Диффузия замедляющихся нейтронов.

В предыдущих разделах рассмотрены процессы замедления и диффузии в отрыве друг от друга. При рассмотрении процесса замедления не учитывался факт пространственного перемещения, а при изучении диффузии нейтронов не учитывался их факт пространственного перемещения, а при изучении диффузии нейтронов пренебрегалось изменениями энергии нейтронов при рассеянии на ядрах среды. В действительности эти процессы происходят одновременно: нейтроны сталкиваясь с ядрами среды перемещаются в пространстве и изменяют свою энергию. Поэтому при вычислении распределения плотности потока нейтронов в ядерном реакторе нельзя разделять процессы замедления и диффузии. Наиболее простой математической моделью, позволяющей описать диффузию замедляющихся нейтронов является модель непрерывного замедления.

Основное положение этой модели заключаетмя в том, что дискретный процесс потери энергии нейтроном, при замедлении аппроскимируется непрерывной зависимостью (см. рис 1)

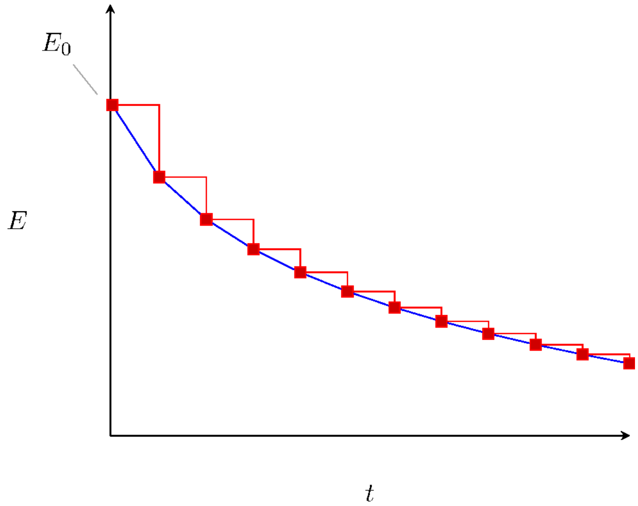

Рис. 1

Найдем функциональную связь между временем и энергией при непрерывном торможении нейтрона. Пусть нейтрон при своем замедлени проходит энергетический интервал *dE*, около энергии *E* за время *dt*. Нейтрон снижает свою энергию за счет того, что за время dt сталкивается с ядрами среды.

Число таких столкновений при диффузии нейтрона легко определяется из соотношений

, где *v* - скорость нейтрона (1)

$$\frac{v}{l_s}dt$$

соответствующая энергия *E*.

С другой стороны, число столкновений, которое необходимо претерпеть нейтрону, чтобы изменить свою энергию на величину *dE*, есть отношение приращения логарифма энергии на этом интервале к величине ξ - средней потере логарифма энергии на одно столкновение. Приравняем эти величины и ваполняя простые преобразования, получим:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{v}{l_s}\xi E = \xi \sum\nolimits_s vE \qquad (2)$$

Знак (–) в этом выражении взят с целью описать факт уменьшения энергии нейтрона со временем.

Обратимся теперь к следующей задаче: в бесконечной непоглощающей среде находится точечный источник, испускающий нейтроны с энергией E_0. Если источник испускает в единицу времени какую-то порцию нейтронов, то эти нейтроны будут распределяться по все возрастающему объему. Поэтому число нетронов в *1см³* около точки с координатой r, будет зависеть от хронологического времени *t*, т.е. $\mathrm{n}_1 = \mathrm{n}(\mathrm{r}, t)$.

Изменение плотности нейтронов $\mathrm{n}_1(\mathrm{r}, t)$ при отсутствии поглощения происходит только за счет диффузии, поэтому:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = Dv\Delta n_1 \tag{3}$$

Уравнение (3) описывает изменение плотности нейтронов, за счет того, что источник испустил порцию нейтронов, равную мощности источники, то есть, по сути дела, уравнения (3) описывает скорость изменения числа нейтронов, т.е. $\mathrm{n}_1(\vec{\mathrm{r}}_1, t)\,\frac{\mathrm{dn}}{\mathrm{dt}}$. Учтем, что переменные *t* и *E* связанны соотношением (1). Поскольку форма дифференциала *dn* не зависит от того, что рассматривать в качемтве переменной, имеем

$$dn = \frac{dn}{dt}dt \quad \text{или} \quad dn = \frac{dn}{dE}dE \tag{4}$$

откуда

$$\frac{dn}{dt}dt = \frac{dn}{dE}dE \tag{5}$$

Обозначим $\frac{dn}{dE} = \mathrm{n}_2(\vec{\mathrm{r}}_1, E)$, тогда будем иметь

$$n_1(r, t)dt = n_2(r, E)dE \tag{6}$$

откуда

$$n_1(\vec{r}, t) = n_2(\vec{r}, E)\frac{dE}{dt} = n_2(\vec{r}, E)v\xi E\sum\nolimits_s \tag{7}$$

или

$$n_1(r,t) = \Phi(r,E)\xi\sum\nolimits_s \qquad (8)$$

$\frac{dn}{dE}$ - есть число нейтронов в ед. объема, приходящихся на единичный энергетический интервал, т.е. $\varphi(\mathrm{r},E)$.

Величина $q(\mathrm{r},E) = \xi\Sigma\mathrm{E}\varphi(\mathrm{r},E)$ носит название плотности замедления и имеет смысл числа нейтронов в *1см*[3] пересекающих в ед. времени значение энергии *E*.

Действительно, величина ξ есть среднее изменение логорифма энергии в одном акте рассеяния

$$\xi = \overline{\Delta\ln E} \approx \overline{(\ln E)'_E\,\Delta E} = \frac{1}{E}\Delta E \text{, откуда } \overline{\Delta E = \xi E} \qquad (9)$$

$\overline{\Delta E}$ - потеря энергии нейтроном в одном акте рассеяния. Если интервал $\overline{\Delta E}$ расположен между *E* и $E+\overline{\Delta E}$, то каждое рассеяние приводит к снижению энергии нейтрона за значение *E*.

Число нейтронов претерпевших рассеяние в интервале $\left[E, E+\overline{\Delta E}\right]$, есть произведение числа нейтронов рассеяных в единичном интервале энергий $\varphi(E)\Sigma_s$ на величину $\overline{\Delta E}$. Все эти нейтроны снижают свою энергию за значение *E*, следовательно

$$q(r,t) = \varphi(E)\sum\nolimits_s \overline{\Delta E} = \sum\nolimits_s \varphi(E)E \qquad (10)$$

Так как $\frac{\partial n_1}{\partial t} = \frac{\partial n_1}{\partial E}\frac{\partial E}{\partial t}$, и $n_1 = q(\mathrm{r},E)$, получим из уравнения (3) относительно плотности нейтронов, уравнение (23) относительно плотности замедления

$$D\Delta q(\vec{r},t) = -\xi E\sum\nolimits_s \frac{\partial q(r,E)}{\partial E} \qquad (11)$$

Уравнение (23) можно еще упростить, если ввести новую независимую переменную

$$\tau(E) = \int_E^{E_0} \frac{DdE}{\sum_s \xi E} \tag{22}$$

Очевидно, что $\frac{\partial q}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial E} = \frac{\partial q}{\partial E}$; откуда

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} = \frac{\partial \tau}{\partial E}\frac{1}{\frac{\partial \tau}{\partial E}}, \text{ но } \frac{\partial \tau}{\partial E} = -\frac{D}{\sum_s \xi E} \tag{23}$$

т.е.

$$\frac{\partial q}{\partial \tau} = -\frac{\sum_s \xi E}{D}\frac{\partial q}{\partial E}$$

Тогда уравнение (23) запишется в следующем виде

$$\Delta q(\vec{r}, t) = \frac{\partial q(r,\tau)}{\partial \tau} \tag{24}$$

Уравнение (24) описывает распределение в пространстве $\vec{r}$ и в пространстве τ плотности замедления $q(r,\tau)$.

Величина τ - носит специальное название - "возраст нейтрона" и имеет размерность [см^2]. Само уравнение (24) является уравнением теплопроводности. Решение этого уравнения для точечного источника в бесконечной среде имеет вид:

$$q(\vec{r}, t) = \frac{Q}{(4\pi\tau)^{3/2}}\exp\left(-\frac{r^3}{4\tau}\right) \tag{25}$$

На рис. 2 показан качественный вид решения (25) в зависимости от координаты при различных значениях параметра τ.

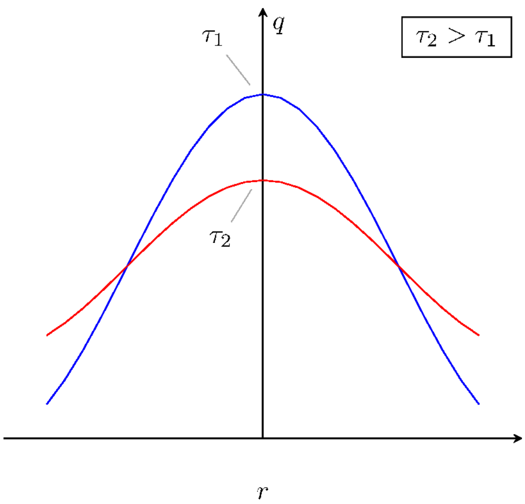

Рис. 2

Если τ мало, то это означает, что энергия нейтронов достаточно близка к энергии нейтронов источника и кривая $q(r,\tau)$ становится более выровненным. Важным случаем является тот, когда

$$\tau = \int_E^{E_0} \frac{DdE}{\xi \sum_s E} = \tau_\tau$$

где E_T - энергия тепловых нейтронов. В этом случае $q(r,\tau_T)$ - дает распределение источников тепловых нейтронов около точечного источника быстрых нейтронов. Физический смысл понятия возраста нейтронов τ заключается в том, что возраст нейтронов τ(*E*) есть величина пропорциональная среднему квадрату смещения нейтронов от точки их рождения до точки, где их энергия равна величине *E*. Действительно, средний квадрат смещения нейтрона до достижения возраста τ есть

$$\overrightarrow{r_\tau^2} = frac\int_0^\infty r^2 q(r,\tau)4\pi r^2 dr \int_0^\infty q(r,\tau)\pi r^2 dr = \frac{1}{Q}\frac{Q4\pi}{4\pi\tau^{3/2}}\int_0^\infty r^4 e^{-\frac{r^2}{t\tau}} dr = 6\tau \qquad (16)$$

При получении этого результата $r^2 = 6\tau$ учтено, что $\int_0^\infty q(r,\tau)4\pi r^2 dr$, т.е. число нейтронов замедляющихся до возраста τ в ед. времени во всем объеме рассматриваемой среды равно мощности источника *Q*. Поскольку возраст нейтронов $\tau(E_T)$ пропорционален смещению нейтрона от точки рождения (в качестве быстрого нейтрона) до точки замедления до тепловой энергии E_T, а квадрат длины диффузии L^2 пропорционален смещению от точки рождения теплового нейтрона до точки поглощения, то величина $M^2 = \tau + L^2$ - пропорциональна среднему смещению нейтрона от точки его рождения как быстрого нейтрона до точки его поглощения как теплового нейтрона (см.рис. 10). Величина M^2 называется площадью миграции нейтрона.

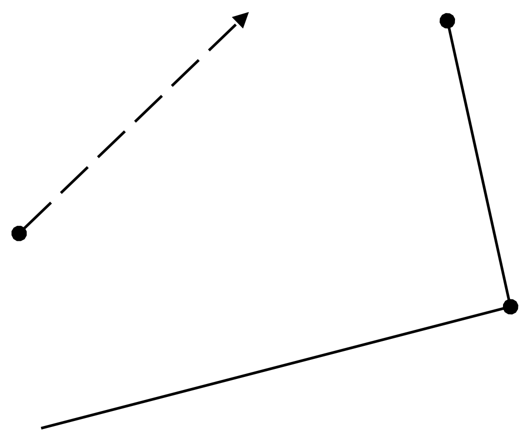

Рис. 10

1 - точка, где родился быстрый нейтрон
2 - точка, где быстрый нейтрон, замедлился до тепловой энергии и стал тепловым (точка рождения теплового нейтрона)
3 - точка поглощения теплового нейтрона

Важными характеристиками являются время диффузии и время замедления нейтронов до тепловой энергии. При нормальных условаиях в качестве тепловой энергии нейтрона E_T принимается величина $E_T = 0{,}025$эВ, что соответствует скорости нейтронов $v_T = 2200$м/сек.

Среднее время диффузии нейтрона до поглощения определяется из выражения

$$t_T = \frac{l_U}{v_T} = \frac{1}{\Sigma_u v_T} \qquad (27)$$

Σ_u - макроскопическое сечение поглощения среды

Среднее время замедления нейтрона от энергии E_0 до энергии E_T определяется с помощью выражения (20)

$$t_{зам} = \int_0^{t_{зам}} dt = \int_{E_T}^{E_0} - \frac{dE}{\xi\Sigma_s vE} = \int_{E_T}^{E_0} - \frac{dE}{\xi\Sigma\sqrt{2}E^{3/2}} = \frac{1}{\sqrt{2}\xi\Sigma_s}\left[-\frac{1}{\left(\frac{3}{2}-1\right)E^{3/2-1}} \right]\Bigg|_{E_T}^{E_0} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}\xi\Sigma_s \frac{1}{2}}\left(-\frac{1}{\sqrt{E}}\right)\Bigg|_{E_T}^{E_0} = \frac{2}{\xi\Sigma_s}\left(-\frac{1}{v}\right)\Bigg|_{v_T}^{v_0} = \frac{2}{\xi\Sigma_s}\left(\frac{1}{v}\right)\Bigg|_{v_T}^{v_0} = \frac{2}{\xi\Sigma_s}\left(\frac{1}{v_T} - \frac{1}{v_0}\right)$$

Если в качестве E_0 принять среднюю энергию нейтронов деления, т.е. $E_0 \approx 2$ МэВ, то $V_0 >> V_T$ и предыдущее выражение еще более упростится

$$t_{зам} \cong \frac{2}{\xi\Sigma_u v_T} \qquad (28)$$

В таблице Ошибка: источник перекрёстной ссылки не найден представлены значения параметров диффузии и замедления для различного вида замедлений.

Замедлитель	Плотность IO^3 $кг/м^2$	L^2 см^2	τ см^2	t_T мс	$t_{зам}$ мкс
H_2O	1.00	7.4	27	0.21	6.7
D_2O	1.10	25600	120	138	48
Be	1.84	441	96	3.7	59
BeO	2.96	641	105	6.2	76
C^{II}	1.60	2916	350	15.2	149

Таблица 1: Параметры диффузии и замедления

Из таблицы видно, премя пребывания нейтрона в тепловой области примерно на два порядка больше, чем время замедления. Это приводит к тому, что число тепловых нейтронов в замедлителе во столько же раз больше числа замедляющихся нейтронов, т.е. нейтроны "накапливаются" в тепловой области. В ядерных реакторах с графитовым замедлителем среднее время жизни нейтрона $10^{-3}c$, а в ядерных реакторах с графитовым замедлителем $10^{-4} c$. В ядерных реакторах на быстрых нейтронах, где замедления практически нет, среднее время жизни нейтрона $10^{-7} c$.

Математическое моделирование процесса диффузии замедляющихся нейтронов от точечного источника в бесконечной непоглащающей среде.

Входной информацией являются массовые числа ядер, входящих в состав рассматриваемой среды и соответствующие макроконстанты рассеяния. Например, если среда состоит из углерода, то задается *A*=12, Σ_S^C;

Если же среда состоит из ядер двух сортов, например H_2O, то задаются *A*=1; Σ_S^H; *B*=16; Σ_S^O. Задается также энергия нейтронов источника E_0 [МэВ]; Задается координата источника нейтронов $X_M = 0$; $Y_M = 0$; $Z_M = 0$.

Алгоритм моделирования

1. Разыгрывается длинна свободного пробега нейтрона до столкновения с ядром среды

$$l_1 = \frac{1}{\Sigma_{tr}} \ln \gamma$$, где

γ - равномерно распределенная на отрезке [0,1] случайная величина. Если среда многокомпонентна, то $\Sigma_{tr} = \sum_i^n \Sigma_{tr_i}$, например, для H_2O.

2. Разыгрываются направляющие косинусы движения нейтрона от изотропного источника

$$\omega_z = 1 - 2\gamma; \quad \omega_x = \sqrt{1 - \omega_z^2} \cos(2\pi\gamma); \quad \omega_y = \sqrt{1 - \omega_z^2} \sin(2\pi\gamma)$$

3. Рассчитывается точка, где нейтрон столкнулся с ядром:

$$X_K = X_M + \omega_x l; \quad Y_K = Y_M + \omega_y l; \quad Z_K = Z_M + \omega_z l;$$

$$r_K = \sqrt{X_K^2 + Y_K^2 + Z_K^2}$$

Если среда двухкомпонентная, то определяется с какого сорта ядром столкнулся нейтрон. Для этого разыгрывается γ из [0,1] и если $\gamma < \frac{\Sigma_{S_1}}{\Sigma_S}$, то нейтрон столкнулся с ядром под условным номером 1, если $\gamma > \frac{\Sigma_{S_1}}{\Sigma_S}$, то нейтрон столкнулся с ядром под условным номером 2. Например: для макросечение рассеяния состоит из двух слогаемых

$$\Sigma_S^{H_2O} = 2\sigma_S^H N_H + \sigma_S^{O_2} N^{O_2}$$

Тогда, если $\gamma < \frac{\Sigma_{S_1}}{\Sigma_S^{H_2O}}$, то нейтрон столкнулся с ядром водорода, в противном случае $\gamma > \frac{\Sigma_{S_1}}{\Sigma_S^{H_2O}}$ - нейтрон столкнулся с ядром кислорода.

4. После того, как определен атомный номер ядра, с которым столкнулся нейтрон (пусть этот номер А), разыгрывается случайная величина γ из интервала [0,1]

1. $\cos Q = 1 - 2\gamma = \omega_z$; $\omega_x = \sqrt{1-\omega_z^2}\cos(2\pi\gamma)$; $\omega_y = \sqrt{1-\omega_z^2}\sin(2\pi\gamma)$; $l_S = -\frac{\ln\gamma}{\Sigma_{tr}}$

2. $\varepsilon = \frac{(A-1)^2}{(A+1)^2}$

3. $E_1 = \frac{E_0}{2}\left[(1+\varepsilon) + (1+\varepsilon)\cos\theta\right]$

Таким образом, определятся энергия нейтрона после столкновения E_1, направляющие косинусы движения нейтрона после рассеяния ω_x, ω_y, ω_z, а значит и координаты следующего столкновения.

5. Если $E_1 \geq E_T$, то возврат к п.4 в котором следует положить $E_0 = E_1$, если $E < E_T$, то разыгрывается новый нейтрон источника, т.е. программа должна идти на п.1.

Выходная информация

Выходной информацией являются для каждого из *M* рассмотренных нейтронов источника следующиемассивы: координаты точек столкновения нейтрона с ядрами среды и энергия нейтрона после столкновения. В результате обработки этих массивов информации можно получить экспериментальные значения возраста нейтронов в зависимости от энергии и распределения плотности замедления. Действительно, так как возраст нейтронов энергии *E* связан со средним квадратом смещения нейтрона соотношением $\tau(E) = \frac{1}{6}\bar{r}^2(E)$, то достаточно определить средний квадрат смещения нейтронов от источника до точки замедления до энергии *E*. Зафиксируем некоторое заданное значение энергии нейтрона *E* и для каждого из *M* рассмотренных нейтронов источника определим координаты точки рассеяния, в результате которого энергия нейтрона станет меньше, чем *E*. Пусть координаты этой точки для *i*-ого нейтрона будут (x_i, y_i, z_i). Тогда средний квадрат смещения нейтрона до замедления его до энергии *E* будет приблеженно определяться выражением

$$\bar{r}^2 = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}(x_i^2 + y_i^2 + z_i^2)$$

Задавая различные значения величины *E*, можно получить зависимость возраста от энергии

$$\tau(E) = \frac{1}{6}\bar{r}^2(E)$$

При $E = E_T$ возраст нейтрона τ характеризует смещение нейтрона от точки его рождения до точки превращения замедляющегося нейтрона в тепловой.

Экспериментальное распределение плотности замедления по пространству при различных значениях возраста нейтронов можно получить следующим образом. Зададимся обастью изменения координаты r в сферической геометрии ($r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$). Пусть эта величина будет равна R. Разобьем радиус вектор R на K частей, тогда $R_i = i\frac{R}{k} = i\Delta R$. Введем в рассмотрение объем пространства, заключенного между двумя соседними сферами

$$V_i = \frac{4}{3}\pi\left(R_{i+1}^3 - R_i^3\right), i = 0,...,k$$

Зададимся величиной энергии E и номером i, используя информацию о координатах столкновения нейтронов с ядрами среды и об их энергии, определим, как и прежде, координаты точки рассеяния, в результате которого энергия нейтрона станет меньше, чем E. Пусть эта точка характеризуется радиусом $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

Определим радиусы этих точек для всех M, рассмотренных нейтронов источника. Далее вычислим относительную долю нейтронов из M рассмотренных координаты которых, попали в пространство V_i, т.е. определим величину

$$\widetilde{q}(R_i) = \frac{n_i}{M}\frac{1}{V_i}$$

Где $n_i(E)$ - число нейтронов из M рассмотренных, величина радиуса смещения которых оказалась в пределах объема Величина $\widetilde{q}$ будет пропорциональна плотности замедления.

Подготовка к данному разделу лабороторной работы

1. Изучить теоретический материал.
2. Для заданного вариантом состава среды рассчитать Σ_{tr}, *D*, ξ. В заданном энергетическом диапозоне $E_0 \div E_T$, построить зависимость $\tau(E)$.
3. Построить для заданных свойств зависимости $q(r,E)$ и $q(r,\tau)$ в случае точечного источника в бесконечной непоглощающей среде.
4. Для заданного варианта состава среды определить время замедления от энергии E_0 до тепловой энергии и время диффузии.
5. Нарисовать блок схему алгоритма модели.
6. Разработать план исследования процесса замедления при диффузии.

Подготовка к сдаче данного раздела лабораторной работы

1. По данным распечаткам построить для двух из рассмотренных M судеб нейтронов зависимость $E(r^2)$, где $r^2 = x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$

2. Получить зависимость экспериментального значения возраста нейтронов от числа рассмотренных судеб нейтронов. Сравнить с теоретическими значениями возраста.

3. Построить зависимость возраста от энергии по данным численного эксперимента.

4. Построить экспериментальную зависимость $\tilde{q}(r,\tau)$ и сравнить с аналитической зависимостью.

Основные результаты, полученные при выполнении всех разделов лабороторной работы излагаются в заключении.

При сдаче лабораторной работы необходимо правильно отвечать на следующие <u>контрольные вопросы</u>:

1. На основании каких физических законов сохраниения, получены выражения для описания акта рассеяния нейтрона на ядре?
2. Какой элемент эффективнее всего замедляет нейтроны?
3. Какая величина используется для характеристики качества замедлителя?
4. В какой системе координат рассеяние нейтронов практически считается сфериеским - симметричным?
5. Какой физический смысл Σ_{tr}?
6. Что такое летаргия нейтрона? Как с помощью летаргии определить среднее число столкновений нейтронов?
7. От чего зависит средняя логарифмическая потеря энергии нейтронов при замедлении?
8. Из каких соображений можно получить спектр замедляющихся нейтронов в поглащающей среде?
9. Что такое "спектр Ферми"? Почему с уменьшением энергии нейтронов $\phi(E)$ растет?
10. Понятие плотности замедления. Как связана плотность замедления со спектром нейтронов?
11. Какие основные параметры процесса диффузии нейтронов и какой их физический смысл?
12. Смысл величины L^2?
13. Какова качественная зависимость от температуры среды?
14. Смысл членов уравнения диффузии нейтронов в среде. Как они зависят от параметров среды?
15. Условия однозначности для уравнения диффузии.
16. Уравнение возраста. Смысл членов уравнения.
17. Понятие возраста нейтронов в среде. От каких физических свойств среды зависит величина возраста нейтронов?
18. Что такое площадь миграции?
19. Каковы характерн
ые величины време диффузии и замедления в воде, тяжелой воде и графите?

<u>Литература</u>

1. Лекции по курсу "Математические модели физических систем".
2. Климов А.Н. Ядерная физика и ядерные реакторы, М., Энергоатомиздат, 1985, с. 167-195.
3. Бартоломей Г.Г. и др. Основы теории и методы расчета ядерных энергетических реакторов. М., Энергоиздат, 1982, с. 81-159