .99994 (AircraftWi 4 3-level factors, 1 Blocks, 48 Runs; MS Pure Error=103,7: DV: Y_Lift						
Factor	SS	df	MS	F	p	
(1)z1_gap L+Q	975105	2	487552	4700,2	0,000000	
(2)z2_def L+Q	12855	2	6428	62,0	0,000000	
(3)x1_angle L+Q	23206278	2	11603139	111859,3	0,000000	
(4)x2_rey L+Q	391628	2	195814	1887,7	0,000000	
1*x2	5571736	4	1392934	13428,5	0,000000	
1*x3	3884	4	971	9,4	0,000121	
1*x4	48701	2	24350	234,7	0,000000	
2*x3	400	3	133	1,3	0,302985	
2*x4	1111	2	555	5,4	0,012336	
3*x4	186745	1	186745	1800,3	0,000000	
Pure Error	2386	23	104			
Total SS	79995623	47				

Figure 2 : Tableau des effets

Effect Estimates; Var.: Y_Lift; R-sqr=.99997; Adj.: .99994 (AircraftWing.sta in 2022-MTH8301) 4 3-level factors, 1 Blocks, 48 Runs; MS Pure Error=103,7298 DV: Y_Lift								
Factor	Effect	Std Err.	Pure Err.	t(23)	p	-95% Cnf Limit	+95% Cnf Limit	Coeff.
Mean/Intercept	-430,90	4,49107	-95,946	0,000000	-440,19	-421,61	-430,899	
(1)z1_gap(L)	-561,95	8,31584	67,576	0,000000	-579,16	-544,75	-280,977	
z1_gap(Q)	433,63	6,23688	69,526	0,000000	420,72	446,53	216,813	
(2)z2_def(L)	92,35	8,31584	11,105	0,000000	75,15	109,65	46,175	
z2_def(Q)	-3,83	4,94891	-0,774	0,446527	-14,07	6,40	-1,916	
(3)x1_angle(L)	4815,21	10,18478	472,784	0,000000	4794,14	4836,28	2407,603	
x1_angle(Q)	80,05	5,75638	13,907	0,000000	68,15	91,96	40,027	
(4)x2_rey(L)	547,78	10,18478	53,784	0,000000	526,71	568,85	273,888	
x2_rey(Q)	138,12	4,64670	29,711	0,000000	128,50	147,74	69,060	
1L by 2L	-1180,18	5,09239	-231,753	0,000000	-1190,71	-1169,64	-590,089	
1L by 2Q	-7,38	5,69347	-1,297	0,207495	-19,16	4,39	-3,692	
1Q by 2L	6,61	5,69347	1,161	0,257427	-5,17	18,39	3,306	
1Q by 2Q	-5,21	4,59022	-1,136	0,267805	-14,71	4,28	-2,806	
1L by 3L	-61,60	10,18478	-6,048	0,000004	-82,67	-40,53	-30,800	
1L by 3Q	6,35	7,20173	0,881	0,387411	-8,55	21,24	3,173	
1Q by 3L	-2,08	7,20173	-0,289	0,775307	-16,98	12,82	-1,040	
1Q by 3Q	-0,38	5,09239	-0,075	0,940968	-10,92	10,15	-0,191	
1L by 4L	-220,50	10,18478	-21,650	0,000000	-241,57	-199,43	-110,250	
1Q by 4L	6,34	7,20173	0,881	0,387411	-8,55	21,24	3,172	
2L by 3L	6,73	10,18478	0,661	0,515003	-14,33	27,80	3,367	
2L by 3Q	-5,41	7,20173	-0,752	0,459940	-20,31	9,49	-2,706	
2Q by 3L	-12,17	7,20173	-1,690	0,104631	-27,07	2,73	-6,084	
2L by 4L	33,27	10,18478	3,267	0,003392	12,20	54,34	16,635	
2Q by 4L	-1,36	7,20173	-0,188	0,852410	-16,25	13,54	-0,678	
3L by 4L	432,14	10,18478	42,430	0,000000	411,07	453,21	216,070	

Figure 3 : Test de signification avec GLM

Univariate Tests of Significance for Y_Lift (AircraftWing.sta in 2022-MTH8301-Data-Devoirs (1)) Over-parameterized model Type III decomposition, Std. Error of Estimate: 10,1848								
Effect	Effect (F/R)	SS	Degr. of Freedom	MS	Den.Syn. Error df	Den.Syn. Error MS	F	p
Intercept	Fixed	2791896	1	2791896	0,88937	86381334	0,03	0,889465
z1_gap	Random	1266287	1	1266287	1,07505	5780117	0,22	0,716908
z2_def	Random	34708	1	34708	1,00136	5575067	0,01	0,949860
x1_angle	Random	69284498	1	69284498	1,03810	570925	121,35	0,052999
x2_rey	Random	911145	1	911145	1,49812	708587	1,29	0,406190
z1_gap*z2_def	Random	5571288	1	5571288	23,00000	104	53709,62	0,000000
z1_gap*x1_angle	Random	3795	1	3795	23,00000	104	36,58	0,000004
z2_def*x1_angle	Random	45	1	45	23,00000	104	0,44	0,515003
z1_gap*x2_rey	Random	48620	1	48620	23,00000	104	468,72	0,000000
z2_def*x2_rey	Random	1107	1	1107	23,00000	104	10,67	0,003392
x1_angle*x2_rey	Random	186745	1	186745	23,00000	104	1800,30	0,000000
Error		2386	23	104				

Figure 4 : Diagramme de Pareto

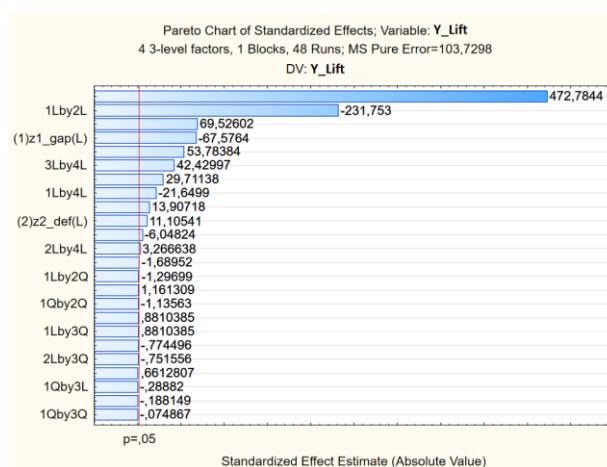
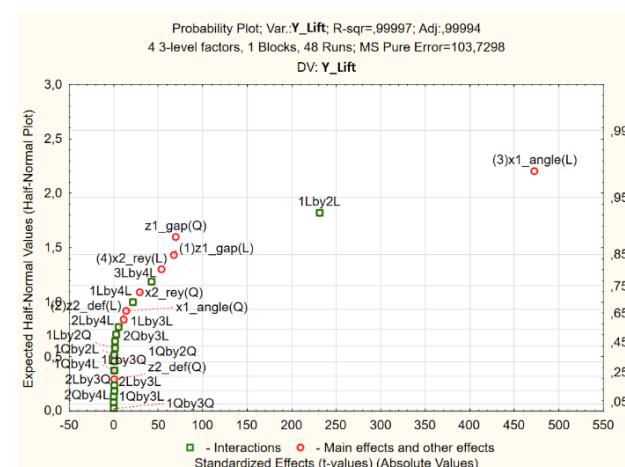


Figure 5: Graphique demi-normal



Le diagramme de Pareto figure 4 et le graphique demi-normal figure 5 nous montre que le facteur le plus important est $x1_angle$.

Figure 6 : Fonction de désirabilité

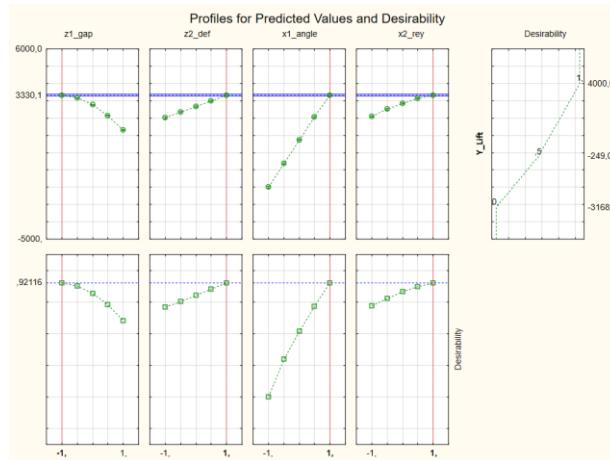
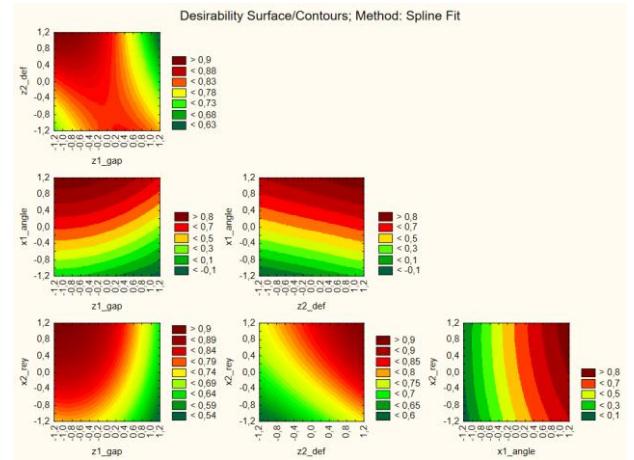


Figure 7 : Contours de désirabilité



La fonction de désirabilité figure 6 ainsi que les courbe de contours figure 7 nous donne les valeurs optimales nos facteurs afin de maximiser Y_{lift} qui sont les suivants :

$Z1=-1$ $Z2=1$ $X1=1$ et $X2=1$ avec une valeur maximale de Y atteinte de 3300 avec ces paramètres.

Figure 8: Résidus selon la loi normale

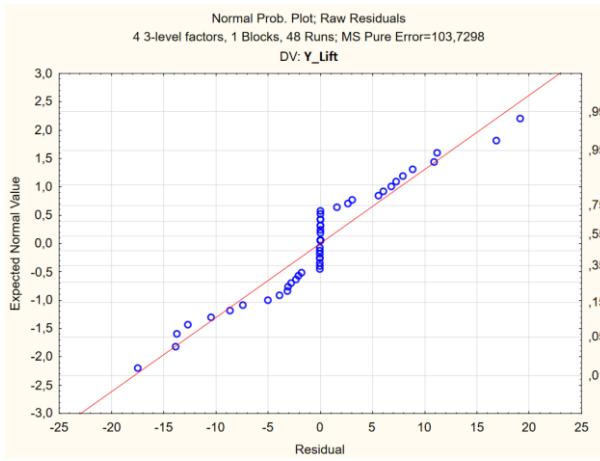
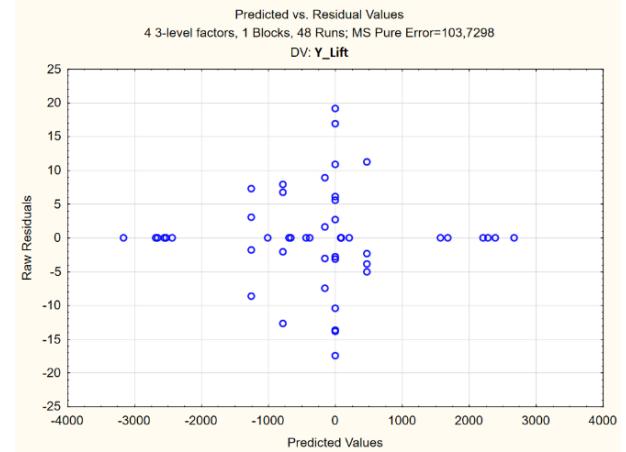


Figure 9: résidus vs prédictes



Les résidus suivent à peu près une distribution normale avec globalement la même variance comme on peut le voir sur les figures 8 et 9, on peut dire que l'hypothèse de la constance de la variance est respectée pour ce modèle

Analyse avec 4 termes linéaires et 6 termes d'interaction

Figure 10: Tableau d'ANOVA

ANOVA; Var.: Y_Lift; R-sqr=.99995; Adj.: .99992 (AircraftWing sta in 2022-MTH8301-Data-Devoirs (1))
4 3-level factors, 1 Blocks, 48 Runs; MS Pure Error=103,7298

Factor	SS	df	MS	F	p
(1)z1_gap L+Q	3763001	2	1881500	18138,5	0,000000
(2)z2_def L+Q	45760	2	22880	220,6	0,000000
(3)x1_angle L+Q	69335381	2	34667691	334211,5	0,000000
(4)x2_rey L+Q	1067118	2	533559	5143,7	0,000000
1*2	5571288	1	5571288	53709,6	0,000000
1*3	3795	1	3795	36,6	0,000004
1*4	48620	1	48620	468,7	0,000000
2*3	45	1	45	0,4	0,515003
2*4	1107	1	1107	10,7	0,003392
3*4	186745	1	186745	1800,3	0,000000
Lack of Fit	1851	10	185	1,8	0,121247
Pure Error	2386	23	104		
Total SS	79995623	47			

Figure 11: Test des effets sur Y

Effect Estimates, Var.: Y_Lift; R-sqr=.99995; Adj.: .99992 (AircraftWing sta in 2022-MTH8301-Data-Devoirs (1))
4 3-level factors, 1 Blocks, 48 Runs; MS Pure Error=103,7298

Factor	Effect	Std Err. Pure Err	t(23)	p	-95 % Cnf Limit	+95 % Cnf Limit	Coeff.	Std Err. Cnf Coeff	-95 % Cnf Limit	+95 % Cnf Limit
Mean/Interc.	-429,16	2,71358	-158,151	0,000000	-434,77	-423,54	-429,157	2,713583	-434,771	-423,544
(1)z1_gap(L)	-555,61	4,15792	-133,627	0,000000	-564,21	-547,01	-277,805	2,078960	-282,105	-273,504
z1_gap(Q)	431,01	3,17566	135,723	0,000000	424,44	437,58	215,506	1,587832	212,221	218,791
(2)z2_def(L)	86,94	4,15792	20,909	0,000000	78,34	95,54	43,469	2,078960	39,169	47,770
z2_def(Q)	-6,32	3,17566	-1,990	0,058622	-12,89	0,25	-3,160	1,587832	-6,444	0,125
(3)x1_angle(L)	4805,71	5,88019	817,271	0,000000	4793,54	4817,87	2402,854	2,940093	2396,772	2408,936
x1_angle(Q)	77,51	3,49941	22,148	0,000000	70,27	84,74	38,753	1,749706	35,133	42,372
(4)x2_rey(L)	551,10	5,88019	93,722	0,000000	538,94	563,27	275,552	2,940093	269,470	281,634
x2_rey(Q)	135,70	3,49941	38,777	0,000000	128,46	142,94	67,848	1,749706	64,229	71,468
1L by 2L	-1180,18	5,09239	-231,753	0,000000	-1190,71	-1169,64	-590,089	2,546196	-595,357	-584,822
1L by 3L	-61,60	10,18478	-6,048	0,000004	-62,67	-40,53	-30,800	5,092391	-41,334	-20,266
1L by 4L	-220,50	10,18478	-21,650	0,000000	-241,57	-199,43	-110,250	5,092391	-120,784	-99,716
2L by 3L	6,73	10,18478	0,661	0,515003	-14,33	27,80	3,367	5,092391	-7,167	13,902
2L by 4L	33,27	10,18478	3,267	0,003392	12,20	54,34	16,635	5,092391	6,101	27,169
3L by 4L	432,14	10,18478	42,430	0,000000	411,07	453,21	216,070	5,092391	205,536	226,604

On retrouver les mêmes facteurs significatifs que le modèle polynomial avec un test de manque d'ajustement additionnel qui n'est pas significatif ici.

Figure 12: Diagramme de Pareto

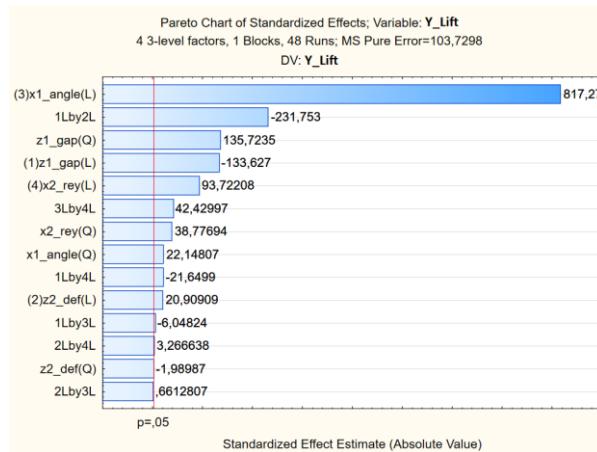


Figure 13: Graphique demi-normal

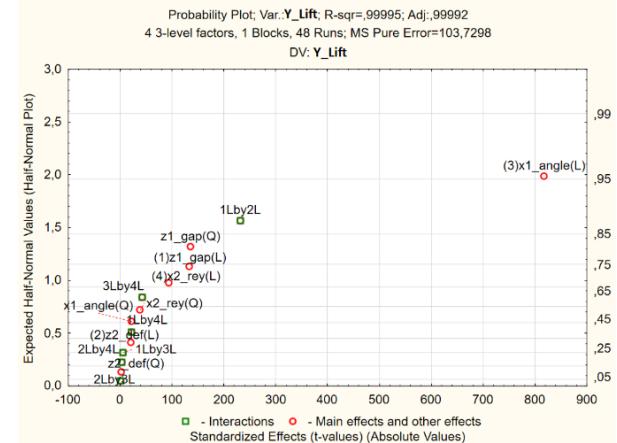


Figure 14: Fonction de désirabilité

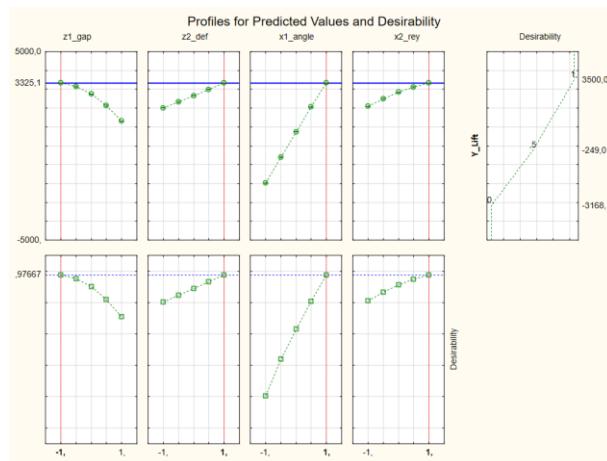
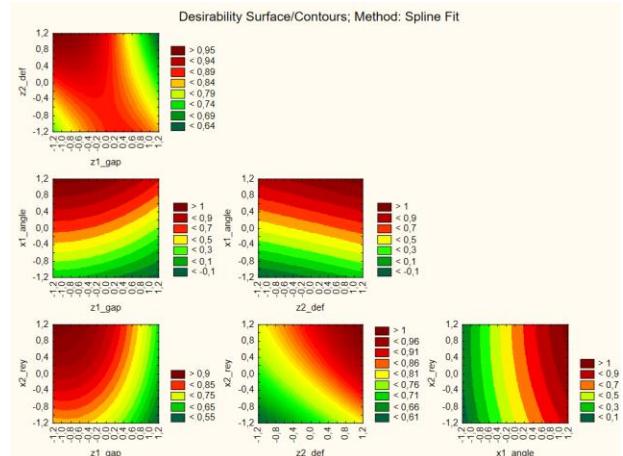


Figure 15: Contours de désirabilité



La fonction de désirabilité nous donne des résultats similaires au modèle polynomial avec une valeur de Y_lift maximale atteignable un peu plus élevée avec ce modèle.

Figure 16: Résidus selon la loi normale

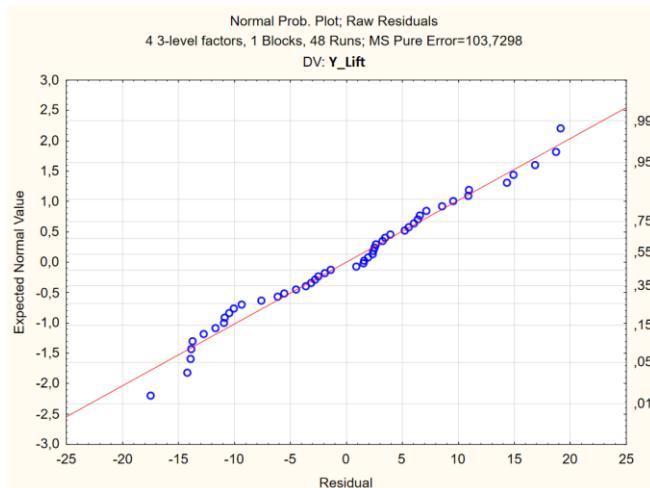


Figure 17: résidus vs Prédite

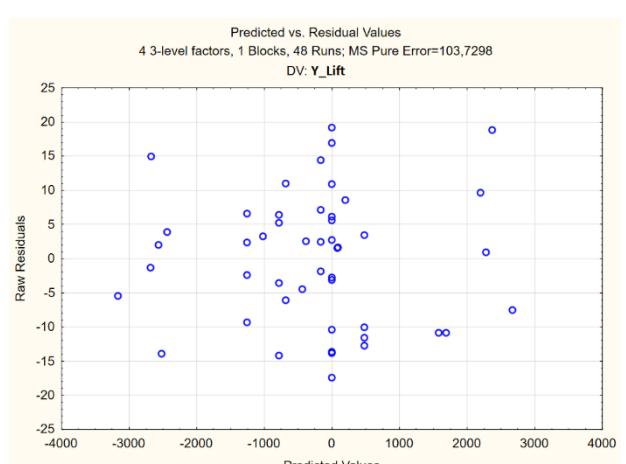
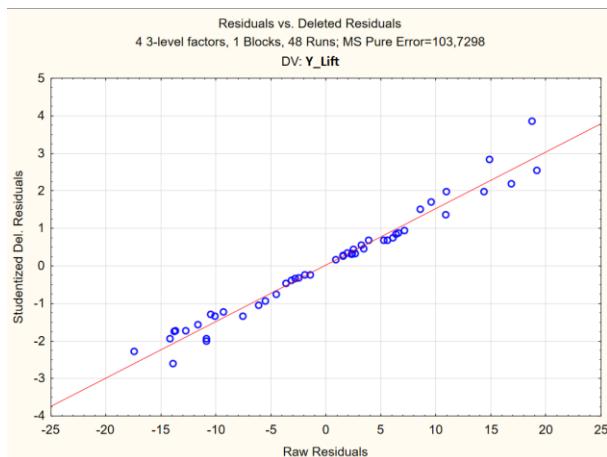


Figure 18: Résidus VS Deleted



Les résidus suivent à peu près une distribution normale avec globalement la même variance comme on peut le voir sur les figures 8 et 9, on peut dire que l'hypothèse de la constance de la variance est respectée pour ce modèle. On remarque aussi qu'il n'y a pas de données aberrantes. Ce modèle comparativement au précédent donne une distribution plus normale des résidus.

En conclusion, la 2-ème analyse effectuée avec les 4 termes linéaire et 6 termes d'interaction semble être meilleur que la 1ère en donnant de meilleurs résidus et un test de manque d'ajustement.

17b) et 17c) Analyse en mode SplitPlot avec VEPAC

L'analyse effectuer avec le module VEPAC permet d'emboiter les variables x1 et x2 avec z1 et z2 et en mettant les autres facteurs ainsi que les interactions double en mode fixé, comme on peut le remarquer sur le test de signification figure 19 tout les facteurs sont significatifs à l'exception de l'effet d'interaction z2 avec x1. Le diagramme de Pareto Figure 21 montre que la majorité de la variabilité est expliquée par ID_WP qui est l'emboîtement aléatoire de x1 et x2 avec z1 et z2. Cette analyse permet de prendre en compte les facteurs FDAC en parcelle WholePlot et FFAC en SplitPlot.

Figure 19: Test de signification avec VEPAC

Univariate Tests of Significance for Y_Lift (AircraftWing.sta in 2022-MTH8301-Data-Devoirs (1))								
		Over-parameterized model		Type III decomposition				
Effect	Effect (F/R)	SS	Degr. of Freedom	MS	Den.Syn. Error df	Den.Syn. Error MS	F	p
Intercept	Fixed	2971517	1	2971517	2,00000	490,3452	6060	0,000165
z1_gap	Fixed	1593619	1	1593619	2,00000	490,3452	3250	0,000308
z2_def	Fixed	41798	1	41798	2,00000	490,3452	85	0,011529
x1_angle	Fixed	69284498	1	69284498	21,00000	66,9093	1035499	0,000000
x2_rey	Fixed	911145	1	911145	21,00000	66,9093	13618	0,000000
z1_gap*z2_def	Fixed	5571288	1	5571288	2,00000	490,3452	11362	0,000088
z1_gap*x2_rey	Fixed	48620	1	48620	21,00000	66,9093	727	0,000000
z1_gap*x1_angle	Fixed	3795	1	3795	21,00000	66,9093	57	0,000000
z2_def*x1_angle	Fixed	45	1	45	21,00000	66,9093	1	0,419551
z2_def*x2_rey	Fixed	1107	1	1107	21,00000	66,9093	17	0,000553
x1_angle*x2_rey	Fixed	186745	1	186745	21,00000	66,9093	2791	0,000000
ID_WP(z1_gap*z2_def)	Random	981	2	490	21,00000	66,9093	7	0,003853
Error		1405	21	67				

Figure 20: Graphique de la variabilité

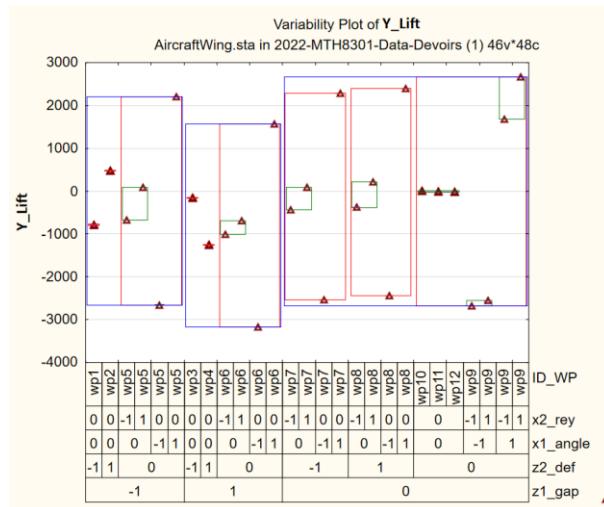
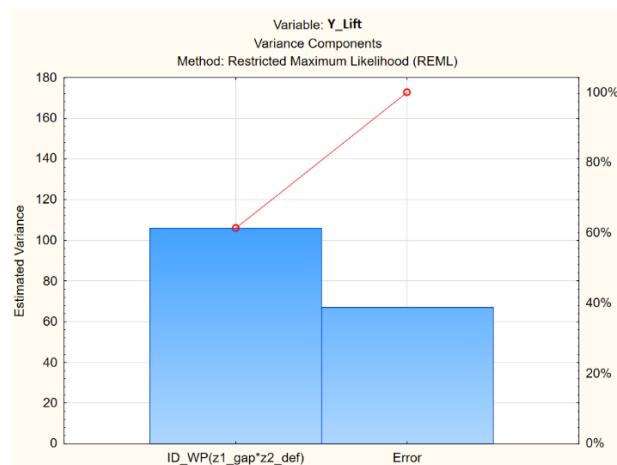


Figure 21: Diagramme de Pareto



La particularité de ce plan en parcelle divisé est qu'elle permet de séparer le terme d'erreur ce qui permet de donner des résultats plus précis comme on peut le voir sur le Pareto (Figure21) plus de 60% de la variabilité est expliqué par le facteur aléatoire emboité ID_WP.

Figure 22 : Résidus selon la loi normale

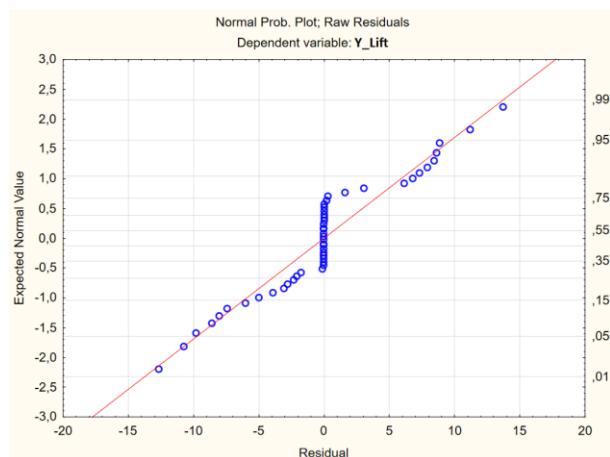


Figure 23 : Observé vs prédictes

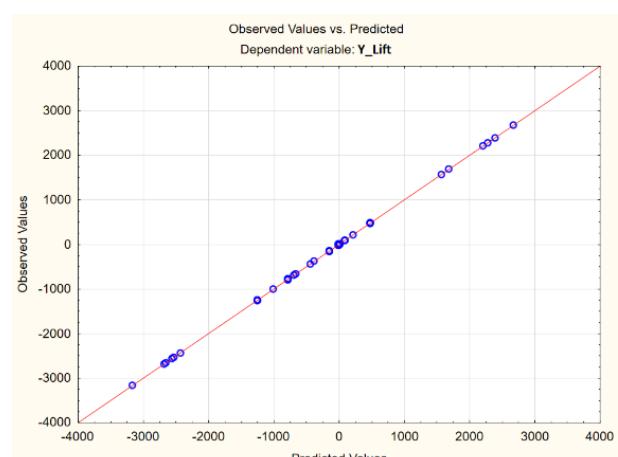
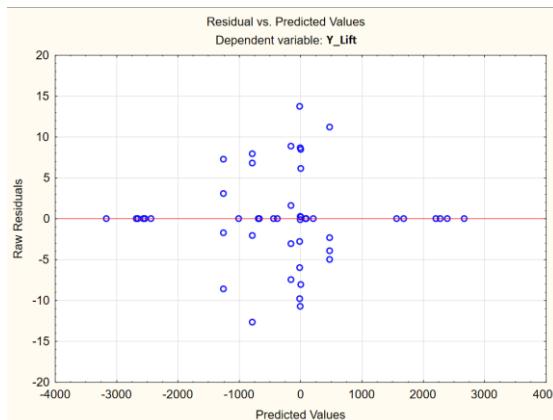


Figure 24 : Residus vs Prédites



Quant aux résidus ils ne sont pas normale vue qu'on a un point d'infection mais nous n'avant pas de données aberrantes figure 23, toute fois la dispersion est globalement la même ce qui veut dire que l'hypothèse de la constance de la variance est respectée

17d)

Figure 25 : Test de signification GLM

Univariate Tests of Significance for Y_Lift (AircraftWing.sta in 2022-MTH8301-Data-Devoirs (1))								
Over-parameterized model								
Type III decomposition, Std. Error of Estimate: 10,1848								
Effect	Effect (F/R)	SS	Degr. of Freedom	MS	Den. Syn. Error df	Den. Syn. Error MS	F	p
Intercept	Fixed	2791896	1	2791896	0,88937	86381334	0,03	0,889465
z1_gap	Random	1266287	1	1266287	1,07505	5780117	0,22	0,716908
z2_def	Random	34708	1	34708	1,00136	5575067	0,01	0,949860
x1_angle	Random	69284498	1	69284498	1,03810	570925	121,35	0,052999
x2_rey	Random	911145	1	911145	1,49812	708587	1,29	0,406190
z1_gap*z2_def	Random	5571288	1	5571288	23,00000	104	53709,62	0,000000
z1_gap*x1_angle	Random	3795	1	3795	23,00000	104	36,58	0,000004
z2_def*x1_angle	Random	45	1	45	23,00000	104	0,44	0,515003
z1_gap*x2_rey	Random	48620	1	48620	23,00000	104	468,72	0,000000
z2_def*x2_rey	Random	1107	1	1107	23,00000	104	10,67	0,003392
x1_angle*x2_rey	Random	186745	1	186745	23,00000	104	1800,30	0,000000
Error		2386	23	104				

Figure 26 : Test de signification avec VEPAC

Univariate Tests of Significance for Y_Lift (AircraftWing.sta in 2022-MTH8301-Data-Devoirs (1))								
Over-parameterized model								
Type III decomposition								
Effect	Effect (F/R)	SS	Degr. of Freedom	MS	Den. Syn. Error df	Den. Syn. Error MS	F	p
Intercept	Fixed	2971517	1	2971517	2,00000	490,3452	6060	0,000165
z1_gap	Fixed	1593619	1	1593619	2,00000	490,3452	3250	0,000308
z2_def	Fixed	41798	1	41798	2,00000	490,3452	85	0,011529
x1_angle	Fixed	69284498	1	69284498	21,00000	66,9093	1035499	0,000000
x2_rey	Fixed	911145	1	911145	21,00000	66,9093	13618	0,000000
z1_gap*z2_def	Fixed	5571288	1	5571288	2,00000	490,3452	11362	0,000088
z1_gap*x2_rey	Fixed	48620	1	48620	21,00000	66,9093	727	0,000000
z1_gap*x1_angle	Fixed	3795	1	3795	21,00000	66,9093	57	0,000000
z2_def*x1_angle	Fixed	45	1	45	21,00000	66,9093	1	0,419551
z2_def*x2_rey	Fixed	1107	1	1107	21,00000	66,9093	17	0,000553
x1_angle*x2_rey	Fixed	186745	1	186745	21,00000	66,9093	2791	0,000000
ID_WP(z1_gap*z2_def)	Random	981	2	490	21,00000	66,9093	7	0,003853
Error		1405	21	67				

Avec la méthode VEPAC ou les facteurs z1 z2 x1 et x2 sont fixé, le test de signification effectué avec GLM met les effets des facteurs en aléatoire. On remarque qu'on a réussi à déterminer bien plus d'effets significatifs sur Y_lift avec le test en VEPAC que celui avec GLM tout en réduisant le SS de l'erreur. Le teste de signification effectuée avec VEPAC apparait comme plus précis, en plus de d'identifié plus d'effets significatifs, il permet de prendre en compte l'effet de l'emboîtement ID_WP qui est le seul facteur aléatoire du tableau et qui a le plus grand impact sur la variabilité de Y comme vue précédemment.

17e)

On cherche à estimer σ^2_{WP} et σ^2_{SP} :

Calcul de S^2g de chacun des 7WP :

Tableau calcul de la moyenne des variances

WP	Variances	s ² sp La moyenne des 7 Variances est donc de 66,91
wp1	90,96	
wp2	57,01	
wp3	48,68	
wp4	46,61	
wp10	54,25	
wp11	63,19	
wp12	107,67	
	66,91	

Estimation de σ^2_{WP} :

WP avec N=4	\bar{Y}
wp10	8,51
wp11	-7,43
wp12	-12,77
Variance S ² UP	122,59

Ainsi selon la formule:

$$s^2_{WP} = S^2_{UP} - (1/4) s^2_{SP}$$

Application numérique

$$s^2_{WP} = 122,59 - (1/4) \times 66,91 = 105,86$$

Donc on estime : $\sigma^2_{SP} = 66,91$ et $\sigma^2_{WP} = 122,59$

Exercice 18 - Mesures répétées

18a)

Figure 1 : Tableau récapitulatif

Variables	Rôle Statistique
ID	Identifie le numéro de l'essai, chaque essaie à un ID différent qui permet de l'identifier
Sujet	Facteur catégorique et Unité expérimentale
Genre	Facteur catégorique et de type inter il est fixe pour chaque sujet
Groupe	Facteur catégorique et de type inter il est fixe pour chaque sujet
Heure	Facteur catégorique, inter et aléatoire variant à 3 modalités
Payé	Facteur catégorique et de type inter il est fixe et varie à 2 modalités
Problème	Facteur catégorique et de type intra variant à 3 modalités, chaque sujet effectue les 3 problèmes
Traitement	Facteur catégorique et le traitement est fixe pour chaque sujet il est répété à chaque 24 sujets, ici le traitement est un croisement de genre X groupe X temps X payé
Répétition	Facteur catégorique à 2 modalités, Les répétitions dans un plan d'expérience permettent de limiter l'erreur expérimental mais augmente le nombre d'essaie
Stress	Facteur Covariable catégorique
Réponse	Variable de réponse et catégorique, variable de sortie

18b)

Afin de réorganiser le tableau pour pouvoir faire une analyse en mesure répétée, il nous faut diviser la réponse en trois variables de réponse afin prendre les valeurs pour chaque problème qui est ici le facteur intra, donc Y1_Pr1 Y2_Pr2 Y3_Pr3, les répétitions sont effectuées sur 2 groupes distincts de 24 sujets donc on va prendre en considération les 48 sujets pour cette analyse. Le facteur heur ainsi que les autres (genre, groupe, payé et stress) seront choisi en inter.

Figure 2 : Tableau réorganisé

1 ID	2 sujet	3 genre	4 groupe	5 heure	6 payé	7 traitement	8 probleme	9 rep	10 stress	11 Y_br	12 New	13 Sujet2	14 Y1_Pr1	15 Y2_Pr2	16 Y3_Pr3
1	s1	H	E	avant	non	t1	pr1	1	1	12		s1	12	4	6
2	s2	H	E	avant	oui	t2	pr1	1	0	7		s2	7	6	0
3	s3	H	E	après1	non	t3	pr1	1	7	8		s3	8	2	7
4	s4	H	E	après1	oui	t4	pr1	1	1	15		s4	15	3	3
5	s5	H	E	après2	non	t5	pr1	1	7	19		s5	19	5	4

Figure 3 : Coefficients de corrélation de la réponse

Variable	Correlations (Multifacteurs.sta in VWorkboo		
	Y1_Pr1	Y2_Pr2	Y3_Pr3
Y1_Pr1	1,000000	-0,189358	0,050060
Y2_Pr2	-0,189358	1,000000	-0,140596
Y3_Pr3	0,050060	-0,140596	1,000000

Figure 4 : Test de Wilks

Multivariate tests for repeated measure: DV_1 (Multifacteurs.sta in Wo Sigma-restricted parameterization Type V decomposition						
Effect	Test	Value	F	Effect df	Error df	p
PROBLEME	Wilks	0,529182	10,67650	2	24	0,00000
PROBLEME*genre	Wilks	0,966495	0,41599	2	24,00000	0,664350
PROBLEME*groupe	Wilks	0,878094	1,66596	2	24,00000	0,210132
PROBLEME*heure	Wilks	0,872419	0,84750	4	48,00000	0,502177
PROBLEME*payé	Wilks	0,987718	0,14922	2	24,00000	0,862172
PROBLEME*stress	Wilks	0,731004	0,506882	16	48,00000	0,929975
PROBLEME*genre*groupe	Wilks	0,863780	1,89242	2	24,00000	0,172520
PROBLEME*genre*heure	Wilks	0,771245	1,66423	4	48,00000	0,173753
PROBLEME*groupe*heure	Wilks	0,702119	2,32108	4	48,00000	0,070181
PROBLEME*genre*payé	Wilks	0,962240	0,47090	2	24,00000	0,630090
PROBLEME*groupe*payé	Wilks	0,912564	1,14976	2	24,00000	0,333550
PROBLEME*heure*payé	Wilks	0,703120	2,31089	4	48,00000	0,071182
PROBLEME*genre*stress	Wilks	1,000000		0	24,50000	
PROBLEME*groupe*stress	Wilks	1,000000		0	24,50000	
PROBLEME*heure*stress	Wilks	1,000000		0	24,50000	
PROBLEME*payé*stress	Wilks	1,000000		0	24,50000	

On remarque qu'il n'y'a pas de corrélation significative entre les différentes valeurs de Y et que seul le coefficient du facteur Problème qui est significatif.

18c)

Effectuant désormais une analyse en faisant abstraction de la mesure répétée avec modèle linéaire d'ordre 2, le facteur stress ici est choisi en tant que covariable. On observe que seul le facteur problème est significatif en plus de l'intercept.

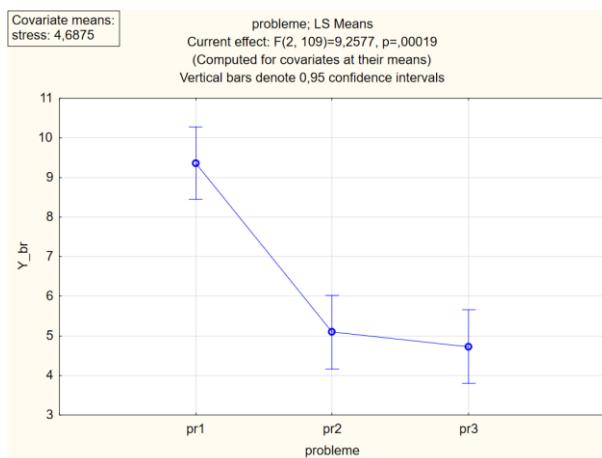
Figure 4 : Test de signification

Effect	Univariate Tests of Significance for Y_br (Multifacteurs.sta in Workbook1)				
	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	536,2623	1	536,2623	66,20404	0,000000
genre	0,1189	1	0,1189	0,01468	0,903783
groupe	2,9752	1	2,9752	0,36731	0,545735
heure	15,5894	2	7,7947	0,96229	0,385238
payé	0,5333	1	0,5333	0,06583	0,797986
probleme	149,9782	2	74,9891	9,25775	0,000193
stress	5,0730	1	5,0730	0,62629	0,430438
genre*groupe	16,5970	1	16,5970	2,04898	0,155169
genre*heure	24,2394	2	12,1197	1,49623	0,228536
groupe*heure	30,9960	2	15,4980	1,91330	0,152517
genre*payé	0,0046	1	0,0046	0,00057	0,980978
groupe*payé	0,0321	1	0,0321	0,00397	0,949886
heure*payé	5,3767	2	2,6884	0,33189	0,718289
genre*probleme	2,3814	2	1,1907	0,14700	0,863467
groupe*probleme	26,0417	2	13,0209	1,60748	0,205105
heure*probleme	56,1258	4	14,0314	1,73225	0,148056
payé*probleme	3,4997	2	1,7499	0,21603	0,806057
genre*stress	1,0729	1	1,0729	0,13245	0,716611
groupe*stress	2,2596	1	2,2596	0,27896	0,598455
heure*stress	6,7005	2	3,3502	0,41360	0,662298
payé*stress	0,0006	1	0,0006	0,00007	0,993181
probleme*stress	10,1334	2	5,0667	0,62551	0,536898
Error	882,9157	109	8,100144		

Figure 5 : Test moyennes des carré

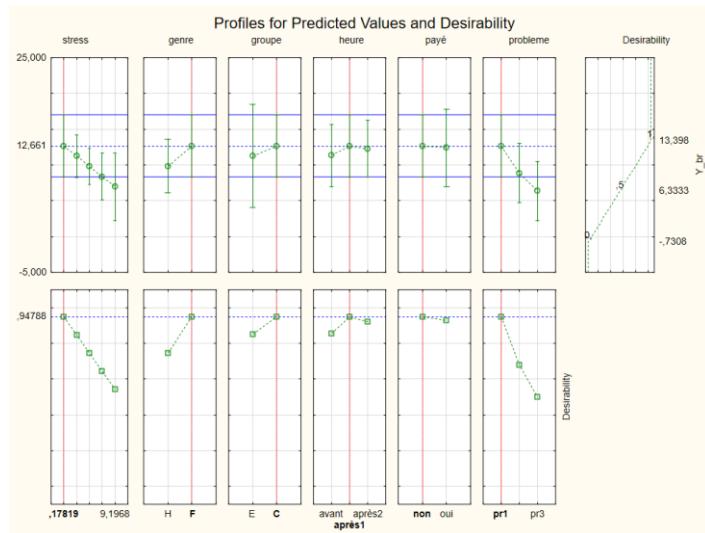
Dependent Variable	Test of SS Whole Model vs. SS Residual (Multifacteurs.sta in Workbook1_(Recovered))										
	Multiple R	Multiple R ²	Adjusted R ²	SS Model	df Model	MS Model	SS Residual	df Residual	MS Residual	F	p
Y_br	0,710698	0,505092	0,350717	901,0843	34	26,50248	882,9157	109	8,100144	3,271853	0,000002

Figure 6 : Graphique effet du type de problème sur la réponse



On observe que les points reçus au problème 1 sont les élevés puis la tendance est à la baisse. Les sujets ont tendance à mieux réussir le premier problème.

Figure 7 : Fonction de désirabilité



La fonction de désirabilité figure 7 nous donne les meilleures conditions ainsi que les paramètres optimaux afin de maximiser la réponse nombre de bonne réponse. On observe qu'il faut un niveau de stress faible afin de bien performer, qu'il faut être une femme du groupe C et de ne pas avoir payé ainsi que de choisir le problème 1 pour avoir le maximum de bonne réponse.

18d)

Effectuant désormais une analyse avec les mesures répétées, on observe sur le tableau d'ANOVA un effet d'interaction entre genre*groupe qui est significatif ainsi que le facteur problème. On observe également que le nombre de bonne réponse est plus élevé en général sur problème 1 Figure 11. En ce qui concerne l'effet d'interaction la figure 10 nous montre que les hommes du groupe ont plus de bonne réponse et que l'interaction des deux est significatif.

Figure 8 : Tableau d'ANOVA

Repeated Measures Analysis of Variance (Multifacteurs.sta in W Sigma-restricted parameterization Type V decomposition; Std. Error of Estimate: 2,5180					
Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	2027,525	1	2027,525	319,7827	0,000000
genre	2,810	1	2,810	0,4431	0,511702
groupe	0,438	1	0,438	0,0691	0,794852
heure	4,521	2	2,260	0,3565	0,703617
payé	0,566	1	0,566	0,0893	0,767496
stress	41,339	8	5,167	0,8150	0,596440
genre*groupe	28,309	1	28,309	4,4649	0,044753
genre*heure	4,590	2	2,295	0,3620	0,699901
groupe*heure	23,772	2	11,886	1,8747	0,174337
genre*payé	1,157	1	1,157	0,1825	0,672857
groupe*payé	1,689	1	1,689	0,2664	0,610269
heure*payé	0,939	2	0,469	0,0740	0,928854
genre*stress	0				
groupe*stress	0				
heure*stress	0				
payé*stress	0				
Error	158,508	25	6,340		
PROBLEME	235,839	2	117,919	16,0391	0,000004
PROBLEME*genre	7,927	2	3,964	0,5391	0,586621
PROBLEME*groupe	25,388	2	12,694	1,7266	0,188319
PROBLEME*heure	23,713	4	5,928	0,8063	0,527010
PROBLEME*payé	1,511	2	0,755	0,1027	0,902561
PROBLEME*stress	63,816	16	3,989	0,5425	0,910086
PROBLEME*genre*groupe	32,952	2	16,476	2,2410	0,116927
PROBLEME*genre*heure	72,196	4	18,049	2,4550	0,057677
PROBLEME*groupe*heure	57,325	4	14,331	1,9493	0,116770
PROBLEME*genre*payé	9,573	2	4,787	0,6511	0,525859
PROBLEME*groupe*payé	9,378	2	4,689	0,6378	0,532701
PROBLEME*heure*payé	46,004	4	11,501	1,5643	0,198305
PROBLEME*genre*stress	0				
PROBLEME*groupe*stress	0				
PROBLEME*heure*stress	0				
PROBLEME*payé*stress	0				

Figure 9 : Tableau des résultats univariés

Univariate Results for Each DV (untransformed) (Multifacteurs.sta in Workbook1_(Recovered))										
Effect	Degr. of Freedom	Y1_Pr1			Y1_Pr2			Y2_Pr1		
		Ss	MS	F	Ss	MS	F	Ss	MS	F
Intercept	1	1478.750	1478.750	118.0451	0.000000	441.1478	441.1478	108.7058	0.000000	343.4658
genre	1	9.485	9.485	0.1185	0.733538	7.1634	7.1634	1.7852	0.195982	2.0888
groupe	1	9.668	9.668	0.7718	0.388023	0.0592	0.0592	0.0146	0.904832	16.0986
heure	2	19.326	9.663	0.7714	0.473075	6.0414	3.0207	0.7443	0.485281	2.8662
payé	1	0.017	0.017	0.0014	0.970636	2.0596	2.0596	0.5075	0.482810	0.0000
stress	8	52.317	6.540	0.5220	0.828544	18.7374	2.3422	0.5772	0.786724	34.1004
genre*groupe	1	54.389	54.389	4.3418	0.047567	0.4742	0.4742	0.1169	0.735328	6.3974
genre*heure	2	49.206	24.603	1.9640	0.161353	16.1044	8.0522	1.9842	0.158562	11.4764
groupe*heure	2	46.901	23.451	1.8720	0.174747	16.0212	8.0106	1.9739	0.159970	18.1747
genre*payé	1	9.380	9.380	0.7488	0.395085	0.0014	0.0014	0.0004	0.985112	1.3488
groupe*payé	1	0.308	0.308	0.0246	0.876697	9.0419	9.0419	2.2281	0.148036	1.7177
heure*payé	2	5.814	2.907	0.2321	0.794580	21.3591	10.6796	2.6316	0.091793	19.7694
genre*stress	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
groupe*stress	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
heure*stress	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Error	25	313.175	12.527			101.4545	4.0582			111.4777
Total	47	655.000				250.8125				262.3125

Figure 10 : Effet d'interaction genre*groupe sur Y

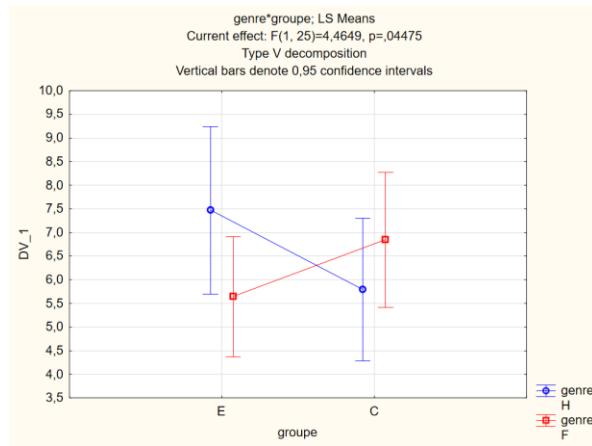


Figure 11 : Effet du facteur problème sur Y

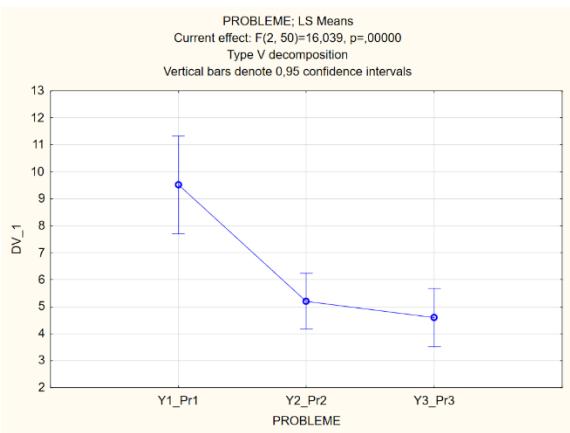


Figure 12 : Fonction de désirabilité

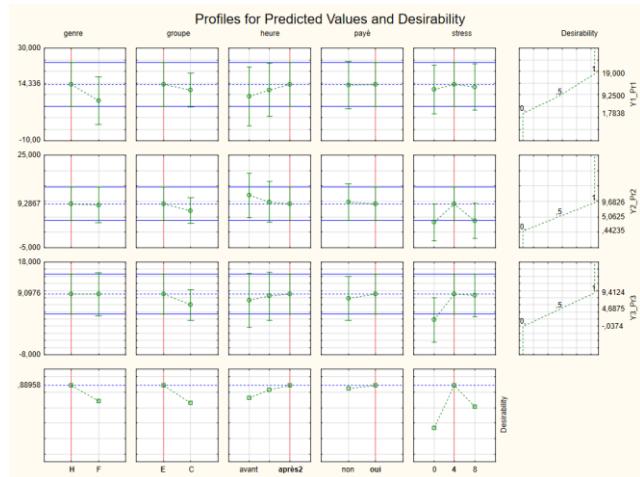


Figure 12 : Test de Mauchly

Effect	Mauchly Sphericity Test (Multifacteurs.sta in Sigma-restricted parameterization Type V decomposition)			
	W	Chi-Sqr.	df	p
PROBLEME	0,780044	5,961729	2	0,050749

La fonction de désirabilité figure 12 nous donne les meilleures conditions ainsi que les paramètres optimaux afin de maximiser la réponse nombre de bonne réponse. On observe qu'il faut être un Homme du groupe E et avoir payé avec un niveau de stress moyen pour avoir le maximum de bonne réponse quel que soit le problème. On voit également que le test de sphéricité de Mouchy est non significatif ce qui signifie qu'il moi de risque d'avoir l'erreur de Type 1 (Rejet H0 alors qu'elle est vraie).

18e)

Tout d'abords l'analyse du modèle linéaire sans mesure répété ne permet pas d'identifier l'effet d'interaction genre*groupe comme significatif, ainsi que l'intercept (effet général). L'analyse en mesure répété a aussi l'avantage de diminuer le nombre d'essai, en identifiant le facteur intra problème et les autres facteurs cela nous permet de diviser par le 3 nombre d'essai ceci nous permet d'avoir plus d'information afin de maximiser le nombre de bonne réponse pour chaque problème. En effet si on compare les deux fonctions de désirabilité le modèle en mesure répété nous permet d'identifier pour chaque problème qu'elles sont les meilleures modalités à choisir. Le seul avantage du modèle linéaire à mesure non répété et de prendre en compte le stress comme covariable. Le modèle à mesure répété est donc le meilleur modèle à choisir pour effectuer ce genre d'analyse il permet de réduire le nombre d'essai, identifié plus de facteur significatif et donc d'avoir une représentation plus précise de l'impact de chaque facteur sur la variabilité de Y et ainsi identifier les modalités ou condition optimale d'expérience qui permettent de maximiser le nombre de bonne réponse dans les problèmes. Le test de sphéricité de Mouchy est non significatif pour le modèle à mesure répété ce qui signifie qu'il moi de risque d'avoir l'erreur de Type 1 (Rejet H₀ alors qu'elle est vraie) ce qui confirme que ce modèle est bien adapté.