

Динамічне програмування

Задача про розподіл ресурсів

Задача про розподіл ресурсів

Інвестиції у розмірі K одиниць коштів повинні бути розподілені між n підприємствами. Відомо, який дохід $pr[i, j]$ ($j = 1, 2, \dots, n$) дає кожне з визначених підприємств при вкладанні у нього i одиниць коштів ($1 \leq i \leq K$). Необхідно визначити, як найкраще розподілити інвестиційні кошти між підприємствами, щоб сумарний дохід був максимальним. Під час розв'язування задачі врахувати, що змінні K та i набувають лише цілих невід'ємних значень.

Розглянемо конкретний приклад для випадку, коли інвестиції в розмірі 6 одиниць коштів вкладаються у 4 підприємства. Дохід цих підприємств заданий таблицею:

i	$P1$	$P2$	$P3$	$P4$
1	0,5	0,1	1,1	1,0
2	1,0	0,8	1,9	2,0
3	1,4	1,6	1,4	2,5
4	2,0	2,5	1,5	2,5
5	2,5	2,9	1,5	2,5
6	2,5	2,9	1,5	2,5

Власник мережі з чотирьох продуктових магазинів придбав шість ящиків свіжої полуниці. У таблиці наведено приблизний прибуток кожного магазину, якщо йому буде виділено різну кількість ящиків:

Власник не бажає ділити ящики між магазинами, але готовий зробити нульовий розподіл. Знайдіть, як розподілити шість ящиків так, щоб максимізувати прибуток.

No. of boxes	Estimated Profits			
	Store 1	Store 2	Store 3	Store 4
0	0	0	0	0
1	4	2	6	2
2	6	4	8	3
3	7	6	8	4
4	7	8	8	4
5	7	9	8	4
6	7	10	8	4

Рішення:

Етап 1: Магазин 1

No. of boxes	Estimated Profits			
	Store 1	Store 2	Store 3	Store 4
0	0	0	0	0
1	4	2	6	2
2	6	4	8	3
3	7	6	8	4
4	7	8	8	4
5	7	9	8	4
6	7	10	8	4

Рішення:

Етап 1: Магазин 1

Етап 2: Магазин 1 + Магазин 2

No. of boxes	Estimated Profits			
	Store 1	Store 2	Store 3	Store 4
0	0	0	0	0
1	4	2	6	2
2	6	4	8	3
3	7	6	8	4
4	7	8	8	4
5	7	9	8	4
6	7	10	8	4

Рішення:

Етап 1: Магазин 1

Етап 2: Магазин 1 + Магазин 2

Етап 3: Магазин 1 + Магазин 2 + Магазин 3

No. of boxes	Estimated Profits			
	Store 1	Store 2	Store 3	Store 4
0	0	0	0	0
1	4	2	6	2
2	6	4	8	3
3	7	6	8	4
4	7	8	8	4
5	7	9	8	4
6	7	10	8	4

Рішення:

Етап 1: Магазин 1

Етап 2: Магазин 1 + Магазин 2

Етап 3: Магазин 1 + Магазин 2 + Магазин 3

Етап 4: Магазин 1 + Магазин 2 + Магазин 3 + Магазин 4

No. of boxes	Estimated Profits			
	Store 1	Store 2	Store 3	Store 4
0	0	0	0	0
1	4	2	6	2
2	6	4	8	3
3	7	6	8	4
4	7	8	8	4
5	7	9	8	4
6	7	10	8	4



Нехай,

- x_1, x_2, x_3 та x_4 - кількість ящиків (коробок), які розподілено між магазинами 1, 2, 3 та 4 відповідно.
- $f_1(x_1), f_2(x_2), f_3(x)$ та $f_4(x_4)$ - відповідні прибутки магазинів.
- Максимізуйте, $Z = f_1(x_1) + f_2(x_2) + f_3(x_3) + f_4(x_4)$ При умові, $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 6$ Де, $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

Етап 1: Магазин 1





No. of boxes, x_1	0	1	2	3	4	5	6
Profit, $f_1(x_1)$	0	4	6	7	7	7	7

Заповнюємо таблицю

Store 1		x_1	0	1	2	3	4	5	6
		$f_1(x_1)$	0	4	6	7	7	7	7
Store 2			$f_1(x_1) + f_2(x_2)$						
x_2	$f_2(x_2)$								
0	0	0							
1	2								
2	4								
3	6								
4	8								
5	9								
6	10								

Store 1 ➡	x_1	0	1	2	3	4	5	6
	$f_1(x_1)$	0	4	6	7	7	7	7
Store 2 ⬇		$f_1(x_1) + f_2(x_2)$						
x_2	$f_2(x_2)$							
0	0	0	4	6	7	7	7	7
1	2	2	6	8	9	9	9	—
2	4	4	8	10	11	11		
3	6	6	10	12	13			
4	8	8	12	14				
5	9	9	13					
6	10	10						



Шумаємо найбільше

Store 1		x_1	0	1	2	3	4	5	6
		$f_1(x_1)$	0	4	6	7	7	7	7
Store 2			$f_1(x_1) + f_2(x_2)$ 						
x_2	$f_2(x_2)$								
0	0	0	4	6	7	7	7	7	
1	2	2	6	8	9	9	9	9	
2	4	4	8	10	11	11			
3	6	6	10	12	13				
4	8	8	12	14					
5	9	9	13						
6	10	10							

Store 1 →	x_1	0	1	2	3	4	5	6
	$f_1(x_1)$	0	4	6	7	7	7	7
Store 2 ↓		$f_1(x_1) + f_2(x_2)$						
x_2	$f_2(x_2)$							
0	0	0*	→ 4*	6*	7	7	7	7
1	2	2	6*	8*	9	9	9	
2	4	4	8*	10*	11	11		
3	6	6	10*	12*	13			
4	8	8	12*	14*				
5	9	9	13					
6	10	10						

Записуємо до 2 стовпчика

No. of boxes	0	1	2	3	4	5	6
Max. of $f_1(x_1)+f_2(x_2)$	0	4	6	8	10	12	14
Boxes in Store 1+ Store 2	0+0	1+0	2+0 1+1	2+1 1+2	2+2 1+3	2+3 1+4	2+4

Store 1	x_1	0	1	2	3	4	5	6
	$f_1(x_1)$	0	4	6	7	7	7	7
Store 2	x_2	$f_1(x_1)+f_2(x_2)$ 						
	$f_2(x_2)$							
0	0	0*	4*	6*	7	7	7	7
1	2	2	6*	8*	9	9	9	
2	4	4	8*	10*	11	11		
3	6	6	10*	12*	13			
4	8	8	12*	14*				
5	9	9	13					
6	10	10						

No. of boxes	0	1	2	3	4	5	6
Max. of $f_1(x_1)+f_2(x_2)$	0	4	6	8	10	12	14
Boxes in Store 1+ Store 2	0+0	1+0	2+0 1+1	2+1 1+2	2+2 1+3	2+3 1+4	2+4

Store 1		x_1	0	1	2	3	4	5	6
		$f_1(x_1)$	0	4	6	7	7	7	7
Store 2			$f_1(x_1)+f_2(x_2)$						
x_2	$f_2(x_2)$								
0	0		0*	4*	6*	7	7	7	7
1	2		2	6*	8*	9	9	9	
2	4		4	8*	10*	11	11		
3	6		6	10*	12*	13			
4	8		8	12*	14*				
5	9		9	13					
6	10		10						

No. of boxes	0	1	2	3	4	5	6
Max. of $f_1(x_1)+f_2(x_2)+f_3(x_3)$	0	6	10	12	14	16	18
Boxes in Store 1+Store 2+Store 3	0+0+0	0+0+1	1+0+1	2+0+1 1+1+1 1+0+2	2+1+1 1+2+1 2+0+2 1+1+2	2+2+1 1+3+1 2+1+2 1+2+2	2+3+1 1+4+1 2+2+2 1+3+2

No. of boxes		0	1	2	3	4	5	6
Max. of $f_1(x_1)+f_2(x_2)$		0	4	6	8	10	12	14
Boxes in Store 1+ Store 2		0+0	1+0	2+0 1+1	2+1 1+2	2+2 1+3	2+3 1+4	2+4
Store 3		Max. of $[f_1(x_1)+f_2(x_2)]+f_3(x_3)$						
x_3	$f_3(x_3)$							
0	0	0*	4	6	8	10	12	14
1	6	6*	10*	12*	14*	16*	18*	
2	8	8	12*	14*	16*	18*		
3	8	8	12	14	16			
4	8	8	12	14				
5	8	8	12					
6	8	8						

Теж саме з 4

No. of boxes	0	1	2	3	4	5	6
Max. of $f_1(x_1)+f_2(x_2)+f_3(x_3)$	0	6	10	12	14	16	18
Boxes in Store 1+Store 2+Store 3	0+0+0	0+0+1	1+0+1	2+0+1 1+1+1 1+0+2	2+1+1 1+2+1 2+0+2 1+1+2	2+2+1 1+3+1 2+1+2 1+2+2	2+3+1 1+4+1 2+2+2 1+3+2
Boxes in Store 4	6	5	4	3	2	1	0
$f_4(x_4)$	4	4	4	4	3	2	0
$f_1(x_1)+f_2(x_2)+f_3(x_3)$ $+f_4(x_4)$	4	10	14	16	17	18	18

No. of boxes	0	1	2	3	4	5	6
Max. of $f_1(x_1)+f_2(x_2)+f_3(x_3)$	0	6	10	12	14	16	18
Boxes in Store 1+Store 2+Store 3	0+0+0	0+0+1	1+0+1	2+0+1 1+1+1 1+0+2	2+1+1 1+2+1 2+0+2 1+1+2	2+2+1 1+3+1 2+1+2 1+2+2	2+3+1 1+4+1 2+2+2 1+3+2
Boxes in Store 4	6	5	4	3	2	1	0
Boxes in Store 1+Store 2+Store 3 +Store 3	4	4	4	4	3	2	0
$f_1(x_1)+f_2(x_2)+f_3(x_3)$ + $f_4(x_4)$	4	10	14	16	17	18	18

Максимальний прибуток становить 18, а можливі оптимальні розподіли можуть бути наступними:

Store 1	Store 2	Store 3	Store 4
2	2	1	1
1	3	1	1
2	1	2	1
1	2	2	1
2	3	1	0
1	4	1	0
2	2	2	0
1	3	2	0

Використані ресурси:

- Умова: <https://studyit2.blogspot.com/2017/01/blog-post.html>
- Метод вирішення: https://www.youtube.com/watch?v=5_Xyp7NZVxU
- Реалізація кода: <https://pastebin.com/1nMLF1kU>
- Мозок :) + файл