Algèbre Linéaire Numérique - Présentation de Projet

Réductions de modèles approchés pour les problèmes d'équations à dérivées partielles

Florian Garibal   Noël Dupuis   Guillaume Hottin

Informatique et Mathématiques appliquées
Ecole D'ingénieur ENSEEIHT, Toulouse

1A, Groupe A, 2015-2016

Introduction

- Illustrer l'utilité des valeurs propres dans la résolution des équations dérivées partielles
- Deux cas concrêts :
  - La prévision d'évolution en espace/temps d'une vague atmosphérique sans l'intégration d'un modèle numérique (Réduction)
  - L'estimation de la composante de vitesse des conditions initiales en partant des observations (Reconstruction)

Phase 1

La matrice Z comporte les observations d'une vague atmosphérique.

Analyse de la matrice Z

Calcul très complexe car les dimensions de la matrice sont très importantes.
Cependant, cela peut être optimisé en ne calculant que les vecteurs singuliers dominants et non tous les vecteurs singuliers.

Méthodes

On utilise une version améliorée de la *power_iteration_method* afin de choisir le nombre de vecteurs que l'on veut calculer et ainsi réduire à la fois le temps de calcul et la consommation mémoire

Phase 1

Reconstruction

La reconstruction consiste à interpoler une évolution a partir d'une certaine quantité d'observations. On a accès à une certaine quantité de systèmes ayant évolué. On prédit l'évolution d'un système à partir d'un état initial. Ensuite, on imagine avoir pu faire évoluer le système. On peut alors comparer et mesurer la distance du modèle à la réalité.

Classification

Le but de la classification est de déterminer la valeur d'un paramètre à partir d'une série d'observations et d'un état courant.

Phase 2

Le choix de ZZ^T ou Z^TZ dépend de la taille de la matrice.

Algorithme

- (Calcul de ZZ^T ou Z^TZ) $\leftarrow$ Explicite
- Calcul des valeurs singulières et des vecteurs propres gauches associés
- Calcul du vecteur singulier droit avec $V_{out} = Z^T U_{out}$
- Normalisation du vecteur singulier droit $V_{out}(i) = \frac{V_{out}(i)}{\Sigma_{out}(i)}$

Avantages/Inconvénients

- Implicite ZZ^T : Matrice de grande taille
- Explicite Z^TZ : Matrice de petite taille
- Les autres méthodes ne sont pas optimisées

Conclusion

Décomposition SVD développée en phase 2 généralement moins efficace que décomposition SVD développée en phase 1.
Cependant sur certaines matrices de grande taille, la différence d'efficacité est négligeable.