

Détection de matériaux par DDI - Data Driven Identification

Anass El Moubaraki & Romain Dassonneville
Laurent Stainier

Ecole Centrale de Nantes - GeM

26 Mars 2024

1 Introduction générale

2 Contributions

- Génération des données
- Application de la méthode Kmeans
 - Algorithme
 - Résultats numériques
 - Avantages et limites
- Application de la méthode Kplane
 - Algorithme
 - Résultats numériques
- Réduction du bruit par rapport au Kmeans
 - Avantages et limites

3 Conclusions et Perspectives

Nouvelles techniques d'imagerie :IRM, ultrasons \Rightarrow DDCM & DDI

- "Large scale parameter estimation problems in frequency-domain elastodynamics using an error in constitutive equation functional" Biswanath Banerjee , Timothy F. Walsh , Wilkins Aquino , Marc Bonnet [1]
- "A modified error in constitutive equation approach for frequency-domain viscoelasticity imaging using interior data." Manuel I. Diaza , Wilkins Aquinoa,, Marc Bonnetb [2]
- "Identification of material properties and phase distribution of heterogeneous materials through data-driven computational methods : Towards an enhanced constitutive space"; Gabriel Valdés-Alonzo [3]

Calcul du champ de déplacement

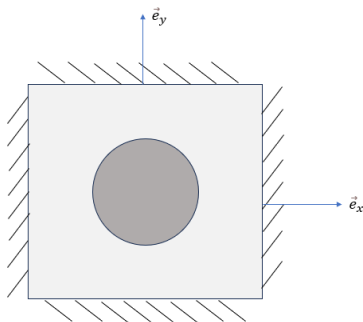


Figure: Problème considéré.

$$\vec{f} = f_z \vec{e}_z$$

$$\vec{u} = u_z(x, y) \vec{e}_z$$

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial u_z}{\partial y} \\ \frac{1}{2} \frac{\partial u_z}{\partial z} & \frac{1}{2} \frac{\partial u_z}{\partial y} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = 2 * G * \underline{\underline{\epsilon}}$$

$$\rho \vec{\ddot{u}} = \vec{\text{div}}(\underline{\underline{\sigma}}) + \vec{f}$$

selon \vec{e}_z :

$$\rho \ddot{u} = \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + f_z$$

$$\int_{\Omega} \rho \omega^2 u_z v_z dx dy - \int_{\Omega} G \vec{grad}(u_z) \cdot \vec{grad}(v_z) dx dy + \int_{\Omega_f} f_z v_z dx dy = 0$$

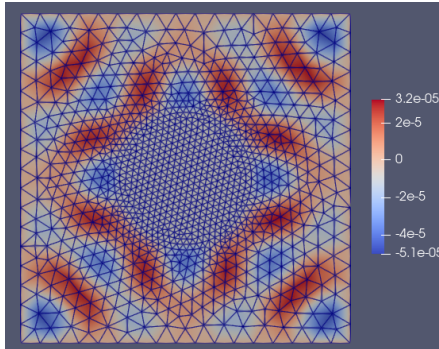


Figure: Champ de déplacement solution [m].

Critère de Shanon : $\omega \leq \frac{\pi C}{l_e}$

$c = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$; l_e longueur de l'échantillon

Calcul différentiel , Optimisation , Théorie des distributions :

$$\min_{\underline{\sigma}, \underline{\sigma}^i, \underline{\epsilon}} \max_{\eta} \left[\int_{\Omega} N_s(\underline{\sigma}, \underline{\sigma}^i) + N_e(\underline{\epsilon}, \underline{\epsilon}^i) + \eta(\operatorname{div} \underline{\sigma} + f - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}) dV \right]$$

$$N_s(\underline{\sigma}, \underline{\sigma}^i) = \frac{1}{2}(\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^i) \cdot \frac{1}{G_{\text{met}}} \cdot (\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^i)$$

$$N_e(\underline{\epsilon}, \underline{\epsilon}^i) = \frac{1}{2}(\underline{\epsilon} - \underline{\epsilon}^i) \cdot G_{\text{met}} \cdot (\underline{\epsilon} - \underline{\epsilon}^i)$$

- $\underline{\epsilon}$: champ de déformations mécaniques calculé en tout point du maillage ($\underline{\epsilon} = \nabla u$)
- $(\underline{\epsilon}^i, \underline{\sigma}^i)$: centres de clusters.
- G_{met} : métrique du clustering Kmeans.
- η : Multiplicateur de Lagrange

Point selle du Lagrangien et équations de Fermat :

$$D\mathcal{L}[\delta\sigma] = \int_{\Omega} \eta \left[\frac{1}{G_{\text{met}}} \cdot (\sigma - \sigma^i) + \underline{\text{grad}}\eta \right] \delta\sigma dV = 0; \forall \delta\sigma$$

$$\frac{1}{G_{\text{met}}} \cdot (\sigma^e - \sigma^{i,e}) + \underline{\text{grad}}\eta = 0$$

$$D\mathcal{L}[\delta\eta] = \int_{\Omega} \left[(\text{div}\sigma + f - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}) \delta\eta \right] dV = 0 ; \forall \delta\eta$$

$$\int_{\Omega} \left[\underline{\text{grad}}\delta\eta \cdot G_{\text{met}} \cdot \underline{\text{grad}}\eta - \underline{\text{grad}}\delta\eta \cdot \sigma^{i,e} + \hat{f}\delta\eta \right] dV = 0 ; \forall \delta\eta$$

Méthode Kmeans : Algorithme

Algorithm 1 Schéma algorithmique pour le calcul du champ de contrainte mécanique

Require: $\underline{\epsilon}$, N_c

$\underline{\sigma}_0^i$ et Initialisation des contraintes mécaniques à zéro.

for $k = 1, ..N_c$ **do**

Clustering sur nos données normalisées ($\underline{\epsilon}$, $\underline{\sigma}_k$)

Dénormalisation des données après clustering

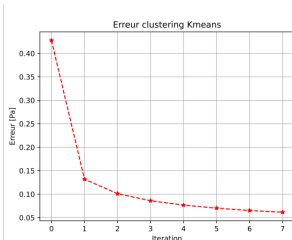
Calcul du multiplicateur de Lagrange $\underline{\eta}_k$ à partir de la forme faible

$\underline{\sigma}_{k+1} = \underline{\sigma}_k^i + G_{\text{met}} \cdot \underline{\text{grad}} \underline{\eta}_k$ {Mise à jour du champ de contraintes mécaniques}

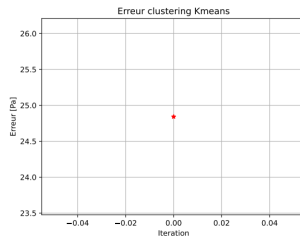
end for

Ensure: $\underline{\epsilon}$, $\underline{\sigma}_k$, $\underline{\sigma}_k^i$, $\underline{\epsilon}_k^i$

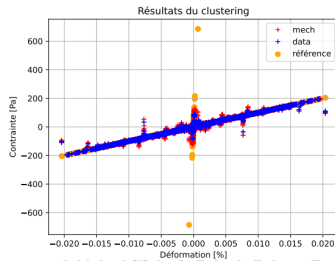
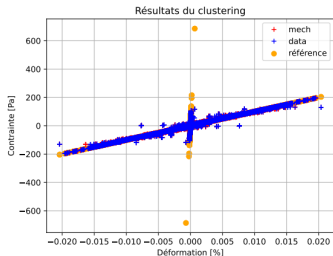
Résultats numériques : Vérification de la convergence



(a) $G_{\text{met}} = 10^5$ MPa



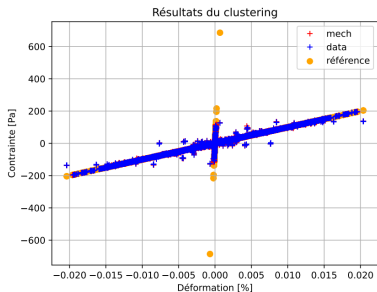
(b) $G_{\text{met}} = 10^9$ MPa



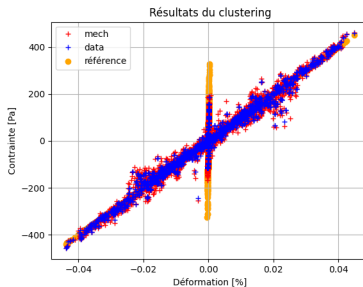
Résultats numériques : Allures des estimées

r_i [m]	G1 [GPa]	G2 [GPa]	G_{met} [GPa]	f [N]	ω [rad/s]	ρ [kg/m ³]	N_c
0,2	10^8	10^6	10^7	10^3	10^3	10^3	10

Effet du maillage



(a) Maillage uniforme.



(b) Maillage gmsh.

Conclusion partielle

- Pas de comportement présumé
- Maillage : représentativité des inclusions
- Métrique du clustering
- Localisation des inclusions pas automatique
- C des inclusions pas automatique

Méthode Kplane : Principe

- Un jeu de données qui se structure dans une union d'hyperplans (droites dans \mathbb{R}^2).
- Nous cherchons les coefficients qui décrivent ces hyperplans en utilisant une approche itérative
- La loi de Hooke assure que les pentes des droites sont exactement les modules de cisaillement des différents matériaux

Algorithm 2 Schéma algorithmique pour le calcul du champ de contrainte mécanique

Require: $\underline{\epsilon}$, $\underline{\sigma}_0$, $(C_1)_0$, $(C_2)_0$

for $k = 1, ..N$ **do**

$$\underline{\epsilon}_k^{i,e} = \frac{(C)_k \underline{\epsilon}^e + \underline{\sigma}_k^e}{2 \times (C)_k}$$

$$\underline{\sigma}_k^{i,e} = \frac{(C)_k \underline{\epsilon}^e + \underline{\sigma}_k^e}{2}$$

Nous calculons le multiplicateur de Lagrange $\underline{\eta}_k$

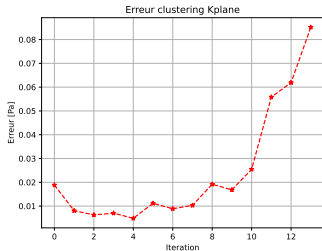
$$\underline{\sigma}_{k+1} = \underline{\sigma}_k^i + C \cdot \text{grad} \underline{\eta}_k$$

$$(C_1)_{k+1} = \sqrt{\frac{\sum_{e \text{ tq } \underline{\sigma}^{i,e} = (C_1)_k \times \underline{\epsilon}^{i,e}} \underline{\sigma}_{e,k+1}^2}{\sum_{e \text{ tq } \underline{\sigma}^{i,e} = (C_1)_k \times \underline{\epsilon}^{i,e}} \underline{\epsilon}_e^2}}, (C_2)_{k+1} = \sqrt{\frac{\sum_{e \text{ tq } \underline{\sigma}^{i,e} = (C_2)_k \times \underline{\epsilon}^{i,e}} \underline{\sigma}_{e,k+1}^2}{\sum_{e \text{ tq } \underline{\sigma}^{i,e} = (C_2)_k \times \underline{\epsilon}^{i,e}} \underline{\epsilon}_e^2}}$$

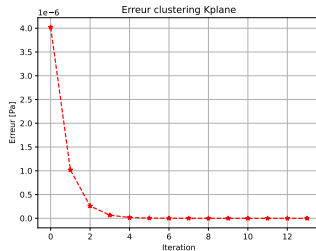
end for

Ensure: $\underline{\epsilon}$, $\underline{\sigma}_k$, $\underline{\sigma}_k^i$, $\underline{\epsilon}_k^i$, \underline{C}_k

Résultats numériques : Vérification de la convergence



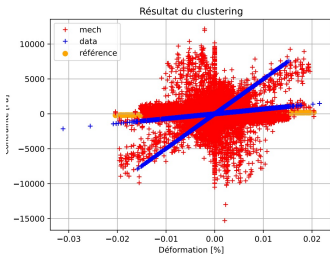
(a) Évolution de l'erreur en fonction du nombre d'itérations avec une initialisation de C_1 et C_2 à 0.1MPa et 10 MPA



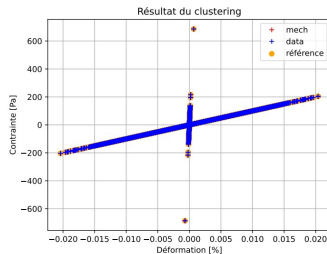
(b) Évolution de l'erreur en fonction du nombre d'itérations avec une initialisation de C_1 et C_2 à 1 MPA et 100 MPA

Résultats numériques : Allures des estimées

Effet de l'initialisation:



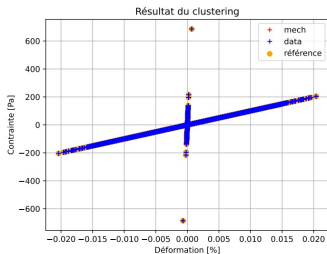
(a) Résultats de l'estimation avec une initialisation de C_1 et C_2 à 0.1MPa et 10 MPa



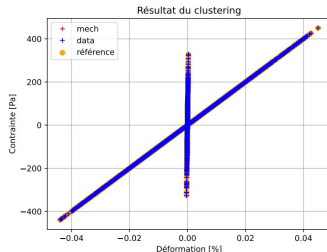
(b) Résultats de l'estimation avec une initialisation de C_1 et C_2 à 1MPa et 100 MPa

Résultats numériques : Allures des estimées

Effet du maillage:

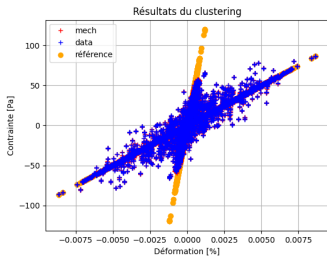


(a) Résultats de l'estimation avec une initialisation de C_1 et C_2 à 1MPa et 100 MPa et en utilisant un maillage régulier

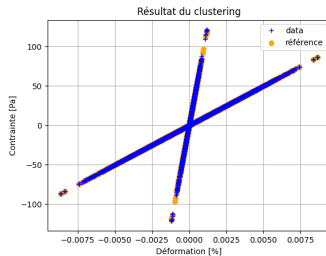


(b) Résultats de l'estimation avec une initialisation de C_1 et C_2 à 1MPa et 100 MPa et en utilisant un maillage GMSH adapté

Réduction de bruit : Matrice à trois inclusions



(a) Résultats de l'estimation avec la méthode Kmeans en utilisant trois inclusions



(b) Résultats de l'estimation avec la méthode Kplane en utilisant trois inclusions

Conclusion finale

- Génération de la carte de déplacement.
- Détection des variations de gradient du champ de déplacement et application d'un maillage GMSH adapté.
- Application de la méthode Kmeans pour clustering
- Initialisation du Kplane à partir des résultats obtenus dans le Kmeans et débruitage.

- Se baser sur des ordres de grandeur du tissu humain pour initialiser le Kplane.
- Écrire un algorithme général qui pourra prendre en compte une liste de matériaux.
- Introduire de la visco-élasticité pour modéliser fidèlement la structure des tissus humains

