**ДНІпровський національний університет імені Олеся Гончара**

**ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ**

**КАФЕДРА КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ**

**Дипломна робота**

**за рівнем бакалавра**

на тему: «Моделі та методи відновлення спотворених цифрових зображень»

Виконав(ла): студент(ка) ІV курсу, групи - -

спеціальності \_\_\_\_\_\_\_\_\_ «\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_»

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(прізвище та ініціали)

Керівник \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

підпис наук. вчене (прізвище та ініціали)

ступ. звання

Рецензент \_\_\_\_\_\_\_\_

підпис наук. вчене (прізвище та ініціали)

ступ. звання

м. Дніпро – 2021 р.

**Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара**

Факультет (навчально-науковий інститут, центр)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Кафедра\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Рівень\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Спеціальність(напрям підготовки) \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(шифр і назва)

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

**Завідувач кафедри\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**(повна назва)**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**(підпис) (П.І.Б.)**

“\_\_\_\_” \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_\_року

**З А В Д А Н Н Я**

**НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ**

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(прізвище, ім’я, по батькові)

1. Тема роботи \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

керівник роботи\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,

( прізвище, ім’я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по Університету від “\_\_\_”\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_року №\_\_\_

2. Строк подання роботи\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

3. Вхідні дані до роботи \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов’язкових креслень)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

6. Консультанти розділів роботи

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Розділ | Прізвище, ініціали та посада  консультанта | Підпис, дата | |
| завдання видав | завдання прийняв |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

7. Дата видачі завдання \_\_\_\_\_\_\_\_\_**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| №  з/п | Назва етапів дипломної роботи | Строк виконання етапів роботи | Примітка |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Студент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (П.І.Б.)

( підпис )

Керівник роботи \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ (П.І.Б.)

( підпис )

**Форма реферату дипломної роботи**

***РЕФЕРАТ***

Дипломна робота:\_\_с.,\_\_\_рис.,\_\_\_\_табл.,\_\_\_\_джерел,\_\_\_\_додатки.

**Об'єктом дослідження є** ……………………………………………….

**Мета роботи -** ……………………………………………………………

**Методика (метод) дослідження**  ………………………………………

**Одержані висновки та їх новизна**.........................................................

**Результати досліджень можуть бути застосовані при** ................................

**Перелік ключових слів**: 5**–**10 слів або словосполучень із тексту роботи, які характеризують її зміст, у називному відмінку (ВЕЛИКИМИ БУКВАМИ, ЧЕРЕЗ КОМУ).

*Примітка*. Кількість сторінок у рефераті вказують, не враховуючи додатки.

**Форма анотації дипломної роботи**

***ANNOTATION***

The graduation research of the\_\_\_\_year student \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(DNU, (faculty)\_\_\_\_\_\_\_\_\_. Department of \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_)

deals with \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

The work is interesting for \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Bibliography \_\_\_, pictures \_\_\_, tables \_\_\_, supplement\_\_\_.

*Примітка.* Анотацію можна писати однією із романо-германських мов.

# ЗМІСТ

[ЗМІСТ 6](#_Toc71390907)

[ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ 7](#_Toc71390908)

[ВСТУП 8](#_Toc71390909)

[ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ 11](#_Toc71390910)

[1. АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ 12](#_Toc71390911)

[1.1. Основні поняття теорії сигналів 12](#_Toc71390912)

[1.2. Цифрове зображення та його обробка 14](#_Toc71390913)

[1.3. Моделі зображень та їх лінійних спотворень 17](#_Toc71390914)

[1.3.1. Трансляційно-інваріантні спотворення 18](#_Toc71390915)

[1.3.2. Моделі шуму 21](#_Toc71390916)

[1.3.3. Спотворення зображення в наслідок змазу 26](#_Toc71390917)

[2. МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ВІДНОВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ 31](#_Toc71390918)

[2.1. Методи обробки зображень у частотній області 31](#_Toc71390919)

[2.2. Методи обробки зображень у просторовій області 35](#_Toc71390920)

[ВИСНОВКИ 38](#_Toc71390921)

[СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ 39](#_Toc71390922)

# ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

# ВСТУП

У сьогодення широкого розвитку набули галузі науки, в яких застосовують системи обробки інформації з використанням даних у цифровому вигляді. Базовими складовими елементами таких систем є системи цифрового перетворення інформації, призначені для переведення в цифровий вигляд природніх або штучних об'єктів, які є носіями інформації в аналоговому вигляді. Дані в цифровому вигляді використовують для збереження, передачі, аналізу та обробки в системах цифрової обробки інформації [1].

Багато галузей техніки, що мають відношення до отримання, обробки, зберігання та передачі інформації, в значній мірі орієнтуються в даний час на розвиток систем, в яких інформація має характер зображень. Зображення, яке можна розглядати як двовимірний сигнал, є значно більш ємним носієм інформації, ніж звичайний одновимірний (часовий) сигнал [2].

Одне з перших застосувань цифрових зображень було випробувано в газетній справі для передачі ілюстрацій по трансокеанському підводному кабелю між Лондоном і Нью-Йорком. На початку 1920-х років була впроваджена система «Бартлейн» для передачі зображень по кабелю, що дозволило зменшити час доставки ілюстрацій через Атлантику зі звичайної тижневої затримки до менш ніж трьох годинної. За допомогою спеціального друкуючого обладнання здійснювалося кодування вихідного зображення для передачі по кабелю і подальше відновлення цього зображення на приймальній стороні. Але проблема полягала у тому, що зображення не відрізнялося високою візуальною якістю, адже прогрес в області цифрової обробки зображень, в розвитку комп'ютерів і допоміжних технологій для зберігання, відображення і передачі даних залишав бажати кращого [3].

До цього, рішення наукових і інженерних задач під час роботи з візуальними даними вимагає особливих зусиль, що спираються на знання специфічних методів, оскільки традиційна ідеологія одновимірних сигналів і систем мало придатна в цих випадках [2].

У зв'язку з цим, масово стали затребуваними задачі автоматичної обробки і аналізу зображень, що спрямовані на вирішення проблем обробки зображень, причому, пріоритетна увага приділяється цифровим методам, які приваблюють своєю гнучкістю [2].

Прикладом такої задачі є задача відновлення зображень в загублених або спотворених областях. Рішення такої задачі виявляється необхідним у різноманітних додатках. Прикладами можуть слугувати:

* Редагування фотографій з метою видалення з них небажаних об'єктів (із заповненням їх областей тим фоном, який міг би бути на фотографії в їх відсутність), що псують композицію знімка;
* Видалення силуетів людей на публічно доступних знімках;
* Реставрація старих фільмів;
* Та багато іншого [5].

Наявність таких додатків викликає потребу у вирішенні задачі відновлення зображень і підтверджує актуальність теми не тільки в прикладному, але і науковому плані, так як дана задача не має в даний час задовільного рішення і викликає ряд питань. Існує велика кількість методів її часткового вирішення, розроблених в рамках різних підходів, що використовують різні типи представлень зображень. Прикладами таких методів можуть виступати алгоритми реконструкції на основі диференціальних рівнянь у частинних похідних, алгоритми реконструкції на основі пошуку за зразком, алгоритми напівавтоматичної реконструкції і тому подібне. Але при цьому відсутня узагальнююча теорія та система використання всіх цих методів та немає єдиних критеріїв їх оцінювання в зв'язку з тим, що задача «вгадування» відсутнього змісту виглядає як математично некоректна [5].

Можливість застосування аналізу та дослідження до задачі відновлення зображень в загублених або спотворених областях за допомогою спектру Фур’є може дозволити створити ємнісну теоретичну основу і розробити алгоритм, який відображатиме роботу цього методу, що й обумовлює актуальність цієї роботи.

У даній курсовій роботі розглядаються загальні методи вирішення задач відновлення зображень і більше приділяється увага методу відновлення зображень за допомогою спектру Фур’є. Метою даної роботи є аналіз цього методу відновлення інформації в загублених або пошкоджених областях зображень під впливом апаратної функції та порівняння результатів роботи алгоритму в залежності від характеристик зображення.

Об'єктом дослідження є процес відновлення спотворених цифрових зображень.

Предмет дослідження – цифрові зображення, які зазнали локальних динамічних спотворень.

Курсова робота складається з таких частин:

* вступ, який обґрунтовує актуальність роботи; визначає цілі проведення наукового дослідження; галузь дослідження; методи дослідження або розрахунків;
* постановка задачі;
* основна частина (перелічити розділи за змістом курсової роботи)
* висновки;
* список використаної літератури;
* додатки

# ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Провести дослідження методу та алгоритму відновлення зображень в загублених або спотворених областях, яке надалі можна використовувати для розробки програмного забезпечення для відновлення зображень. Студент має виконати такі задачі :

* дослідити та провести аналіз предметної області;
* провести огляд різноманітних моделей спотворення зображень;
* провести огляд існуючих алгоритмів відновлення зображень;
* провести аналіз методу відновлення зображення за допомогою спектру Фур’є;
* визначити функціональні вимоги до програмного забезпечення;
* вивчити відповідну технічну літературу по мові програмування С#;
* спроектувати та розробити додаток;
* зробити висновки, знайти можливі шляхи для подальшого поліпшення реалізації.

# 1. АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

## 1.1. Основні поняття теорії сигналів

Перш за все, слід дати визначення такого поняття, як сигнал. Залежно від контексту воно може набувати різних значень. У загальному випадку сигнал - це зміна деякої фізичної величини. Залежно від області визначення говорять про тимчасову, частотної або просторової форми подання сигналу.

Сигнали найчастіше розглядають як функцію, задану в деяких фізичних координатах. За цим критерієм можна виділити одновимірні сигнали (залежні, наприклад, від часу), двовимірні сигнали, задані на площині (наприклад, зображення) і тривимірні сигнали (описують, наприклад, просторові об'єкти) [6].

Якщо область визначення сигналу неперервна, то він називається ***неперервним*** або аналоговим. Такий сигнал і його аргументи приймають будь-які значення. Сигнал, аргументи якого приймають злічену множину значень, називається ***дискретним***. Якщо ж сам сигнал приймає злічену множину значень, то він називається ***квантованим***. Цифровими називаються дискретні квантовані сигнали.

Сигнали в оптичних системах зазнають різноманітних перетворень. При цьому перетворення сигналів представляються як сукупність деяких елементарних перетворень. Оптичний прилад при цьому розглядається як каскад перетворювачів інформації, а оптична система є лінійним фільтром сигналу [6].

Кожен зображуючий прилад приймає інформацію від попереднього елемента каскаду і передає наступному. Вхідний сигнал називають предметом, а вихідний - зображенням.

Завданням зображуючого приладу є перетворення вхідного сигналу - функції предмета  в вихідний сигнал – функцію зображення . Модель оптичного приладу, що описує загальні закономірності формування зображення в оптичних системах, не пов'язані з фізичними принципами їх роботи (зовнішня функціональна модель), є оператор перетворення:



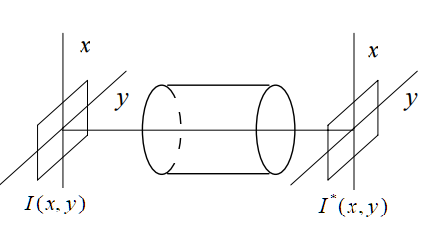


Рис.1.1.1. Схема формування зображення

Дуже рідко зображення, одержувані в інформаційних системах, мають цифрову форму. Тому їх перетворення до цього виду є обов'язковим, якщо передбачається використання цифрової обробки, передача або зберігання. Дане перетворення включає в себе дві процедури [6].

Перша полягає в заміні безперервного кадру дискретним і зазвичай називається ***дискретизацією***, а друга виконує заміну безперервної множини значень яскравості множиною квантованих значень і носить назву ***квантування***. При цифровому поданні кожному з квантованих значень яскравості ставиться у відповідність двійкове число, чим і досягається можливість введення зображення в ЕОМ.

***Дискретизація*** - це перетворення неперервного сигналу у послідовність чисел, тобто представлення цього сигналу за будь-яким кінцевовимірним базисом [6].

Найбільш зручним з точки зору організації обробки і природнім способом дискретизації є представлення сигналів у вигляді вибірки їх значень в окремі, регулярно розташовані точки. Такий спосіб називають ***раструванням***, а послідовність вузлів, в яких беруться значення - ***растром***. Інтервал, через який беруться значення безперервного сигналу називається ***кроком дискретизації***. Зворотня до кроку величина називається ***частотою дискретизації***.

Під час цифрової обробки зображень безперервний динамічний діапазон значень яскравості ділиться на ряд дискретних рівнів. Ця процедура називається ***квантуванням***. При цьому відбувається перетворення безперервної змінної  в дискретну змінну , приймаючу кінцеву множину значень . Ці значення називаються ***рівнями квантування*** [6].

## 1.2. Цифрове зображення та його обробка

При розгляді питань, пов'язаних з моделюванням і обробкою зображень, необхідно перш за все сформулювати визначення самого поняття «зображення». Найпростіше визначення цього терміну: зображення - це те, що ми бачимо. Інше визначення: зображення - це інформація, придатна для візуального сприйняття. Залежно від походження умовно можна виділити наступні типи зображень:

1. Намальоване або друковане;
2. Оптичне
3. Фотографічне (оптичне зображення, зареєстроване на фотоматеріалі в результаті хімічного процесу);
4. Електронне або цифрове (оптичне зображення, зареєстроване за допомогою електронного приймача, наприклад, сканера,). Електронним зазвичай називають зображення, що відображається на екрані монітора.

Вочевидь, що даний поділ умовний: зображення з одного типу відразу переходить в інший. Необхідно дати зображенню формалізоване визначення, яке дозволить описати цей об'єкт математично і маніпулювати ним для досягнення певних цілей. Ці маніпуляції прийнято називати «обробка зображення» [6].

Зображення можна визначити як двовимірну функцію , де  і  - координати в просторі (конкретно на площині) і значення  якої в будь-якій точці, що задається парою координат , називається *інтенсивністю* або рівнем сірого зображення в цій точці. Якщо величини ,  і  приймають кінцеве число дискретних значень, то мова йде про ***цифрове зображення***[3].

Як було описано вище, оптичне зображення з точки зору теорії сигналів є двовимірним безперервним сигналом. У такому вигляді воно не придатне для обробки в комп'ютерних системах, а, отже, має бути перетворено. Для цього виконуються операції дискретизації (по просторовим координатам) і квантування (за інтенсивністю). Отримане цифрове зображення являє собою масив дискретних значень. Пристрій, що виконує операції дискретизації і квантування, в теорії сигналів називають АЦП (аналого-цифровий перетворювач), а виконує зворотне перетворення - ЦАП (цифро-аналоговий перетворювач) [6].

Серед характеристик цифрових зображень слід виділити:

***Розмір:*** цей параметр може бути будь-яким, але часто вибирається виходячи з особливостей реєстрації зображення, особливостей подальшої обробки і т.п.

***Кількість кольорів (глибина кольору):*** точніше кількість біт, що відводиться для зберігання кольору, кратна ступеня 2. Зображення для зберігання інформації про кольори якого необхідно 1 біт називаються бінарним. Для зберігання на півтонових зображень використовується зазвичай 8 біт. Кольорові зображення зберігаються зазвичай з використанням 24 біт по 8 на кожен з трьох колірних каналів.

***Роздільна здатність:*** вимірюється зазвичай в dpi (кількість точок на дюйм). В процесі обробки роздільну здатність можна змінювати: на саме зображення це не вплине, але зміниться його відображення пристроєм візуалізації [6].

Цифровою обробкою зображень називається обробка цифрових зображень за допомогою цифрових обчислювальних машин (комп'ютерів).

Зір є найбільш досконалим з наших органів почуттів, тому не дивно, що зорові образи грають найважливішу роль в людському сприйнятті. Однак, на відміну від людей, здатних сприймати електромагнітне випромінювання лише у видимому діапазоні, машинна обробка зображень охоплює практично весь електромагнітний спектр від гамма-випромінювань до радіохвиль. Оброблювані зображення можуть породжуватися такими джерелами, які для людини незвично пов'язувати з зображеннями, що спостерігаються. Такі, наприклад, ультразвукові зображення, зображення, одержані в електронній мікроскопії або генеруються комп'ютером. Таким чином, цифрова обробка зображень охоплює широкі і різноманітні області використання [3].

Як область цифрової обробки сигналів, цифрова обробка зображень має багато переваг перед аналогової обробкою. Вона дозволяє застосовувати набагато більш широкий ряд алгоритмів до вхідних даних та уникати проблем, таких як шуми і спотворення в процесі обробки. Оскільки зображення визначаються як двомірні (або вище), цифрова обробка зображення може бути промодельована у вигляді багатовимірних систем.

Історія цифрової обробки зображень тісно пов'язана з розвитком цифрової обчислювальної техніки. Справді, для цифрових зображень потрібна велика пам'ять і обчислювальна потужність, що прогрес в області цифрової обробки зображень в значній мірі визначається розвитком комп'ютерів і допоміжних технологій для зберігання, відображення і передачі даних [3].

Перші комп'ютери з потужністю, достатньою для виконання завдань цифрової обробки зображень, з'явилися на початку 1960-х рр. Народження того, що ми сьогодні називаємо цифровою обробкою зображень, простежується з моменту виникнення таких машин і появи програм вивчення космосу. Паралельний прогрес в цих двох областях привів в дію потужний потенціал ідей цифрової обробки зображень.

З 1960-х рр. до теперішнього часу область застосування обробки зображень значно розширилася. Крім медичних і космічних програм, методи цифрової обробки зображень сьогодні використовуються в широкому колі областей. Комп'ютеризовані процедури застосовуються для полегшення сприйняття рентгенівських і інших зображень в промисловості, медицині та біології шляхом підвищення контрасту або колірного кодування різних рівнів інтенсивності (представлення зображень в псевдокольорах). Аналогічні методи застосовуються в географії для вивчення картини забруднень навколишнього середовища за даними аерофотозйомки і космічними знімками. Методи поліпшення і відновлення зображень застосовуються при обробці неякісних зображень втрачених об'єктів або тяжко відтворених експериментальних результатів. У фізиці та суміжних областях комп'ютерна обробка є звичайним способом поліпшення якості зображень, одержуваних в ході експериментів, як, наприклад, в електронній мікроскопії або фізики високотемпературної плазми. Аналогічні приклади успішного застосування технологій обробки зображень можна знайти в астрономії, біології, медичної радіології, промисловості, в оборонній та правоохоронній сфері [3].

## 1.3. Моделі зображень та їх лінійних спотворень

Більшість формуючих систем за першого наближення можна розглядати як лінійні і інваріантні до зсуву. Зображення, сформовані такими системами, зазнають лінійні трансляційно-інваріантні спотворення, які характеризуються тим, що механізм їх виникнення один і той же для всіх точок . Лінійні спотворення виявляються в ослабленні верхніх частот вихідного зображення. Візуально це призводить до погіршення його різкості. В процесі запису зображення спотворюються також шумами, присутніми в будь-якому реальному фізичному пристрої. У ряді практично важливих випадків шум можна вважати адитивним і незалежних від вихідного зображення [2].

Модель процесу спотворення передбачає дію деякого спотворюючого оператора H на вихідне зображення , який після додавання адитивного шуму дає спотворене зображення . Задача відновлення полягає в побудові деякого наближення  вихідного зображення до заданого (спотвореного) зображення , деякої інформації щодо спотворюючого оператора H і деякої інформації щодо адитивного шуму . Щоб наближення  було якомога ближче до вихідного зображення , ми повинні володіти якомога більшою інформацією про оператор Н та про функцію  [3].

### 1.3.1. Трансляційно-інваріантні спотворення

Якщо h - лінійний трансляційно-інваріантний оператор, то спотворене зображення може бути представлене у просторовій області у вигляді :



де h(x, у) – функція, що представляє собою спотворюючий оператор у просторовій області, а \* – використовується для позначення просторової згортки.

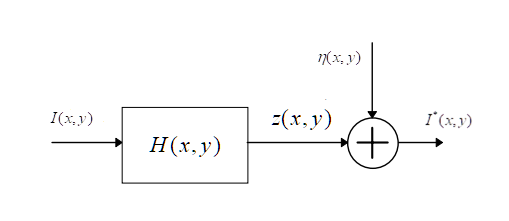


Рис.1.3.1.1. Лінійна модель трансляційно-інваріантного спотворення

Таким чином, значення функції яскравості  вихідного зображення в точці з координатами (x, у) «розмазується» відповідно до виду функції розсіювання точки  і спотворюється адитивним шумом [3].

Відомо, що згортка в просторовій області аналогічна добутку в частотній області, тому рівність, що задає модель може бути еквівалентним чином записана в частотної області:



Надалі будемо використовувати позначення .

Тимчасово покладемо, що , тому . Оператор Н називається ***лінійним***, якщо:



де a і b - будь-які скаляри, а  і - дві будь-які функції (два будь-яких зображення) [3].

Оператор, що діє за правилом , називається ***трансляційно-інваріантним*** (або просторово-інваріантним), якщо для будь-якої функції  і для будь-яких чисел α і β виконується рівність:



Відповідно до даного означення дія оператора в точці залежить лише від значення аргументу і не залежить від місця розташування цієї точки у просторі [3].

Запишемо функцію  в термінах безперервної імпульсної функції (δ-функції):



Знову тимчасово припустимо, що η (x, y) = 0. Тоді підстановка дає



Нехай H - лінійний оператор. Оскільки властивість адитивності поширюється на інтеграли, то



Використовуючи властивість однорідності і враховуючи, що  не залежить від x і y, одержуємо



Функція під знаком інтеграла в правій частині останньої рівності



називається ***імпульсним відгуком*** (імпульсною характеристикою) або ядром оператора H. Таким чином, функція h(x, α, y, β) являє собою результат дії (відгук) оператора H на δ-функцію, локалізовану в точці з координатами (x, y) . В оптиці, коли імпульс відповідає точці, що сяє, функцію h(x, α, y, β) зазвичай називають ***функцією розсіювання точки*** (ФРТ). Походження терміна пов'язане з тією обставиною, що будь-яка реальна оптична система до деякої міри розмиває (розсіює) сяючу точку, причому величина розсіювання визначається якістю оптичної системи [3].

Маємо рівняння:

(1)

яке називається ***інтегралом Фредгольма*** першого роду. В останньому виразі закладено фундаментальний результат, що лежить в основі теорії лінійних систем. Цей результат встановлює, що якщо відомий відгук системи на імпульсну функцію, то відгук системи на будь-яку функцію  може бути обчислений на основі цієї формули. Іншими словами, будь-яка лінійна система H повністю характеризується своїм імпульсним відгуком (ядром відповідного оператора).

Якщо оператор H є трансляційно-інваріантним, то з випливає, що



Вираз (1) в цьому випадку приймає вид

(2)

Цей вираз є ***інтегралом згортки***. Вираз показує, що, знаючи ядро ​​лінійного оператора, можна обчислити результат  його дії на будь-яку функцію . Цей результат просто являє собою згортку ядра з відповідною функцією [3].

За наявності адитивного шуму вираз, що визначає лінійну модель спотворень, набуває вигляду:

(3)

Якщо оператор H трансляційно-інваріантний, то записується у вигляді

(4)

Значення, що описують шум доданка , є випадковими величинами, які передбачаються незалежними від точки простору.

Отже, проведений розгляд демонструє, що вплив лінійної трансляційно-інваріантної спотворюючої системи з адитивним шумом може бути змодельований у просторовій області як згортка спотворюючої функції (ядра спотворюючого оператора) із зображенням і подальше додавання адитивного шуму. На основі теореми про згортку той самий вплив може бути виражено у частотної області як добуток Фур'є - перетворень зображення і спотворюючої функції з подальшим додаванням Фур'є перетворень шуму [3].

Лінійні трансляційно-інваріантні моделі можуть бути використані для наближеного опису багатьох типів спотворень. Перевага такого підходу полягає в тому, що величезна кількість використовуваних в лінійній теорії методів і засобів стають придатними для вирішення задач відновлення зображень. Хоча нелінійні і трансляційно-неінваріантні методи є більш загальними (і зазвичай більш точними), але їх використання часто призводить до непереборним або дуже важко вирішуваним чисельними методами проблем. Оскільки спотворення є результат згортки, то для відновлення необхідно знайти такий фільтр, застосування якого призводило б до зворотного процесу. Тому для позначення лінійного процесу відновлення часто використовується термін ***реконструкція*** (деконволюція) зображень. Аналогічно фільтри, які використовуються для відновлення, часто називаються реконструюють фільтрами [3].

### 1.3.2. Моделі шуму

Основні джерела шуму на цифровому зображенні - це сам процес його отримання, а також процес передачі. Робота сенсорів залежить від різних факторів, таких як зовнішні умови в процесі відеозйомки і якість сенсорів. Наприклад, в процесі отримання зображення за допомогою фотокамери основними факторами, що впливають на величину шуму, є рівень освітленості і температура сенсорів. В процесі передачі зображення можуть спотворюватися перешкодами, що виникають в каналах зв'язку. Наприклад, під час передачі зображення з використанням бездротового зв'язку воно може бути спотворено в результаті розряду блискавки або інших проявів в атмосфері [3].

Для подальшого розгляду важливими є параметри, що визначають просторові характеристики шуму, а також питання, чи корелює шум із зображенням. Під частотними характеристиками розуміються властивості спектра шуму в сенсі перетворення Фур'є. Наприклад, шум, спектр якого є постійною величиною, називається зазвичай ***білим шумом***. Походження цього терміна пов'язано з фізичними властивостями білого світла, який містить практично всі частоти видимого спектру в рівних пропорціях.

За винятком періодичного в просторі шуму, шум не залежить від просторових координат і не корелює із самим зображенням (тобто. між значеннями елементів зображення і значеннями шумової складової немає кореляції). Хоча в ряді випадків такі припущення щонайменше не цілком справедливі, труднощі, що виникають при розгляді просторово-залежного і корельованого шуму, лежать за межами нашого обговорення.

В рамках зроблених раніше припущень ми маємо справу з описом поведінки шуму в просторовій області, яка заснована на статистичних властивостях значень інтенсивності компоненти шуму в моделі. Ці значення яскравості можуть розглядатися як випадкові величини, які характеризуються функцією щільності розподілу ймовірностей [3].

**Гаусів шум**

Математична простота, характерна для роботи з моделями гаусового шуму (також званого ***нормальним шумом***) як в просторовій, так і в частотній області, зумовила широке поширення цих моделей на практиці. Насправді ця простота виявляється настільки привабливою, що найчастіше гаусові моделі використовуються навіть в тих ситуаціях, коли їх застосування виправдано в кращому випадку лише частково.

Функція щільності розподілу ймовірностей гаусової випадкової величини z задається виразом:



де z є значення яскравості,  – середнє значення випадкової величини z, σ - її середньоквадратичне відхилення. Квадрат середньоквадратичного відхилення σ2 називається ***дисперсією величини*** z [3].

**Шум Релея**

Функція щільності розподілу ймовірностей шуму Релея задається виразом:



Середнє і дисперсія для цього розподілу мають вигляд



**Шум Ерланга (гамма-шум)**

Функція щільності розподілу ймовірностей шуму Ерланга задається виразом:

(5)

де a> 0, b - ціле число більше нуля і символ «!» позначає факторіал. Середнє і дисперсія для цього розподілу мають вигляд:



Вираз (5) часто називають гамма-розподілом, хоча, строго кажучи, це назва відноситься до розподілу більш загального вигляду, коли b не є цілим, а в знаменнику стоїть гамма-функція Γ(b). Розглянутий окремий випадок правильніше називати розподілом Ерланга [3].

**Експоненційний шум**

Функція щільності розподілу ймовірностей експоненціального шуму задається виразом:



де a> 0. Середнє і дисперсія для цього розподілу мають вигляд:



Зауважимо, що цей розподіл є окремим випадком розподілу Ерланга коли b = 1.

**Рівномірний шум**

Функція щільності розподілу ймовірностей рівномірного шуму задається виразом:



Середнє значення для цього розподілу дорівнює , а дисперсія 

**Імпульсний шум**

Функція щільності розподілу ймовірностей (біполярного) імпульсного шуму задається виразом:



Якщо b > a, то піксель з яскравістю b виглядає як світла точка на зображенні. Піксель з яскравістю a виглядає, навпаки, як темна крапка. Якщо одне із значень ймовірності ( або ) дорівнює нулю, то імпульсний шум називається ***уніполярним***. Якщо жодна з ймовірностей не дорівнює нулю і особливо якщо вони приблизно рівні за величиною, імпульсний шум схожий на крупиці солі і перцю, випадково розсипані по зображенню. З цієї причини імпульсний шум називають також шумом типу «сіль і перець». Також для позначення цього типу шумів використовуються терміни шум випадіння і піковий шум [3].

Значення імпульсів шуму можуть бути як позитивні, так і негативні. При відцифруванні зображення зазвичай відбувається масштабування (і обмеження) значень яскравості. Оскільки величина пов'язаних з імпульсним шумом спотворень, як правило, велика в порівнянні з величиною корисного сигналу, імпульсний шум після відцифрування приймає екстремальні значення, що відповідає появі абсолютно чорних і білих точок на зображенні. Тому зазвичай передбачається, що значення a і b є «Інтенсивними» в тому сенсі, що вони рівні мінімальному і максимальному значенням, які в принципі можуть бути присутніми в відцифрованному зображенні. В результаті негативні імпульси виглядають як чорні точки на зображенні (перець). З тих же причин позитивні імпульси виглядають як білі крапки (сіль). Для 8-бітових зображень це зазвичай означає, що a = 0 (чорне) і b = 255 (біле).

Розглянуті розподіли в сукупності представляють собою набір засобів, які дозволяють моделювати спотворення, пов'язані з широким діапазоном шумів, що зустрічаються на практиці. Так наприклад, гаусів шум виникає на зображенні в результаті впливу таких факторів, як шум в електронних ланцюгах, а шум сенсорів - через нестачу освітлення і / або високої температури. Розподіл Рейлі корисний при моделюванні шуму, який виникає на знімках, знятих з великої відстані. Експоненціальний і гамма-розподіл відповідають шуму на зображеннях, отриманих з використанням лазерів. З імпульсним шумом ми стикаємося в ситуаціях, коли під час відцифрування зображення через перешкоди в мережі живлення виникають перехідні процеси, що призводять до появи екстремальних значень. Рівномірний розподіл, мабуть, в найменшій мірі підходить для опису явищ, що зустрічаються на практиці. Однак цей розподіл дуже корисний як основа для створення різних генераторів випадкових чисел [3].

### 1.3.3. Спотворення зображення в наслідок змазу

Змазами називатимемо такий тип спотворення, який виникає внаслідок динамічних змін об’єктів уваги чи фону під час експонування кадру.

Відомі методи усунення змазів ґрунтуються на математичній моделі змазу, що основана на природі й особливостях спотворення та описує зміни, що відбуваються із кольорами точок зображення при змазі. Розглядаючи тут поняття змазу, маємо на увазі глобальне спотворення, а не локальне, яке є його складнішою формою [7].

Хоч існує декілька достатньо ефективних алгоритмів реконструкції зображень, спотворених змазом, не існує способу відтворити таке зображення з нульовими втратами інформативності. Величина цих втрат є мірою ефективності алгоритму реконструкції.

Для того, щоб зрозуміти причину цих втрат, насамперед потрібно перевірити правильність вибраної моделі змазу зображення. Типово ця перевірка повинна здійснюватись процедурою моделювання змазу на неспотвореному зображенні. Для цього зображення штучно спотворюється деяким рухом (переміщенням) з наперед відомими параметрами (траєкторією та рівномірністю). Надалі за наперед визначеною метрикою проводиться порівняння із зображенням, спотвореним природно – під час експонування рухомого об’єкта пристроєм зі світлочутливою матрицею [7].

Сутність змазу, подібно до спотворення від розфокусування оптичної системи, полягає в тому, що інформація про колір кожної точки перерозподіляється по усьому зображенню за деяким законом. Різниця між різними видами спотворень полягає саме у законі, за яким відбувається цей перерозподіл. Цей закон визначається функцією розсіювання точки.

У загальному випадку значення функції інтенсивності у точці зони змазу отримує деякий приріст кольору. Зокрема, у разі горизонтального змазу на один піксель, внаслідок спотворення, значення кожного пікселя додається зі значенням порпереднього за координатою (лівого) пікселя та ділиться на два: . Ця формула випливає з таких міркувань: оскільки лівий піксель насувається під час руху на заданий, то за час експонування обидва значення рівномірно встигли відтворитись у цій позиції [7].

В результаті отримуємо нове спотворене зображення:



Це є моделлю утворення ідеального спотворення.

Наведений вище аналіз змазу стосувався загального випадку, тобто без огляду на його тип. Класифікація передбачає існування глобального (повного) та локального (часткового) змазів. Останній є складнішим випадком за перший тип змазу. Тому зупинимось детальніше на моделі утворення саме локального змазу, тобто на такому змазі, який охоплює не усе зображення, а лише його частину. При цьому решта зображення лишається неспотвореним.

На відміну від повного змазу, який утворюється під час руху камери і за нерухомого фону, частковий має різні механізми утворення. Відповідно до цього треба було б розглядати різні моделі спотворень [7].

Існує декілька типів локальних змазів. Зокрема такий тип, який утворюється, коли нерухома камера, що експонує кадр, в якому, своєю чергою, наявний об’єкт, що в цей момент швидко рухається відносно власного фону.

Схема утворення такої розмитої ділянки є такою. У момент  затвор закривається. За цей проміжок часу рухомий об’єкт перемістився на деяку відстань, яку, враховуючи дискретну природу цифрової фотографії, можна оцінити скінченною кількістю пікселів m. Це дає можливість проміжок часу  розділити на m рівних відрізків. Протягом кожного з цих відрізків часу кожен піксель рухомого об’єкта залишав відбиток власного значення функції інтенсивності в іншій точці зображення, накладаючи власне значення функції інтенсивності на той, який існував у цій точці позиції раніше. У результаті значення функції інтенсивності у внутрішніх пікселах об’єкта накладаються на значення інших пікселів цього ж об’єкта і виникає класична задача деконволюції.

На краях зони розмиття ситуація є дещо іншою. Краї можна визначити як область вздовж периметра об’єкта по обидві сторони в напрямку руху шириною m точок (буферна зона). У цій зоні відбувається змішування значень функції інтенсивності рухомого об’єкта зі значеннями функції інтенсивності пікселів нерухомого фону. Оскільки час експонування дискретизовано на m періодів, то можна вважати, що за одиницю часу  значення функції інтенсивності кожної точки буферної зони формується за рахунок -ї частини значення кольору рухомого об’єкта та (1-)-ї частини решти значення, яке, своєю чергою, утворюється в результаті адитивного накладання у тій самій пропорції значень функції інтенсивності, що належать об’єкту та фону, над яким цей об’єкт рухався.

Для граничного піксела об’єкта значення функції інтенсивності визначатиметься за описаним співвідношенням. Для наступного піксела об’єкта його значення функції інтенсивності *с*(*xi*, *yi*) визначатиметься як результат скалярного добутку векторів  і F*i* = (*f*(*xi*, *yi*), *f*(*xi*-1, *yi*), *f*ф(*xi*, *yi*)):



де *f*ф(*xi*, *yi*), *f*(*xi*, *yi*), *f*(*xi*-1, *yi*) – значення функції інтенсивності відповідно фону, у заданому та у граничному пікселах. За подібною схемою визначатимуться значення функції інтенсивності у кожній точці буферної зони. Останній піксел буферної зони матиме значення функції інтенсивності, яке лише на величину  складатиметься зі значення кольору фону [7].

Описаний підхід формування значень функції інтенсивності у пікселах буферної зони ***називатимемо операцією зважування значень функції інтенсивності***, а сам вектор **v** – ***оператором зважування***. Треба зазначити, що вказані вище параметри оператора **v** можливі лише за умови рівномірного руху. У випадку нерівномірного руху ці параметри будуть іншими і формуватимуться за правилом: що менший час піксел об’єкта перебував в заданій позиції, то меншою буде його частка значення функції інтенсивності в результуючому значенні.

Проте закономірність, отримана для випадку рівномірного руху, зберігатиметься і для *j*-го піксела буферної зони і може бути записана так:



де *j* є [0; *m*]; *hi* – *i*-те ненульове значення дискретної функції розсіяння точки *h*; *bj* – значення функції інтенсивності фону в цій точці; *fj* – інтегральне значення функції інтенсивності у пікселах рухомого об’єкта, які перебували в заданій позиції під час руху об’єкта.

Інакше кажучи, конфігурація та розмірність матриці ФРТ залежать від швидкості, рівномірності, траєкторії руху та від часу експонування кадру. Розміщення ненульових елементів матриці ФРТ повторює траєкторію руху об’єкта за той час, поки світлочутлива матриця експонувала заданий кадр. Значення елементів матриці пропорційні до швидкості руху об’єкта у проміжок часу від *tn* до *tn+1*, який дорівнює 1/*m* часу експонування кадру, де *m* – кількість ненульових елементів матриці. Відповідно, за рівномірного руху ненульові елементи матриці будуть приблизно рівними між собою, а при прямолінійному вибудуваними в лінію. Строгий горизонтальний рух породжує вектор рядок, а строго вертикальний – вектор-стовпець.

Звідси можна зробити висновок, що досліджувана буферна зона повторює конфігурацію ФРТ: якщо ФРТ є вектор-стовпцем розмірністю 5 елементів, то буферна зона матиме ширину 5 точок строго зверху та знизу зображення рухомого предмета.

# 2. МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ВІДНОВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ

Основним завданням обробки зображень є усунення дефектів, зменшення впливу спотворень і шумів, перетворення даних у зручний вигляд для спостереження людиною-оператором.

З появою такої задачі, як спотворення зображень, виникла проблема їх відновлення. Задача відновлення спотвореного зображення не є простою і включає у себе два основні підходи для її вирішення:

– методи обробки в просторовій області (просторові методи), засновані на прямому маніпулюванні пікселями зображення;

– методи обробки в частотній області (частотні методи), засновані на модифікації (фільтрації) сигналу, який формується шляхом застосування до зображення перетворення Фур’є.

Просторова обробка застосовується, коли єдиним джерелом викривлень є адитивний шум. Частотна фільтрація може використовуватися для нечітких зображень з дефектами освітлення, вона також враховує і шум, тому частотна обробка є найбільш універсальним і поширеним методом поліпшення якості цифрового зображення.

## 2.1. Методи обробки зображень у частотній області

Суть цього методу полягає у поданні зображення, як двовимірної функції f (x, y), де х і y - координати у просторі (конкретно, на площині). Значення f в будь-якій точці, заданої парою координат (х, у), називається ***інтенсивністю***, або рівнем сірого в цій точці.

Загальновідомим є твердження, що будь-яка функція, яка періодично повторює свої значення, може бути представлена у вигляді суми синусів і косинусів різних частот, помножених на деякі коефіцієнти. Таке уявлення функції називається представленням у вигляді ряду Фур'є. Коли функція не є періодичною, а площа під її графіком є кінцевою, то це - перетворення Фур'є.

Функція, задана як рядом, так і перетворенням Фур'є, може бути повністю без втрати інформації відновлена за допомогою алгоритму перетворення. Ця властивість є надзвичайно важливою, оскільки дозволяє працювати в «Фур'є-просторі», а потім повернутися в початкову область визначення функції без втрати будь-якої інформації [1].

На рис. 1 а) зображена складна функція, яка є сумою чотирьох синусоїд і косинусоїд рис. 1 б).

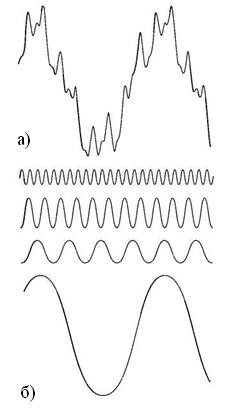


Рис. 2.1.1. «Розпад функції на складові: а) функція; б) її складові»

Оскільки цифрові зображення описуються двомірними дискретними функціями, то розглянемо дискретне перетворення Фур'є (ДПФ) саме для таких функцій [1].

Нехай f(x, y), при х = 0, 1, 2..., М-1 і y = 0,1,2..., N-1, позначає зображення М×N. Двомірне дискретне перетворення Фур'є зображення f (x, y), яке відбивається у F(u, ν), задається рівнянням:



де u = 0, 1, 2 ..., М - 1 і ν = 0, 1, 2 ..., N - 1; M і N - парні числа.

Координатна система, що задає аргументи F(u, ν) частотними змінними u і ν, називається ***частотною областю***. В даному випадку можна виявити аналогію із завданням аргументів f(х, у) просторовими змінними х і y. Прямокутну область розміру М×N при u = 0, 1, 2 ..., М - 1 і ν = 0, 1, 2 ..., N - 1, прийнято називати ***частотним прямокутником***. Він має ті ж розміри, що і початкове зображення.

Навіть якщо зображення f(x, y) дійсне, його перетворення Фур'є є, як правило, комплексним. Основний метод візуального аналізу цього перетворення полягає в обчисленні його спектру (тобто абсолютної величини F(u, ν)) і його відображення на дисплеї. Нехай R(u, ν) і I(u, ν) позначають дійсну і уявну компоненти (u, ν), тоді спектр Фур'є задається виразом:



Кожен елемент Фур'є-образу F(u, v) містить всі відліки функції f(x, y), помножені на значення експоненційних членів, тому зазвичай неможливо встановити пряму відповідність між характерними деталями зображення і його образом. Однак, деякі загальні твердження щодо взаємозв'язку частотних складових Фур'є-образу і просторових характеристик зображення можуть бути зроблені. Наприклад, оскільки частота прямо пов'язана зі швидкістю зміни сигналу, то зрозуміло, що частоти в перетвореннях Фур'є пов'язані з варіацією яскравості на зображенні. Найбільш повільно змінна (постійна) частотна складова (u = ν = 0) збігається з середньою яскравістю зображення. Низькі частоти, відповідні точкам поблизу початку координат Фур'є перетворення, відповідають повільно змінним компонентам зображення. На зображенні кімнати, наприклад, вони можуть відповідати плавним змінам яскравості стін і підлоги. У міру віддалення від початку координат вищі частоти починають відповідати все більшим змінам яскравості деталей зображення і їх граней [1].

Процедура алгоритму фільтрації в частотній області проста і складається з таких кроків [1]:

*Крок 1.* Початкове зображення множиться на . Це робиться для того, щоб Фур’є-перетворення виявилося центрованим, тобто початок координат для образу функції буде знаходитися у центрі частотного прямокутника у точці (M / 2; N / 2) :



*Крок 2.* Обчислюється пряме дискретне перетворення Фур’є F(u, v) зображення, отримане після кроку 1.

*Крок 3.* Функція F(u, v) множиться на деяку функцію фільтру H(u, v).

*Крок 4.* Обчислюється зворотне дискретне перетворення Фур’є від результату кроку 3.

*Крок 5.* Виділяється потрібна частка результату кроку 4.

*Крок 6.* Результат кроку 5 множиться на 

Причина, за якою множник H(u, v) називається фільтром (часто вживається також термін передавальна функція фільтра), полягає в тому, що він пригнічує деякі «зайві» частоти перетворення, залишаючи при цьому інші майже без зміни. Питання знаходження передавальної функції фільтра і є ключовим, оскільки воно визначає метод фільтрації і вказує, які саме частоти будуть фільтруватися [4].

Нехай f (x, y) позначає початкове зображення після кроку 1, а F(u, v) – його Фур’є-образ. Тоді Фур’є-образ вихідного зображення визначається виразом:



Множення функцій двох змінних Н і F здійснюється поелементно. Фільтроване зображення отримують шляхом обчислення зворотного Фур’є-перетворення від Фур’є-образу F(u, v), обчислюючи за формулою:

Покращене зображення = 

Шукане зображення отримаємо виділенням дійсної частини з останнього результату і множенням на , щоб компенсувати ефект від множення вхідного зображення на ту саму величину.

Недоліком і предметом досліджень усіх методів фільтрації в частотній області є неможливість створення ідеального фільтра, який відкидав би всі «зайві» частоти, відновлюючи при цьому якість зображення початкового зображення.

## 2.2. Методи обробки зображень у просторовій області

Методи, засновані на перетворенні Фур'є, є найбільш природніми і потужними способами для вирішення поставленої задачі. У цьому методі виконується перехід від функції  до її Фур'є образу  і відповідно від  до Фур'є образу , де  - повернені на кут координати у Фур'є-площині.

Одним з основних властивостей перетворення Фур'є є його лінійність, з чого випливає, що якщо початкова функція повертається на кут θ, то відповідно перетворення Фур'є теж повертається на кут θ. Даний метод ґрунтується на теоремі о проекціях і перетинах, яка полягає в тому, що Фур'є-образ шуканої функції в точках Фур'є-площини, що лежать на прямій, є одновимірний Фур'є-образ відповідної проекції. Це так звана теорема о проекціях і перетинах [8].



Теорема дозволяє обчислити Фур'є-образ функції у всіх точках Фур'є площині. Обчислюючи Фур'є-образ проекції при різних θ, а потім за формулою зворотного перетворення Фур'є відновити саму функцію.



При переході в полярні координати можна отримати еквівалентну формулу, на якій побудований ряд конкретних обчислювальних алгоритмів.



Перевагою даного методу є можливість аналітично оцінити детальність одержуваного зображення, а також порівняно невеликий обсяг обчислень.

Основний недолік даного методу полягає в його нестійкості до перешкод.

Клас ітераційних методів використовує послідовні наближення, при яких спочатку обирається довільне зображення і розраховуються для нього проекції. Далі в зображення вводяться поправки для поліпшення узгодження цих проекцій. Проводиться необхідна кількість ітерацій для отримання задовільної збіжності [8].

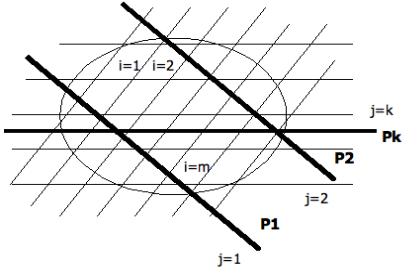


Рис. 2.1.1. Розбиття перетину на однорідні ділянки

Алгебраїчні методи відновлення полягають у тому, що перетин об'єкта розбивається на M ділянок, в кожній з яких значення функції f(x, y) наближено приймається постійним (рис. 2.1.1.), можна звести інтегральне рівняння  до системи алгебраїчних рівнянь виду:



Тут  - один з елементів проекції,  - шукане значення функції в i-му елементі перетину,  - геометричний коефіцієнт - довжина шляху j-го променя спостереження в i-му елементі перетину.  утворюють матрицю коефіцієнтів системи.

При великому числі елементів M перетину рішення системи є нестійким по відношенню до погрішностей вимірювання  та навіть до погрішностей обчислень. Такі системи, як правило, вирішують методом послідовних наближень або c використанням прийомів статистичної регуляризації [8].

Ітераційні алгоритми мають наступні істотні переваги:

• при їх побудові не потрібно визначати зворотний оператор;

• досить просто синтезуються нелінійні ітераційні алгоритми, що враховують апріорну інформацію про зображення, що відновлюється;

• при реалізації цих методів можлива робота в інтерактивному режимі, що дозволяє зробити компромісний вибір між якістю відновлення і часом обробки.

Однак загальним недоліком ітераційних алгоритмів є їх низька обчислювальна ефективність, обумовлена ітеративним характером обчислень. Проте, ряд ітераційних алгоритмів знаходить своє застосування. На жаль, відсутні формальні підходи, що дозволяють визначити доцільність використання саме ітераційних алгоритмів. Питання про те, коли їх слід використовувати і скільки ітерацій необхідно виконати, вирішуються в кожному конкретному випадку виходячи з практичного досвіду [8].

# ВИСНОВКИ

Серед розглянутих вище методів, найменш використовуваним методом є Фур’є метод, за рахунок великих втрат даних (при інтерполяції їх з полярних координат в декартові), а також трудомістких зворотних перетворень Фур'є.

Ітераційні методи більш трудомісткі за рахунок множини ітерацій, однак вони дозволяють отримати більш якісні зображення при малому числі знімків, ніж аналітичні методи. Також ітераційні методи можна оптимізувати, що збільшить швидкість відновлення. Гідність цих методів полягає в тому, що при обробці в інтерактивному режимі можна зробити вибір між якістю відновлення і часом обробки. Ітераційні методи більш легкі в реалізації, ніж аналітичні методи, за рахунок того, що в останніх присутні Фур’є перетворення.

Недоліком і предметом досліджень усіх методів фільтрації в частотній області є неможливість створення ідеального фільтра, який відкидав би всі «Зайві» частоти, відновлюючи при цьому якість зображення.

# СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. <https://trudy.vntu.edu.ua/index.php/trudy/article/view/250/250>
2. <https://scask.ru/a_book_kir.php>
3. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений.
4. http://eprints.kname.edu.ua/45649/1/2017/BE.pdf
5. http://www.dslib.net/sys-analiz/rekonstrukcija-izobrazhenij-v-otsutstvujuwih-ili-povrezhdjonnyh-oblastjah-na-osnove.html
6. <http://aco.ifmo.ru/upload/publications/book_image_proc.pdf>
7. Пелешко Д., Клювак А., Ковальчук А., Ізонін І., Голубінська М. Модель утворення локальних спотворень зображення.
8. Гаевская Е., Стиренко С. Методы обработки изображений, полученных методом фазового контраста.