

# ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ

## МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЦИФРОВАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ИСКАЖЕНИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ

А.В. Карнаухов, Н.С. Мерзляков, О.П. Милукова

Институт проблем передачи информации Российской академии наук

101447, ГСП-4, Россия, Москва, Большой Каретный пер. 19.

(avk@iitp.ru, nick@iitp.ru, milukova@iitp.ru)

Статья рассматривает общие методы и алгоритмы решения задач восстановления изображений. Представлена разработанная многофункциональная модель системы искажения и восстановления изображений, которая используется как основной инструмент для реализации описанных алгоритмов и сравнения результатов их применения для двумерного случая.

### Введение

Восстановление изображений часто определяется как процесс оценки исходного изображения по искаженному. Всякий раз, когда точное восстановление невозможно, задача восстановления становится задачей аппроксимации. Задача восстановления обычно формулируется следующим образом: необходимо найти исходное неискаженное изображение  $z(x, y)$  из уравнения

$$Az + n = u(x, y) + n(x, y) = \tilde{u}(x, y), \quad (x, y) \in W \quad (1)$$

где  $A$  - линейный оператор,  $n(x, y)$  - шум,  $\tilde{u}(x, y)$  - наблюдаемое искаженное изображение,  $u \in U$ , и  $z \in Z$ .

### Методы восстановления изображений

Существующие подходы решения задач восстановления изображений условно можно разбить на 3 группы:

- подходы, основанные на использовании априорной и апостериорной информации;
- подходы, основанные на использовании методов обработки сигналов;
- подходы, основанные на методах теории некорректно поставленных задач.

Априорная и апостериорная информация включает в себя ряд параметров, которые учитываются при восстановлении изображений. Апостериорные данные могут быть использованы при определении искажений, которому подверглось изображение при регистрации. Апостериорное знание использует наблюдаемое изображение  $\tilde{u}(x, y)$  для определения некоторого параметра, описывающих искажение. Например, возможно определение функции рассеяния точки (ФРТ) по резким краевым участкам протяженных объектов изображений или по точечным объектам, о которых точно известно, что

они существуют. Другие примеры апостериорных методов включают получение оценок дисперсии шума и спектра мощности из относительно гладких областей искаженного изображения. Иногда, помехи, возникшие при регистрации, становятся очевидными при преобразовании Фурье и эти данные можно использовать в процессе восстановления. Приведенные выше примеры апостериорных методов, конечно не исчерпывают все возможные методы, но они дают представление об основных направлениях в данного подхода.

Большинство методов, разработанных на ранних этапах исследования проблемы обработки изображений, относятся ко второй группе – методам обработки сигналов [1]. Подход, применяемый в задачах обработки сигналов, использует модель с однородным оператором  $A$  и функцией рассеяния точки в (1), описываемую выражением:

$$\tilde{u}(x, y) = \iint h(x - \xi, y - \eta) z(\xi, \eta) d\xi d\eta + n(x, y), \quad (2)$$

где  $\tilde{u}(x, y)$  - зарегистрированное наблюдаемое изображение,  $h(x - \xi, y - \eta)$  - функция рассеяния точки,  $n(x, y)$  - шум и  $z(\xi, \eta)$  - искоемое, исходное изображение. Вид уравнения (2) подразумевает, что его эквивалентное Фурье-представление может быть записано в следующем виде:

$$\tilde{U}(f_x, f_y) = Z(f_x, f_y) H(f_x, f_y) + N(f_x, f_y) \quad (3)$$

Известно, что общее линейное решение уравнения (2) может быть записано как

$$\hat{z}(\xi, \eta) = \iint K(\xi - s, \eta - t) \tilde{u}(s, t) ds dt \quad (4)$$

где ядро инверсии имеет следующую форму:

$$K(s, t) = \frac{1}{4\pi^2} \iint R(f_x, f_y) e^{i(sf_x + tf_y)} df_x df_y = \frac{1}{4\pi^2} \iint \frac{H^*(f_x, f_y) e^{i(sf_x + tf_y)}}{|H(f_x, f_y)|^2 + \Psi(f_x, f_y)} df_x df_y, \quad (5)$$

где  $\Psi(f_x, f_y)$  - заданная функция.

Таким образом, при отсутствии шума, очевидный восстанавливающий фильтр – это инверсный фильтр:

$$R(f_x, f_y) = H^{-1}(f_x, f_y). \quad (6)$$

Тогда,  $z(\xi, \eta)$  может быть найдена путём обратного преобразования Фурье выражения:

$$Z(f_x, f_y) = R(f_x, f_y) \tilde{U}(f_x, f_y). \quad (7)$$

Однако, обратный фильтр может не существовать, если он имеет экстремумы или  $H(f_x, f_y)$  некорректно задан. При наличии шума оптимальный фильтр восстановления (в MSE критериях) это фильтр наименьших квадратов или Винеровский фильтр

$$R(f_x, f_y) = \frac{H^*(f_x, f_y)}{|H(f_x, f_y)|^2 + \frac{S_{nn}(f_x, f_y)}{S_{zz}(f_x, f_y)}}, \quad (8)$$

где  $S_{nn}(f_x, f_y)$  и  $S_{zz}(f_x, f_y)$  - спектры мощностей шума и исходного изображения, которые мы полагаем известными. Также полагаем, что шум, который был добавлен - это белый шум, то есть, его спектральная плотность постоянна, а изображение и шум некоррелированы. Этот метод хорошо работает для изображений с высоким соотношением сигнал/шум, которое определяется как отношение между дисперсией изображения и дисперсией шума, и плохо подходит для изображений с низким соотношением сигнал/шум.

Универсальные методы решения этой проблемы используются в регуляризационном [2-4] и статистическом подходах. В обоих случаях, решение проблемы восстановления состоит в нахождении или условного, или безусловного экстремума, и в частности к поиску минимума следующего функционала:

$$\hat{z}_\alpha = \inf_{z \in Z} M(z) = \inf_{z \in Z} \{\rho_U(Az, \tilde{u}) + \alpha \Phi(z)\}, \quad (9)$$

где  $\Phi(z)$  является или стабилизатором  $\Omega(z)$  (в детерминированном подходе), или Гиббсовым потенциалом  $\Gamma(z)$  с  $\alpha=1$  (в статистическом подходе).

К сожалению, при прямом использовании данного метода трудно решить проблему минимизации в общем двумерном случае. Возможность упрощения задачи минимизации обычно базируется на использовании особых свойств интегрального оператора  $A$ . Во многих случаях, система отображения описывается однородным оператором, и смазанное изображение определяется уравнением (2). Если искаженное изображение  $u(x, y)$  задано на всем участке  $(x, y) \in (-\infty, \infty)$ , уравнение (1) является уравнением типа свертки и может быть решено с использованием метода преобразования Фурье. Фактически, искаженное изображение  $u(x, y)$  определено на ограниченной области  $W$ . Это не позволяет применять преобразование Фурье непосредственно к

уравнению (1). Чтобы преодолеть это ограничение, требуется дополнительная процедура, для расширения определения искаженного изображения на весь диапазон  $(x, y) \in (-\infty, \infty)$  [3].

### **Цифровая модель формирования системы искажения и восстановления изображений.**

Эффективное нахождение общего решения задачи восстановления изображений, определенной уравнением (3), представляет собой весьма сложную задачу в том числе и из-за больших размеров изображений и как следствие, большого количества вычислений. Этот недостаток значительно ограничивает широкое использование этого подхода.

Обзор публикаций последних лет показывает, что метод Фурье до сих пор является наиболее широко используемым в задачах восстановления изображений. Хорошо известно, что метод Фурье имеет, по крайней мере, два недостатка: (а) метод применим только для решения уравнений типа свертки и (б) он может использоваться только в линейных алгоритмах восстановления. Для этого случая можно записать:

$$\hat{z}_\alpha = \inf_{z \in Z} M(z) = \inf_{z \in Z} \left\{ \|Az - u\|_{B_n}^2 + \alpha \|Z\|_{B_z}^2 \right\}. \quad (10)$$

Использование быстрого преобразования Фурье для решения этой проблемы делает Фурье-подход самым быстрым и дешевым инструментом для решения задачи восстановления. С этой точки зрения, линейные алгоритмы очень важны, поскольку они имеют общую схему основных операций, аналогичную для всех их. Это подобие даёт нам возможность создать многофункциональную цифровую модель процессов искажения/восстановления изображений и использовать ее как основной программный инструмент для разработки, выполнения и сравнения результатов применения этих алгоритмов.

Основные функциональные блоки разработанной модели выполняют следующие процедуры по обработке данных:

- Формирование исходного изображения.
- Дефокусировка исходного изображения.
- Наложение шума на дефокусированное изображение.
- Расчет восстанавливающего фильтра.
- Восстановление.
- Вычисление ошибок.
- Визуализация изображений и данных.

Разработанная цифровая модель содержит, наряду с наиболее широко используемыми искажающими функциями, различными видами шума и восстанавливающими фильтрами, набор итеративных алгоритмов для восстановления изображений. Она работает под управлением операционных систем Windows 95/98/NT4/2000 или выше. Взаимодействие пользователя с системой реализовано через графический интерфейс пользователя. Практическое использование разработанной модели продемонстрировано на рисунках 1 и 2.

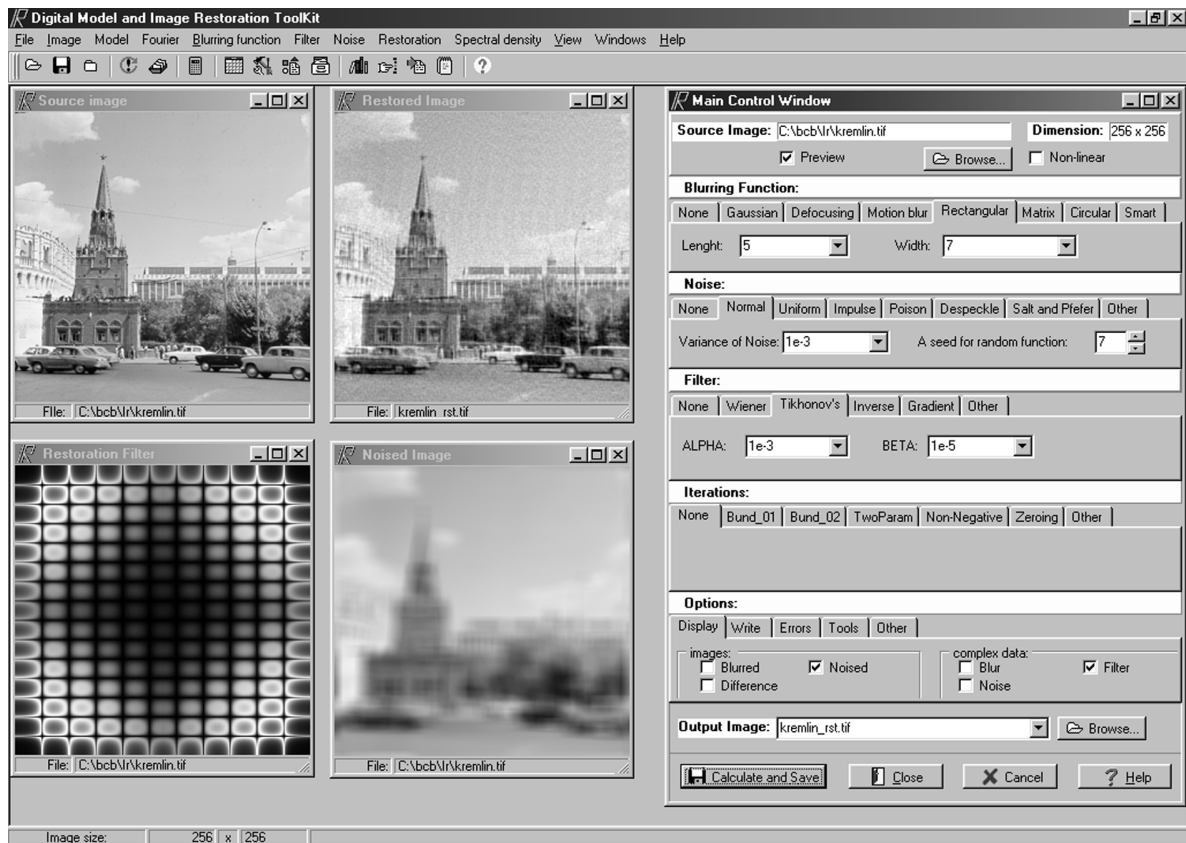


Рис.1. Экран пользователя при использовании Тихоновского фильтра.

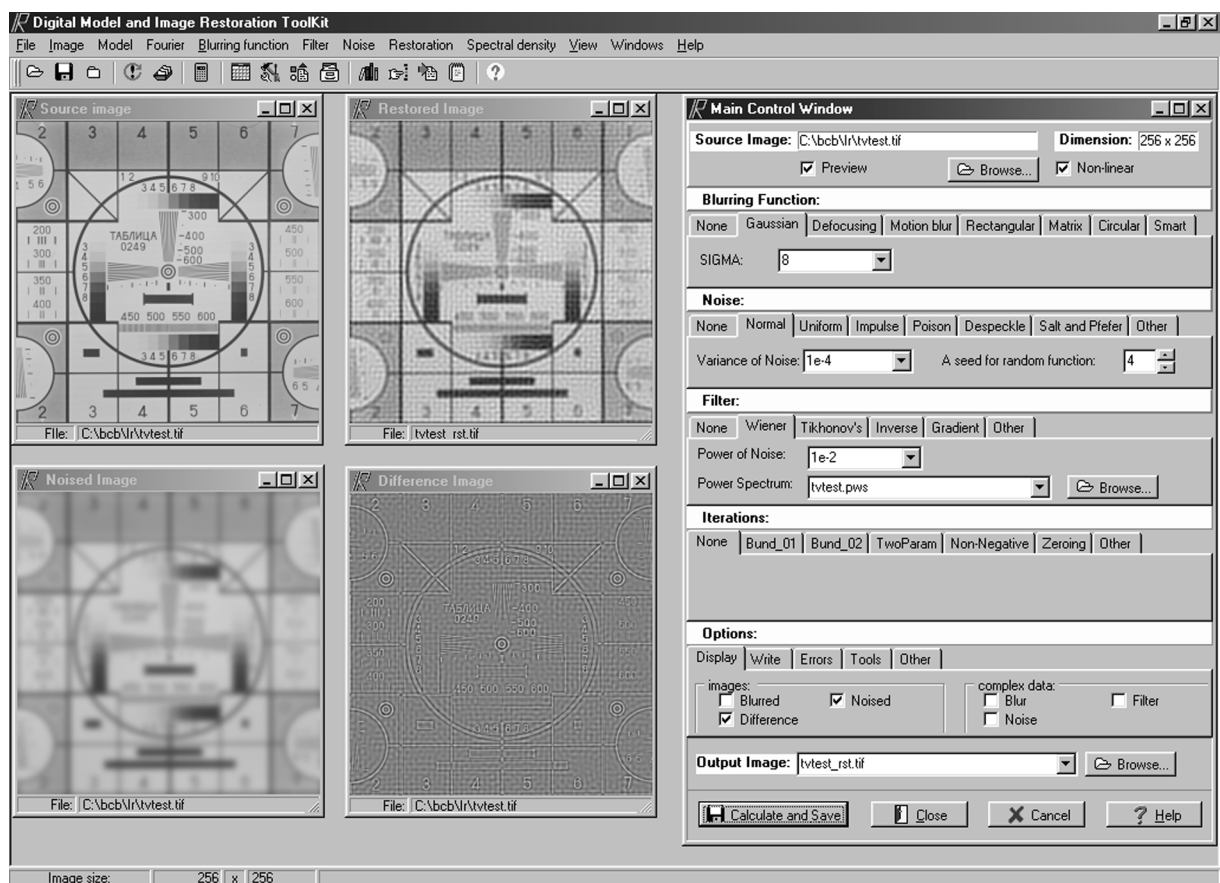


Рис.2 Экран пользователя при использовании Винеровского фильтра.

Обработка данных организована по типу конвейерной обработки. Поток данных обрабатывается последовательно "блок за блоком" со встроенными и программноизменяемыми значениями параметров. Каждый функциональный блок может быть переконфигурирован на этапе выполнения.

На рисунках изображены копии экранов пользователя при работе с моделью. Они содержат несколько графических форм:

- Главная управляющая форма модели, расположена на правой стороне экрана. На ней находится семь панелей, расположенных вертикально на форме: "Исходное изображение", "Искажающая функция", "Шум", "Фильтр", "Итерации", "Параметры" и "Выходное изображение".
- Другие графические формы используются для необязательной визуализации обрабатываемых данных на разных стадиях процесса обработки изображений.

Рассмотрим главную управляющую форму, представленную на рисунках. Первая и последняя панели используются для выбора исходного и выходного изображений. Пять других сделаны в виде панелей с блокнотами-переключателями. Каждая из них имеет набор закладок, при переключении на которые пользователь получает возможность изменения необходимых параметров. Таким образом, последовательность выбранных пользователем закладок определяет конкретную реализацию модели искажения/восстановления изображения. В частности модель, представленная на рис. 1 определена следующими параметрами:

- Искажающая функция определена как прямоугольный смаз; т.е. соответствует прямоугольной ФРТ размером  $5 \times 7$  пикселей.
- Аддитивный шум с дисперсией равной 0.001.
- Восстанавливающим фильтром выбран Тихоновский фильтр с  $\alpha = 1.0e - 3$  и  $\beta = 1.0e - 6$ .
- Итеративный процесс не применяется.
- Смазанное, зашумленное изображение и фильтр восстановления будут визуализированы в процессе обработки данных.

Модель, представленная на рис. 2 определена следующими параметрами:

- Искажающая функция определена как Гауссова функция с  $\sigma = 6$ .
- Аддитивный шум с дисперсией равной 0.001.
- Восстанавливающим фильтром выбран фильтр Винера.
- Итеративный процесс не применяется.
- Смазанное и зашумленное изображения и разность между восстановленным и исходным неискаженным изображениями будут визуализированы в процессе обработки данных.

### *Заключение*

Разработана многофункциональная цифровая модель системы искажения и восстановления изображений. Модель работает под управлением операционных систем Windows 95/98/2000/NT4.0 или выше. Модель может использоваться как эффективный инструмент для экспериментального выполнения и сравнения различных алгоритмов восстановления изображения основанных на Фурье-подходе. Все необходимые эксперименты в представленной работе были выполнены на этой модели.

### *Благодарности*

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований в рамках проекта 99-01-39039.

### *Литература*

1. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ. - М.: Мир, 1982.
2. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. - М.: Наука, 1974.
3. Milukova O.P. Fourier transform in restoration problem. Proc.SPIE, Vol.2363, 1995, pp.98-103.
4. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В. и Ягола А.Г. Численные методы решения некорректных задач. - М.: Наука, 1990.