Диффузия замедляющихся нейтронов.

К01-22М: Петровская А.В., Бодунков Д.В., Таракчян Л.С., Минаков А.О.

20 ноября 2015 г.

В предыдущих разделах рассмотрены процессы замедления и диффузии в отрыве друг от друга. При рассмотрении процесса замедления не учитывался факт пространственного перемещения, а при изучении диффузии нейтронов не учитывался их факт пространственного перемещения, а при изучении диффузии нейтронов пренебрегалось изменениями энергии нейтронов при рассеянии на ядрах среды. В действительности эти процессы происходят одновременно: нейтроны сталкиваясь с ядрами среды перемещаются в пространстве и изменяют свою энергию. Поэтому при вычислении распределения плотности потока нейтронов в ядерном реакторе нельзя разделять процессы замедления и диффузии. Наиболее простой математической моделью, позволяющей описать диффузию замедляющихся нейтронов является модель непрерывного замедления.
Основное положение этой модели заключаетмя в том, что дискретный процесс потери энергии нейтроном, при замедлении аппроскимируется непрерывной зависимостью (см. рис)
Найдем функциональную связь между временем и энергией при непрерывном торможении нейтрона. Пусть нейтрон при своем замедлени проходит энергетический интервал dE, около энергии E за время dt. Нейтрон снижает свою энергию за счет того, что за время dt сталкивается с ядрами среды.
Число таких столкновений при диффузии нейтрона легко определяется из соотношений

$$\frac{V}{l_s}dt, \text{ где } V \text{ - скорость нейтрона} \tag{1}$$

соответствующая энергия E.
С другой стороны, число столкновений, которое необходимо претерпеть нейтрону, чтобы изменить свою энергию на величину dE, есть отношение приращения логарифма энергии на этом интервале к величине ξ - средней потере логарифма энергии на одно столкновение. Приравняем эти величины и ваполняя простые преобразования, получим:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{V}{l_s}\xi E = \xi \Sigma_s V E \tag{2}$$

Знак $(-)$ в этом выражении взят с целью описать факт уменьшения энергии нейтрона со временем.
Обратимся теперь к следующей задаче: в бесконечной непоглощающей среде находится точечный источник, испускающий нейтроны с энергией E_o. Если источник испускает в единицу времени какую-то порцию нейтронов, то эти нейтроны будут распределяться по все возрастающему объему. Поэтому число нетронов в I см^3 около точки с координатой $\overrightarrow{r}$, будет зависеть от хронологического времени t, т.е. $n_1 = n_1(\overrightarrow{r}, t)$.
Изменение плотности нейтронов $n_1(\overrightarrow{r}, t)$ при отсутствии поглощения происходит только за счет диффузии, поэтому:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} = DV_{\Delta} n_1 \tag{3}$$

Уравнение (3) описывает изменение плотности нейтронов, за счет того, что источник испустил порцию нейтронов, равную мощности источники, то есть, по сути дела, уравнения (3) описывает скорость изменения числа нейтронов, т.е. $n_1(\overrightarrow{r}, t) = \frac{dn}{dt}$. Учтем, что переменные t и E связанны соотношением (1). Поскольку форма дифференциала dn не зависит от того, что рассматривать в качемтве переменной, имеем

$$dn = \frac{dn}{dt}dt \qquad \text{или} \qquad dn = \frac{dn}{dE}dE \tag{4}$$

откуда

$$\frac{dn}{dt}dt = \frac{dn}{dE}dE \tag{5}$$

Обозначим $\frac{dn}{dE} = n_2(\overrightarrow{r}, E)$, тогда будем иметь

$$n_1(\overrightarrow{r}, t)dt = n_2(\overrightarrow{r}, E)dE \tag{6}$$

откуда

$$n_1(\overrightarrow{r},t) = n_2(\overrightarrow{r},E)\frac{dE}{dt} = n_2(\overrightarrow{r},E)V\xi E\Sigma_s \tag{7}$$

или

$$n_1(\overrightarrow{r},t) = \varPhi(\overrightarrow{r},E)\xi\Sigma_s E \tag{8}$$

$\frac{dn}{dE}$ - есть число нейтронов в ед. объема, приходящихся на единичный энергетический интервал, т.е. $\varphi(\overrightarrow{r},E)$.
Величина $q(\overrightarrow{r},\overrightarrow{E}) = \xi\Sigma_s E\varphi(\overrightarrow{r},E)$ носит название плотности замедления и имеет смысл числа нейтронов в I см^3 пересекающих в ед. времени значение энергии E.
Действительно, величина ξ есть среднее изменение логорифма энергии в одном акте рассеяния

$$\xi = \overline{{}_\Delta lnE} \approx \overline{(lnE)'_E{}_\Delta E} = \overline{\frac{1}{E}{}_\Delta E}, \text{ откуда } \overline{{}_\Delta E} = \xi E \tag{9}$$

$\overline{{}_\Delta E}$ - потеря энергии нейтроном в одном акте рассеяния. Если интервал $\overline{{}_\Delta E}$ расположен между E и $E+\overline{{}_\Delta E}$, то каждое рассеяние приводит к снижению энергии нейтрона за значение E.
Число нейтронов претерпевших рассеяние в интервале $[E, E+\overline{{}_\Delta E}]$, есть произведение числа нейтронов рассеяных в единичном интервале энергий $\varphi(E)\Sigma_s$ на величину $\overline{{}_\Delta E}$. Все эти нейтроны снижают свою энергию за значение E, следовательно

$$q(\overrightarrow{r},E) = \varphi(E)\Sigma_s\overline{{}_\Delta E} = \Sigma_s\varphi(E)E \tag{10}$$

Так как $\frac{\partial n_1}{\partial E} = \frac{\partial n_1}{\partial E}\frac{\partial E}{\partial t}$, и $n_1 = q(\overrightarrow{r},E)$, получим из уравнения (3) относительно плотности нейтронов, уравнение (23) относительно плотности замедления

$$D_\Delta q(\overrightarrow{r},E) = -\xi E\Sigma_s\frac{\partial q(\overrightarrow{r},E)}{\partial E} \tag{11}$$

Уравнение (23) можно еще упростить, если ввести новую независимую переменную

$$\tau(E) = \int_E^{E_0}\frac{D}{\Sigma_s}\frac{dE}{\xi E}$$

$$\text{Очевидно, что } \frac{\partial q}{\partial\tau}\frac{\partial\tau}{\partial E} = \frac{\partial q}{\partial E}; \text{ откуда} \tag{12}$$

$$\frac{\partial q}{\partial\tau} = \frac{\partial q}{\partial E}\frac{1}{\frac{\partial\tau}{\partial E}} \text{ , но } \frac{\partial\tau}{\partial E} = -\frac{D}{\Sigma_s\xi E} \tag{13}$$

$$\text{т.е. } \frac{\partial q}{\partial\tau} = -\frac{\xi\Sigma_s E}{D}\frac{\partial q}{\partial E}$$

Тогда уравнение (23) запишется в следующем виде

$$_\Delta q(\overrightarrow{r},\tau) = \frac{\partial q(\overrightarrow{r},\tau)}{\partial\tau} \tag{24}$$

Уравнение (24) описывает распределение в пространстве $\overrightarrow{r}$ и в пространстве τ плотности замедления $q(\overrightarrow{r},\tau)$. Величина τ - носит специальное название - "возраст нейтрона"и имеет размерность [см^2]. Само уравнение (24) является уравнением теплопроводности. Решение этого уравнения для точечного источника в бесконечной среде имеет вид:

$$q(\overrightarrow{r},\tau) = \frac{Q}{(4\pi\tau)^{3/2}}\exp\left(-\frac{r^3}{4\tau}\right) \tag{25}$$

На рис. 9 показан качественный вид решения (25) в зависимости от координаты при различных значениях параметра τ. Если τ мало, то это означает, что энергия нейтронов достаточно близка к энергии нейтронов источника E_0 и кривая $q(r,\tau)$ становится более выровненным. Важным случаем является тот, когда

$$\tau = \int_{E_t}^{E_0}\frac{D}{\xi\Sigma_s}\frac{dE}{E} = \tau_\tau$$

где E_T - энергия тепловых нейтронов. В этом случае $q(r,\tau_\tau)$ - дает распределение источников тепловых нейтронов около точечного источника быстрых нейтронов. Физический смысл понятия возраста нейтронов τ заключается в том, что возраст нейтронов $\tau(E)$ есть величина пропорциональная среднему квадрату смещения нейтронов от точки их рождения до точки, где их энергия равна величине E. Действительно, средний квадрат смещения нейтрона до достижения возраста τ есть

$$\overrightarrow{r}^2_\tau = frac\int_0^\infty r^2 q(r,\tau)4\pi r^2 dr \int_0^\infty q(r,\tau)\pi r^2 dr = \frac{1}{Q}\frac{Q4\pi}{4\pi\tau^{3/2}}\int_0^\infty r^4 e^{-\frac{r^2}{t\tau}}dr = 6\tau \quad (14)$$

При получении этого результата $\overrightarrow{r}^2 = 6\tau$ учтено, что $\int_0^\infty q(r,\tau)4\pi r^2 dr$, т.е. число нейтронов замедляющихся до возраста τ в ед. времени во всем объеме рассматриваемой среды равно мощности источника Q. Поскольку возраст нейтронов $\tau(E_T)$ пропорционален смещению нейтрона от точки рождения (в качестве быстрого нейтрона) до точки замедления до тепловой энергии E_T, а квадрат длины диффузии L^2 пропорционален смещению от точки рождения теплового нейтрона до точки поглощения, то величина $M^2 = \tau + L^2$ - пропорциональна среднему смещению нейтрона от точки его рождения как быстрого нейтрона до точки его поглощения как теплового нейтрона (см.рис. 10). Величина M^2 называется площадью миграции нейтрона.
1 - точка, где родился быстрый нейтрон
2 - точка, где быстрый нейтрон, замедлился до тепловой энергии и стал тепловым (точка рождения теплового нейтрона)
3 - точка поглощения теплового нейтрона
Важными характеристиками являются время диффузии и время замедления нейтронов до тепловой энергии. При нормальных условаиях в качестве тепловой энергии нейтрона E_T принимается величина $E_T = 0,025$эВ, что соответствует скорости нейтронов $V_T = 2200\frac{\text{м}}{\text{сек}}$.
Среднее время диффузии нейтрона до поглощения определяется из выражения

$$t_T = \frac{l_U}{V_T} = \frac{1}{\Sigma_u V_T} \quad (27)$$

Σ_u - макроскопическое сечение поглощения среды
Среднее время замедления нейтрона от энергии E_0 до энергии E_T определяется с помощью выражения (20)

$$t_{\text{зам}} = \int_0^{t_{\text{зам}}} dt = \int_{E_T}^{E_0} -\frac{dE}{\xi\Sigma_s VE} = \int_{E_T}^{E_0} -\frac{dE}{\xi\Sigma TODO E^{3/2}} = \frac{1}{TODO\xi\Sigma_s \oint}$$

Если в качестве E_0 принять среднюю энергию нейтронов деления, т.е. $E_0 TODO 2$Мэв, то $V_0 TODO V_T$ и предыдущее выражение еще более упростится

$$t_{\text{зам}} TODO \frac{2}{\xi\Sigma_s V_T} \quad (28)$$

В таблице TODO представлены значения параметров диффузии и замедления для различного вида замедлений TODO Таблица1 Из таблицы видно, премя пребывания нейтрона в тепловой области примерно на два порядка больше, чем время замедления. Это приводит к тому, что число тепловых нейтронов в замедлителе во столько же раз больше числа замедляющихся нейтронов, т.е. нейтроны "накапливаются"в тепловой области. В ядерных реакторах с графитовым замедлителем среднее время жизни нейтрона 10^{-3}с, а в ядерных реакторах с графитовым замедлителем 10^{-4}с. В ядерных реакторах на быстрых нейтронах, где замедления практически нет, среднее время жизни нейтрона 10^{-4}с. TODO Математическое моделирование процесса диффузии замедляющихся нейтронов от точечного источника в бесконечной непоглащающей среде.
Входной информацией являются массовые числа ядер, входящих в состав рассматриваемой среды и соответствующие макроконстанты рассеяния. Например, если среда состоит из углерода, то задается $A = 12$, Σ_s^c; Если же среда состоит из ядер двух сортов, например H_2O, то задаются $A = 1$; Σ_S^H; $B = 16$; $Sigma_S^O$. Задается также энергия нейтронов источника E_0[МэВ; Задается координата источника нейтронов $X_M = 0$; $Y_M = 0$;$Z_M = 0$. TODO Алгоритм моделирования 1. Разыгрывается длинна свободного пробега нейтрона до столкновения с ядром среды

$$l_1 = \frac{1}{\Sigma_{tr}}\ln\gamma, \text{ где}$$

γ - равномерно распределенная на отрезке $[0,1]$ случайная величина. Если среда многокомпонентна, то $\Sigma_{tr} = \sum_i^n \Sigma_{tr_i}$, например, для H_2O
2. Разыгрываются направляющие косинусы движения нейтрона от изотропного источника

$$\omega_z = 1 - 2\gamma; \qquad \omega_x = TODOSQRT1 - \omega_z^2\cos(2\pi\gamma); \qquad \omega_y = TODOSQRT1 - \omega_z^2\sin(2\pi\gamma)$$

3. Рассчитывается точка, где нейтрон столкнулся с ядром:

$$X_K = X_M + \omega_x l; \qquad Y_K = Y_M + \omega_y l; \qquad Z_K = Z_M + \omega_z l; \qquad r_K = TODOSQRT X_K^2 + Y_K^2 + Z_K^2$$

Если среда двухкомпонентная, то определяется с какого сорта ядром столкнулся нейтрон. Для этого разыгрывается γ из $[0,1]$ и если $\gamma < \frac{\Sigma_S 1}{\Sigma_S}$, то нейтрон столкнулся с ядром под условным номером 1, если $\gamma > \frac{\Sigma_S 1}{\Sigma_S}$, то нейтрон столкнулся с ядром под условным номером 2. Например: для H_2O макросечение рассеяния состоит из двух слогаемых

$$\Sigma_s^{H_2O} =$$