Математическое моделирование

Лабораторная работа №4

Данилова Анастасия Сергеевна

Содержание

1 Цель работы

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора с помощью языков: Julia и Modelica

2 Задание

Вариант 15

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев 1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

`$\ddot{x}+7.5x=0\\$`

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы `$\ddot{x}+5\dot{x}+7x=0\\$`

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы `$\ddot{x}+4\dot{x}+2x=5sin(t)\\$`

На интервале t [0;40] (шаг 0.05) с начальными условиями: $x_0 = 0, y_0 = -1$

3 Теоретическое введение

Техника и окружающий мир являются примерами того, что существуют такие процессы, которые повторяются через определенные промежутки времени, то есть периодически. Их называют **колебательными**.

Действия внутренних сил системы после выведения из равновесия порождают свободные колебания, простейшим видом колебаний являются **гармонические колебания**.

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\dot{x}+2\gamma\dot{x}+\omega_{0}^2x=0\\$$

x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), γ – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), ω_0 – собственная частота колебаний, t – время. (Обозначения $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}, \dot{x} = \frac{dx}{dt}$)

Независимые переменные x, y определяют пространство, в котором «движется» решение. Это фазовое пространство системы, поскольку оно двумерно будем называть его фазовой плоскостью.

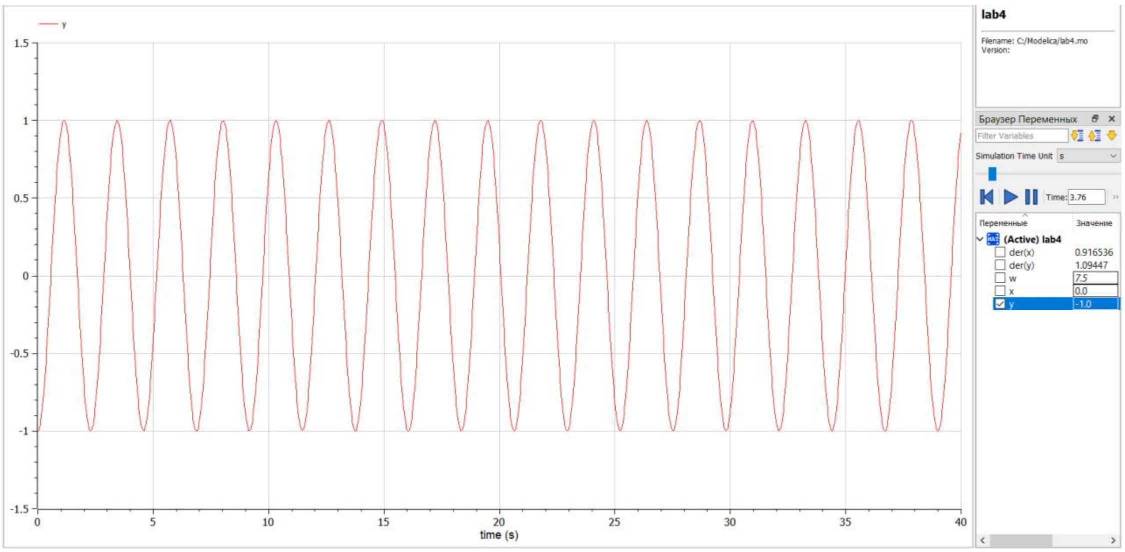
4 Выполнение лабораторной работы

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

   $\ddot{x}+7.5x=0\\$

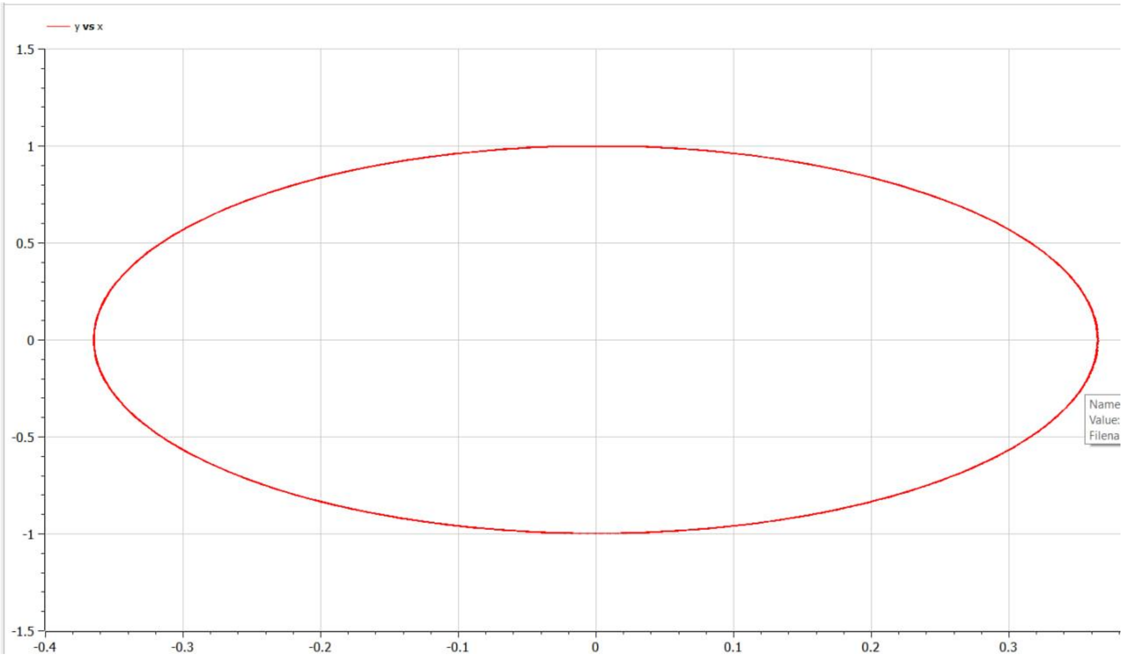
```
model lab4
  parameter Real w=7.5;
  Real x(start=0);
  Real y(start=-1);

  equation
    der(x) = y;
    der(y) = -w*x;

   annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 40, Interval = 0.05));
end lab4;
```

Код OM 1 случай



Результат

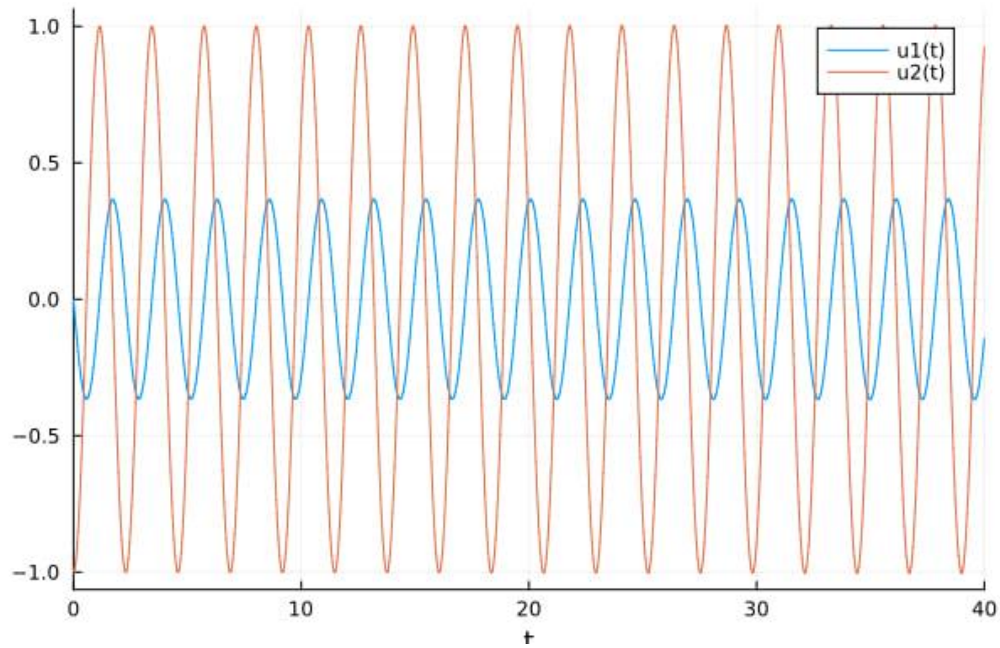
Julia 1 случай



Фазовый портрет

```
using DifferentialEquations
using Plots

const x = 0
const y = -1

function res1(du,u,p,t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -7.5u[1]
end

condition(u,t,integrator) = 50
cb = ContinuousCallback(condition,terminate!)
u0 = [x, y]
tspan = (0.0,40.0)

prob = ODEProblem(res1,u0,tspan, callback = cb)
sol = solve(prob)
plt1 = plot(sol)
```

Julia 1 случай

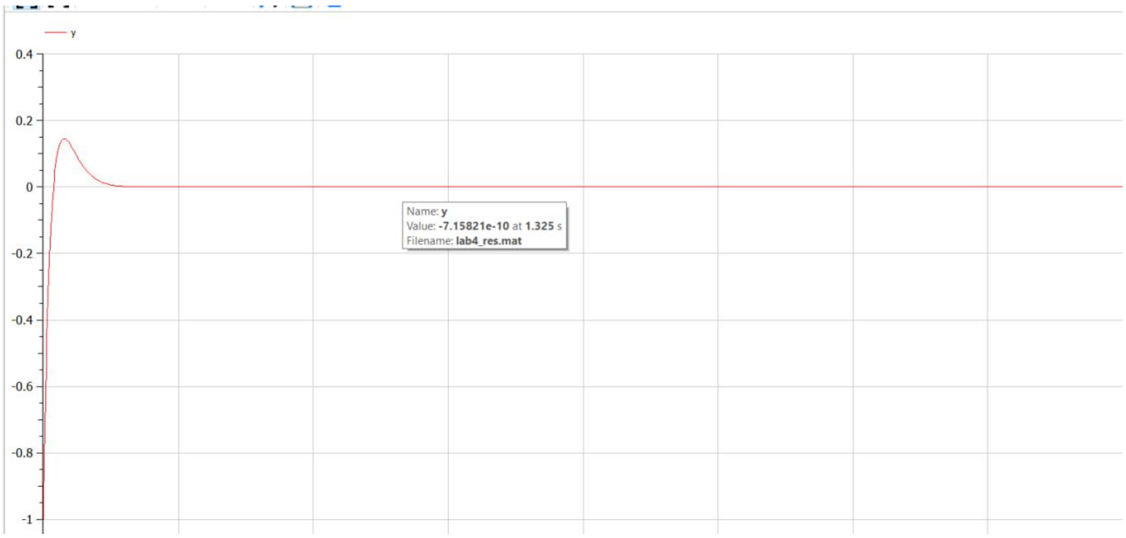


Результат

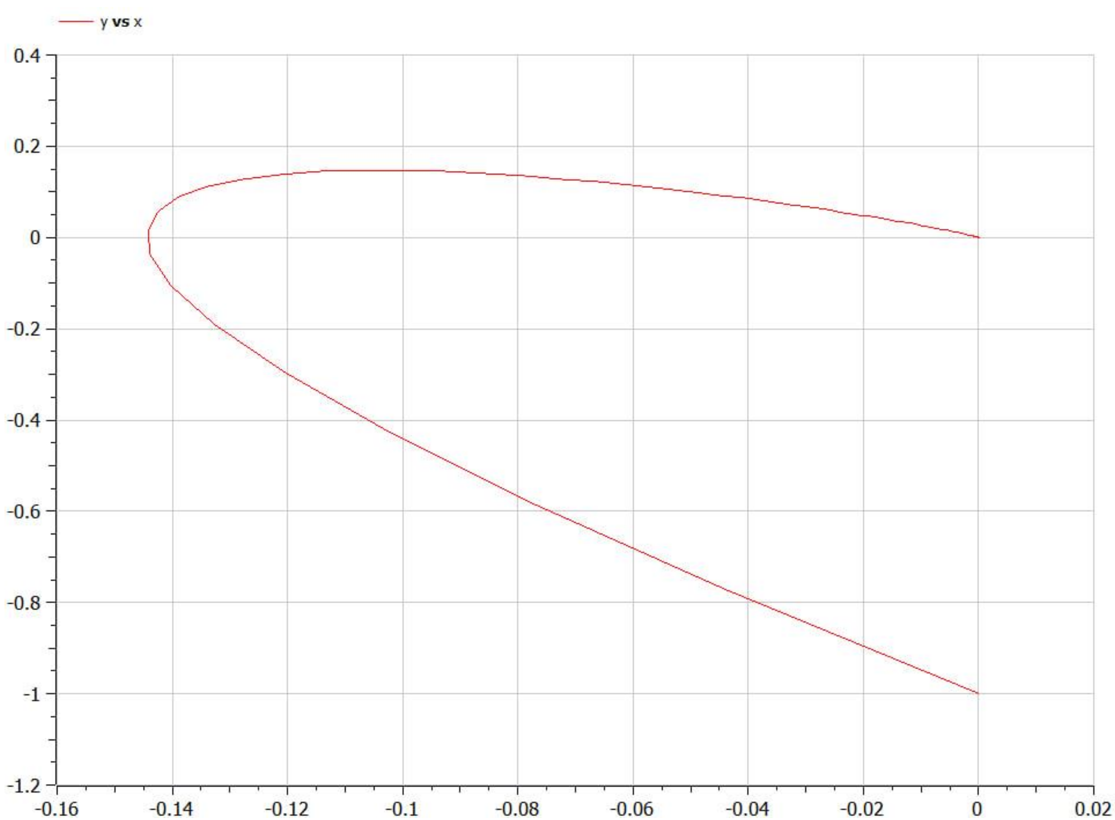
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x}+5\dot{x}+7x=0\\$

```
model lab4
  parameter Real g=5;
  parameter Real w=7;

  Real x(start=0);
  Real y(start=-1);

  equation
    der(x) = y;
    der(y) = -g*y-w*x;

   annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 40, Interval = 0.05));
end lab4;
```

2 случай OM



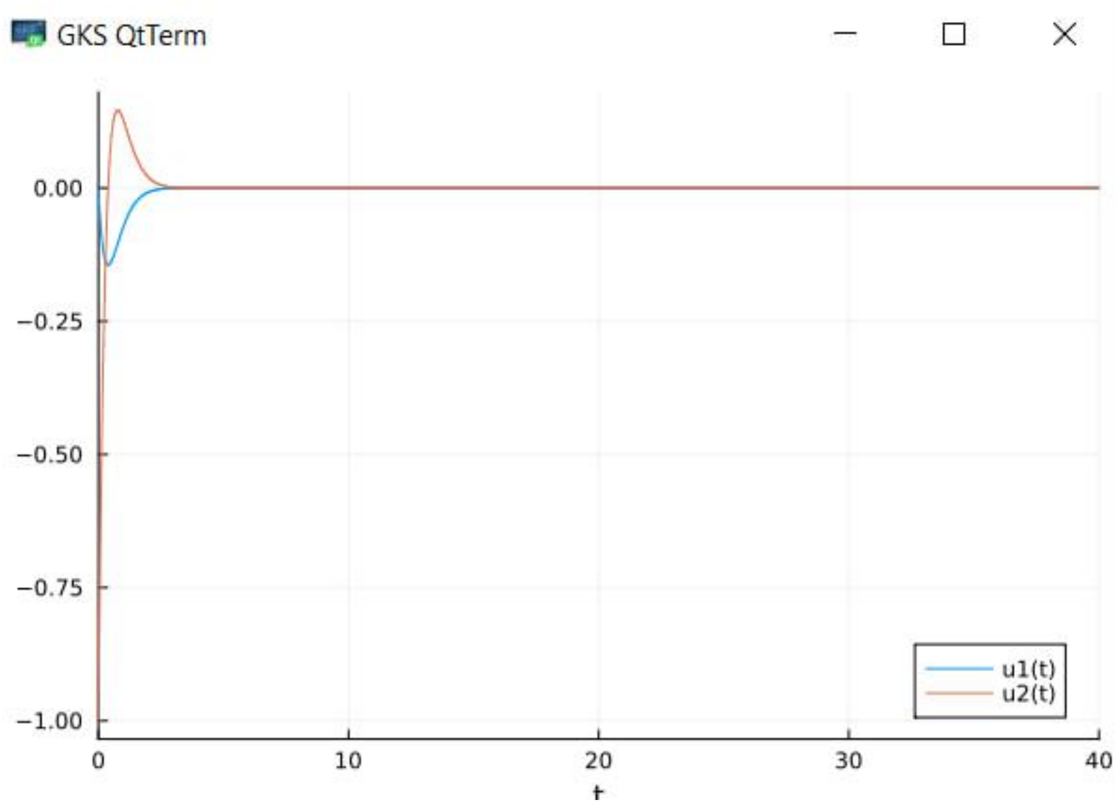
Результат



Фазовый портрет

```julia
using DifferentialEquations
using Plots

const x = 0
const y = -1

function res1(du,u,p,t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -5u[2]-7u[1]
end

condition(u,t,integrator) = 50
cb = ContinuousCallback(condition,terminate!)
u0 = [x, y]
tspan = (0.0,40.0)

prob = ODEProblem(res1,u0,tspan, callback = cb)
sol = solve(prob)
plt1 = plot(sol)
```

Julia 2 случай

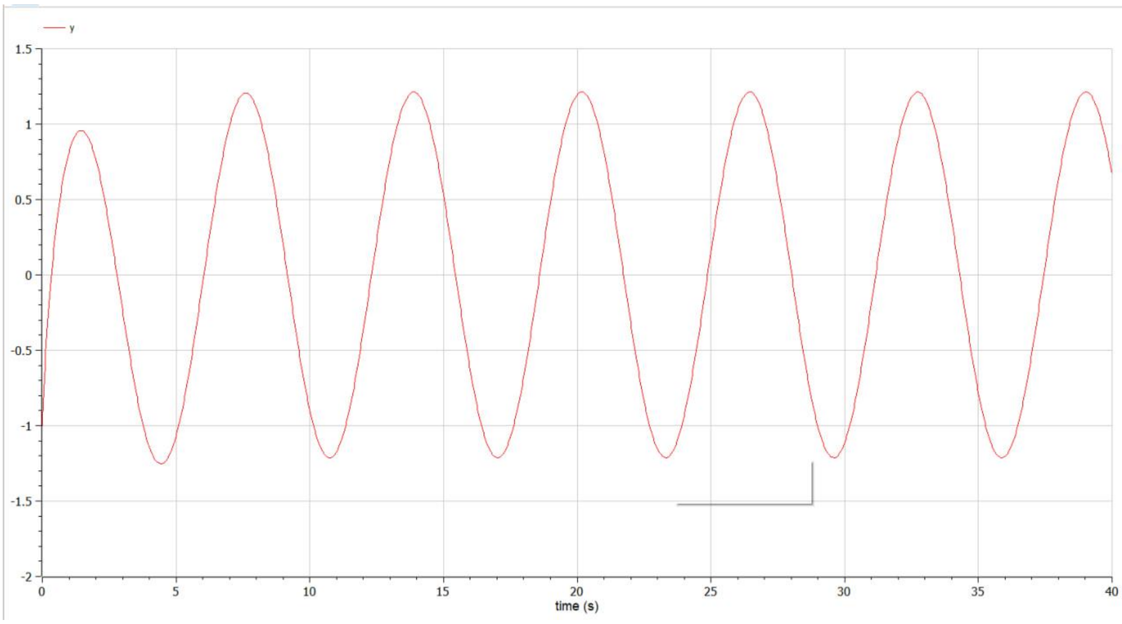


Результат

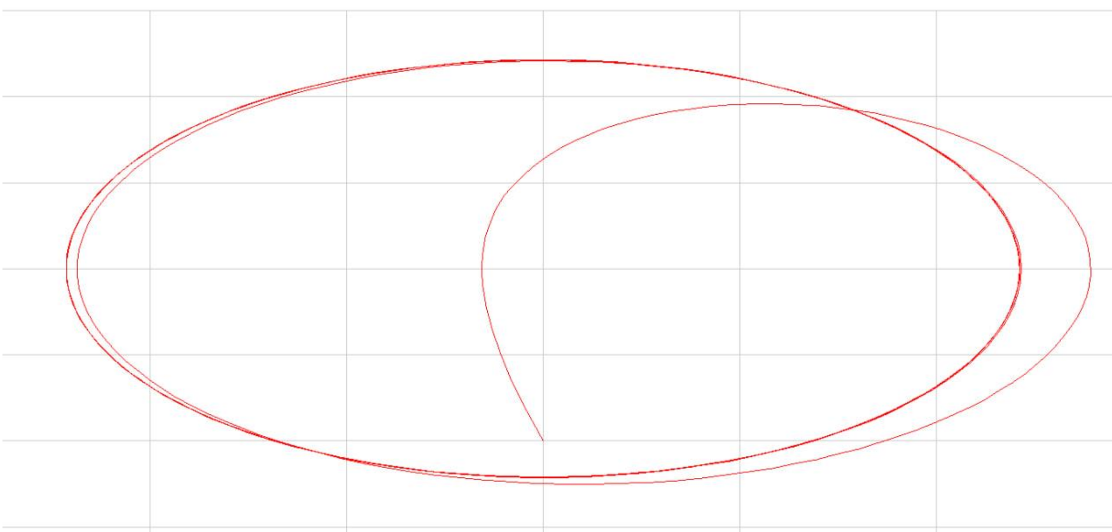
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x}+4\dot{x}+2x=5sin(t)\\$

```
model lab4
  parameter Real g=4;
  parameter Real w=2;

  Real x(start=0);
  Real y(start=-1);

  equation
    der(x) = y;
    der(y) = -g*y-w*x + 5* sin(time);

   annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 40, Interval = 0.05));
end lab4;
```

3 случай OM



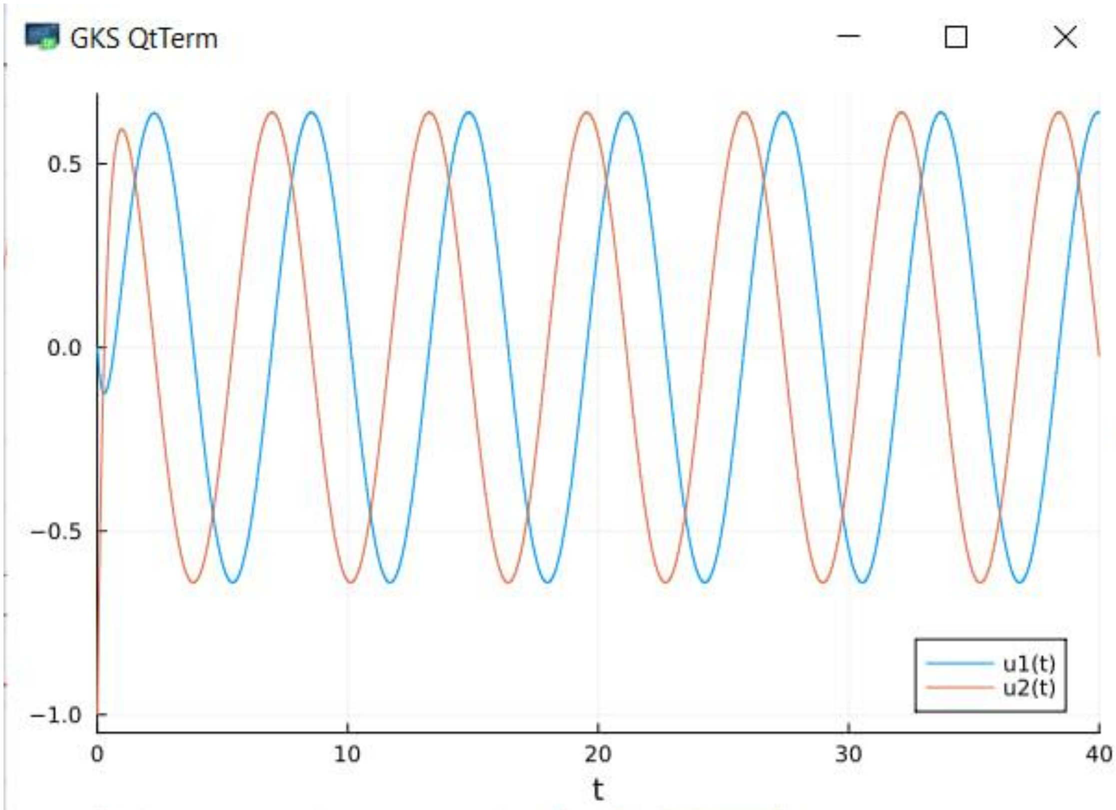
Результат



Фазовый портрет

```
using DifferentialEquations
using Plots

const x = 0
const y = -1

function res1(du,u,p,t)
    du[1] = u[2]
    du[2] = -5u[2]-7u[1]+5*sin(t)
end

condition(u,t,integrator) = 50
cb = ContinuousCallback(condition,terminate!)
u0 = [x, y]
tspan = (0.0,40.0)

prob = ODEProblem(res1,u0,tspan, callback = cb)
sol = solve(prob)
plt1 = plot(sol)
```

Julia 3 случай



Результат

5 Выводы

Мы построили фазовый портрет гармонического осциллятора и решили уравнения гармонического осциллятора с помощью языков: Julia и Modelica

6 Список литературы

1. Гармонические колебания // URL: https://zaochnik.com/spravochnik/fizika/mehanicheskie-kolebanija/garmonicheskie-kolebanija/ (дата обращения: 04.03.2023).
2. Модель гармонических колебаний // URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971729/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%203.pdf (дата обращения: 04.03.2023).