

Travaux Pratiques Analyse Hilbertienne : Formes de Jordan et SVD

1 Calcul des formes de Jordan

On s'intéresse au calcul de la forme de Jordan d'une matrice sur un ordinateur.

1. A l'aide des constructeurs Matlab, construire la forme de Jordan

$$J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & & & & \\ & 1 & 1 & & & \\ & & 1 & & & \\ & & & 2 & 1 & \\ & & & & 2 & 1 \\ & & & & & 2 & 1 \\ & & & & & & 2 \end{pmatrix}$$

- (a) Quelles sont les valeurs propres de J et leurs indices ?
- (b) A l'aide de la fonction `eig` Matlab calculer ses valeurs propres et ses vecteurs propres.
2. A l'aide de la fonction `gallery` construire une matrice unitaire Q de dimension 7 et calculer la représentation de J dans la base définie par les colonnes de Q .
 - (a) Quelles sont les valeurs propres de cette matrice et leurs indices respectifs ?
 - (b) Afficher les valeurs propres de A et J dans le plan complexe. Interpréter le résultat.

2 Compression d'images en utilisant sa svd

Une image est une matrice X constituée de pixels qui peut-être visualisée grâce à la commande `image` de Matlab. La décomposition en valeur singulière (commande `svd(X)`) permet d'en calculer les différentes meilleures approximations d'un rang k donné. Dans une fenêtre graphique qui sera découpée en 2×3 sous-figures, afficher l'image initiale en position 1, puis les approximations de rang respectivement 3, 10, 20, 30 et 40 dans les sous-figures suivantes. Pour chacune de ces approximations on calculera le gain en mémoire associé à chacune de ces approximations.

Les premières commandes du programme Matlab seront les suivantes

```
clear all
load picture
colormap('gray');
subplot(2,3,1)
image(X)
title('image originale - compression 1 ');
```