

# Математическое моделирование

## Лабораторная работа №2

Данилова Анастасия Сергеевна

### Содержание

1	Цель работы .....	1
2	Задание.....	1
3	Теоретическое введение .....	1
4	Выполнение лабораторной работы .....	2
5	Выводы.....	6
6	Список литературы.....	7

### 1 Цель работы

Потренироваться решать задачу с использованием языков: Julia и Modelica

### 2 Задание

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями  $x(t)$  и  $y(t)$ . В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 250 000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 380 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a$   $b$   $c$   $h$  постоянны. Также считаем  $P(t)$  и  $Q(t)$  непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для двух случаев.

### 3 Теоретическое введение

**Modelica** - свободно распространяемый, объектно-ориентированный язык для моделирования больших, сложных и гетерогенных систем. Он подходит для мульти-доменного моделирования, например, мехатронных моделей в робототехнике, автомобильной и аэрокосмической промышленности.

Возможно, с точки зрения математики наиболее простая для рассмотрения является модель Ланчестера (1995). Его оригинальная модель войны была далее разработана Брауном (1986), Онодой (1999) и Эпштейном (1985). *Модель Ланчестера* или модель

боевых действий (имеются только коэффициенты  $b$  и  $f$ ). В этом случае количество жертв пропорционально количеству встреч между индивидуумами противоборствующих сторон (произведение численности сторон:  $x \times y$ ). Наиболее актуально подобное взаимодействие тогда, когда две стороны располагаются на общей территории.

## 4 Выполнение лабораторной работы

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены  $-a(t)x(t)$  и  $-h(t)y(t)$ , члены  $-b(t)y(t)$  и  $-c(t)x(t)$  отражают потери на поле боя.

Коэффициенты  $b(t)$  и  $c(t)$  указывают на эффективность боевых действий со стороны  $u$  и  $x$  соответственно,  $a(t), h(t)$  - величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции  $P(t)$ ,  $Q(t)$  учитывают возможность подхода подкрепления к войскам  $X$  и  $Y$  в течение одного дня

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

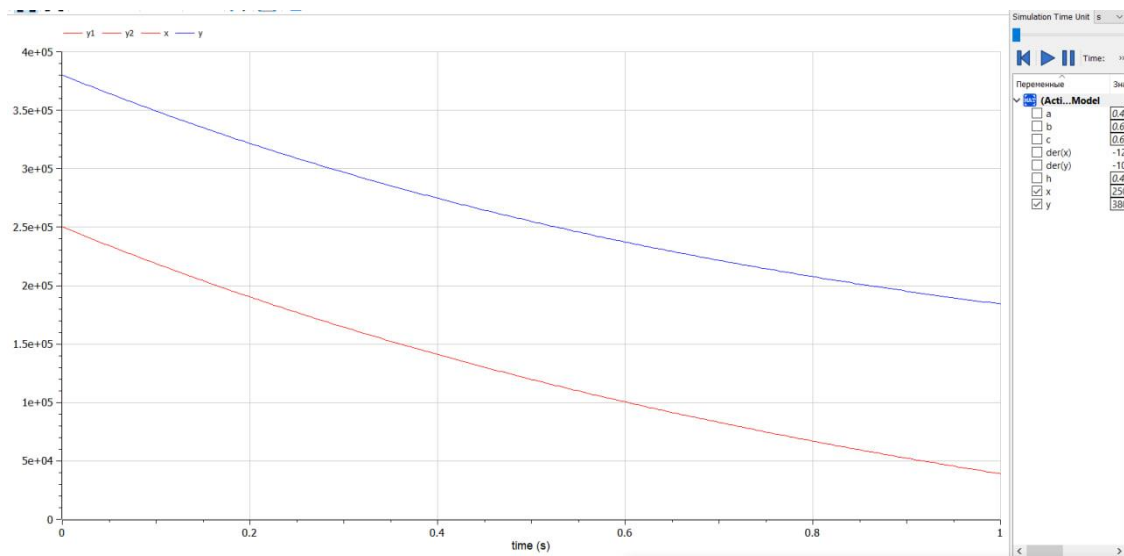
$$\frac{dx}{dt} = -0,4x(t) - 0,607y(t) + 2\sin(3t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -0,667x(t) - 0,42y(t) + 2\cos(6t)$$

### Регулярные войска

Изначально у войск  $y$  было преимущество в численности. По графику видно, что страна  $x$  терпит поражение.

```
1 model MyModel
2   parameter Real a(start=0.4);
3   parameter Real b(start=0.607);
4   parameter Real c(start=0.667);
5   parameter Real h(start=0.42);
6   Real x(start=250000);
7   Real y(start=380000);
8
9   equation
10    der(x) = -a*x - b*y + 2*sin(3*time);
11    der(y) = -c*x - h*y + 2*cos(6*time);
12    annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 1, Tolerance = 1e-6, Interval = 0.005));
13 end MyModel;
```

### Первый случай



*Modelica*

```
using DifferentialEquations
using Plots
```

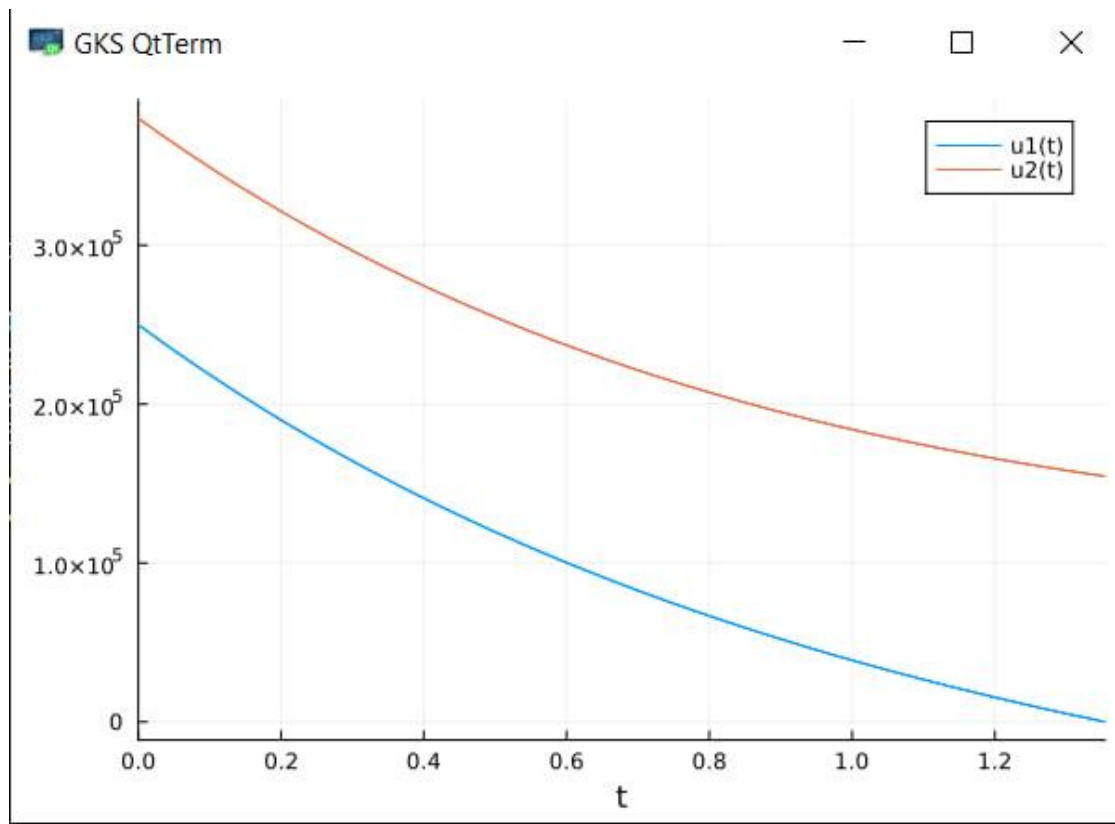
```
const x = 250000.0
const y = 380000.0
```

```
function res1(du,u,p,t)
    du[1] = -0.4u[1]-0.607u[2]+2*sin(3*t)
    du[2] = -0.667u[1]-0.42u[2]+2*cos(6*t)
end
```

```
function res2(du,u,p,t)
    du[1] = -0.337u[1]-0.733u[2]+sin(2*t)+1
    du[2] = -0.29u[1]*u[2]-0.8u[2]+2*cos(t)
end
```

```
condition(u,t,integrator) = u[1]
cb = ContinuousCallback(condition,terminate!)
u0 = [x, y]
tspan = (0.0,10.0)
# case 1
prob = ODEProblem(res1,u0,tspan, callback = cb)
sol = solve(prob)
plt1 = plot(sol)
```

*Julia*



Julia

## 2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

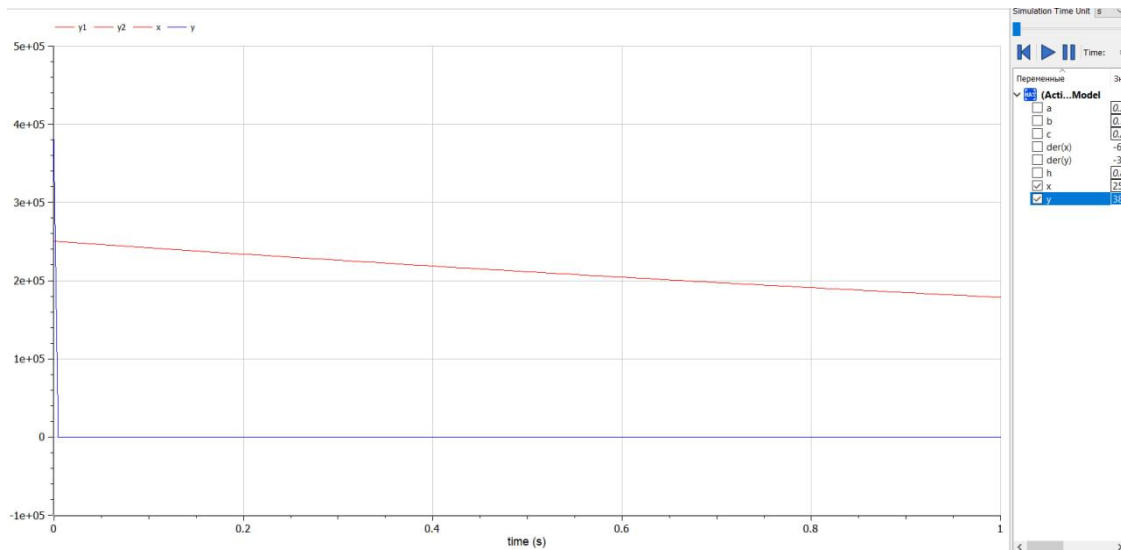
```

1 model MyModel
2   parameter Real a(start=0.337);
3   parameter Real b(start=0.733);
4   parameter Real c(start=0.29);
5   parameter Real h(start=0.8);
6   Real x(start=250000);
7   Real y(start=380000);
8
9   equation
10    der(x) = -a*x-b*y + sin(2*time) + 1;
11    der(y) = -c*x*y-h*y + 2*cos(time);
12    annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 1, Tolerance = 1e-6, Interval = 0.005));
13 end MyModel;

```

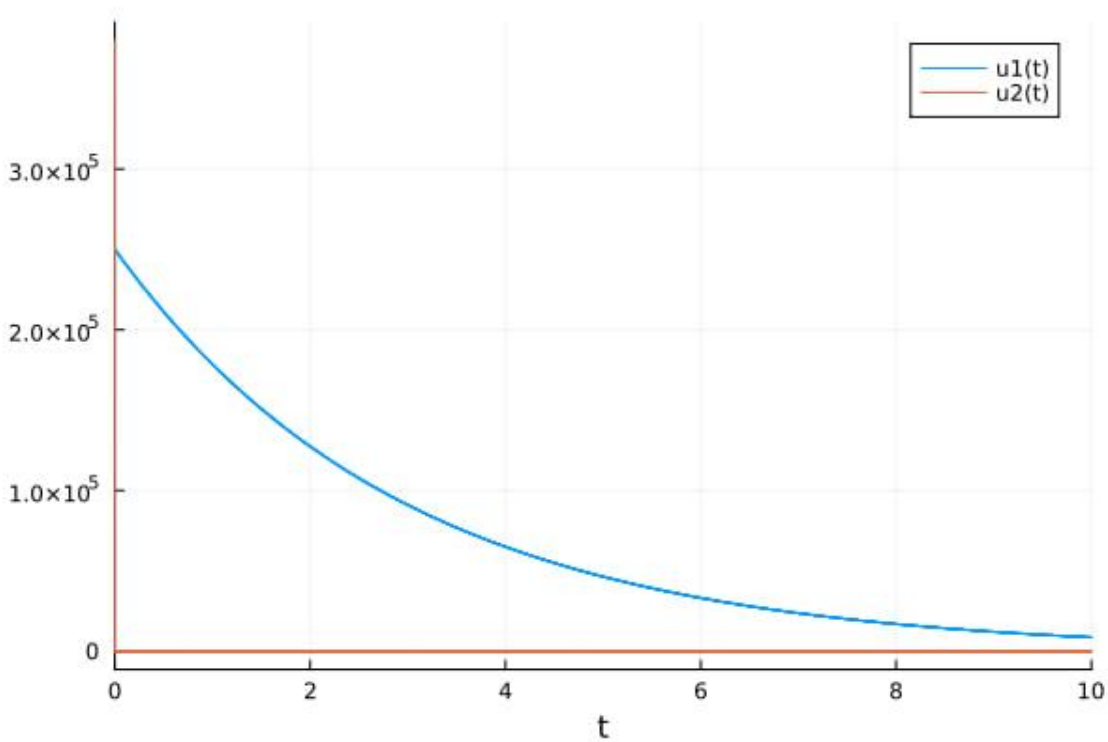
### Второй случай

Мы можем видеть, что число партизан практически сразу стремительно упало, несмотря на их количество. Регулярные войска имеют значительное превосходство. Нам было дано: чтобы одержать победу партизанам необходимо увеличить коэффициент  $c$  и повысить свою начальную численность на соответствующую величину. Причем это увеличение, с ростом начальной численности регулярных войск ( $x(0)$ ), должно расти не линейно, а пропорционально второй степени  $x(0)$ .



*Modelica*

GKS QtTerm



*Julia*

## 5 Выводы

Мы решили задачу, опираясь на Законы Осипова - Ланчестера, а также ознакомились с таким языком, как Modelica и вспомнили Julia.

## 6 Список литературы

1. The OpenModelica Integrated Environment for Modeling, Simulation, and Model-Based Development // URL: <https://www.mic-journal.no/PDF/2020/MIC-2020-4-1.pdf> (дата обращения: 25.02.2023).
2. Аналитическая часть // StudFiles URL: <https://studfile.net/preview/1515253/page:2/> (дата обращения: 25.02.2023).
3. Определение жертв войн через ланчестерские модели // Соционауки URL: <https://www.socionauki.ru/journal/articles/130365/> (дата обращения: 25.02.2023).