Лабораторная работа №6

Математическое моделирование

Данилова Анастасия Сергеевна

Содержание

1 Цель работы

Решить задачу об эпидемии с двумя случаями на языках Julia и Modelica.

2 Задание

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове (N=20 100) в момент начала эпидемии (t=0) число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) I(0)=77, а число здоровых людей с иммунитетом к болезни R(0)=21. Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени S(0)=N-I(0)- R(0).

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае: 1. если $I(0) \leq I^*$ 2. если $I(0) > I^*$

3 Теоретическое введение

До того, как число заболевших не превышает критического значения I^*, считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда $I(0) > I^*$, тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа S(t) меняется по следующему закону:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, \text{ если } I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^* \\ 0, \text{ если } I(\mathrm{t}) \leq \mathrm{I}^* \end{cases}$$

s(t)

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} \alpha S - \beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) > \mathrm{I}^* \\ -\beta I, \text{ если } I(\mathrm{t}) \leq \mathrm{I}^* \end{cases}$$

Переменная I

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

$$\frac{dR}{dt} = \beta I$$

Выздоравливающие

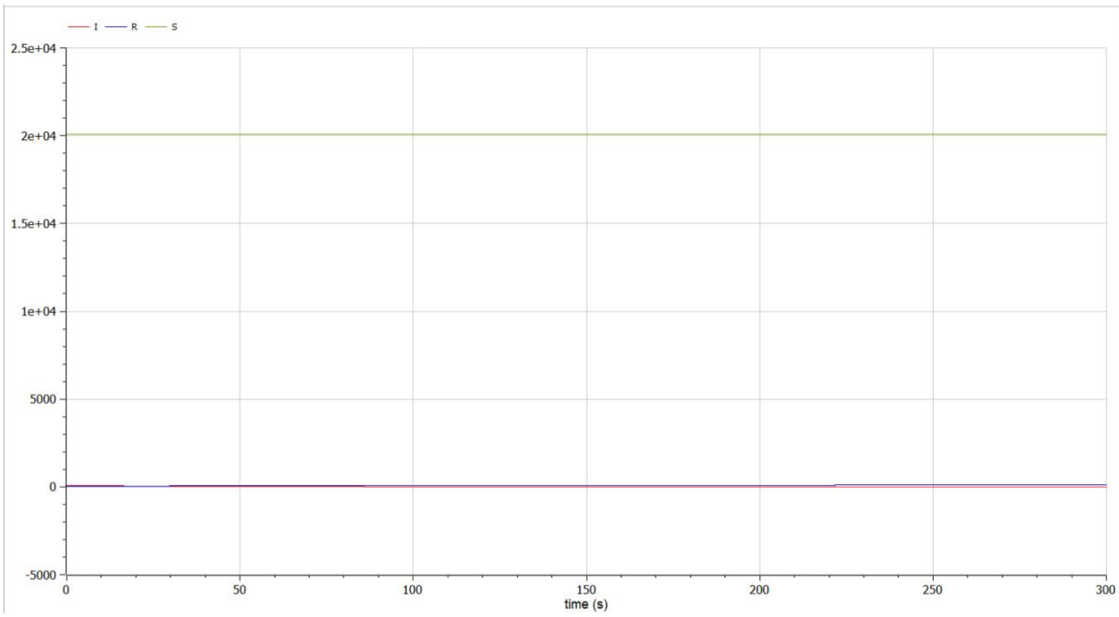
4 Выполнение лабораторной работы

Рассмотрим первый случай на языке Modelica

```
model Lab6
  parameter Real a=0.01;
  parameter Real b=0.02;

  Real S(start=20100);
  Real I(start=77);
  Real R(start=21);

  equation
    der(S) = 0;
    der(I) = -b*I;
    der(R) = b*I;

  annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 300, Interval = 0.05));
end Lab6;
```

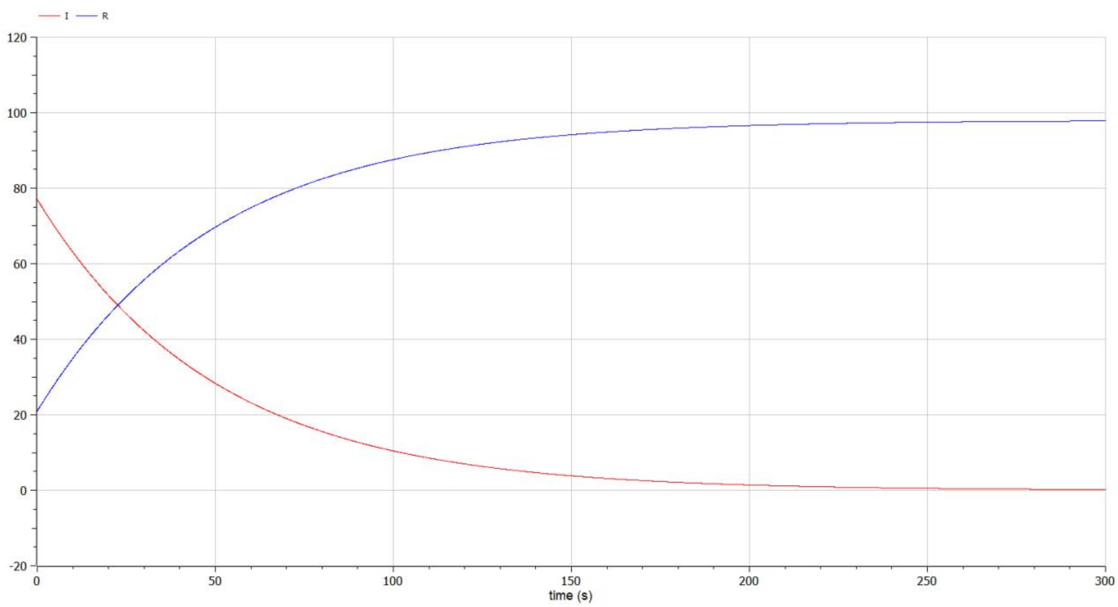
Код

Видим, что эпидемия не наступила. Число здоровых людей не уменьшилось, а количество заболевших спало на нет.



Результат

Рассмотрим поближе коэфициенты I и R



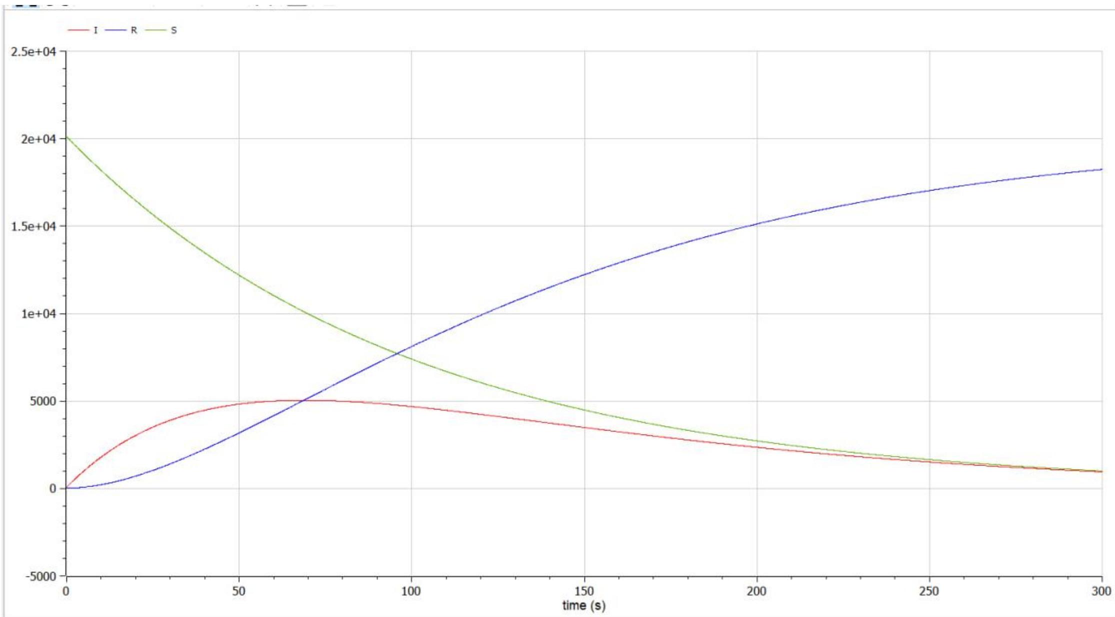
Результат

Теперь посмотрим на второй случай.

```
model Lab6
  parameter Real a=0.01;
  parameter Real b=0.02;

  Real S(start=20100);
  Real I(start=77);
  Real R(start=21);

  equation
    der(S) = -a*S;
    der(I) = a*S-b*I;
    der(R) = b*I;

  annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 300, Interval = 0.05));
end Lab6;
```

Код2

Теперь мы видим, что эпидемия взяла верх. Число здоровых людей значительно падает. Однако через какое-то время заболеваемость достигнет пика, и появится больше здоровых людей с иммунитетом.

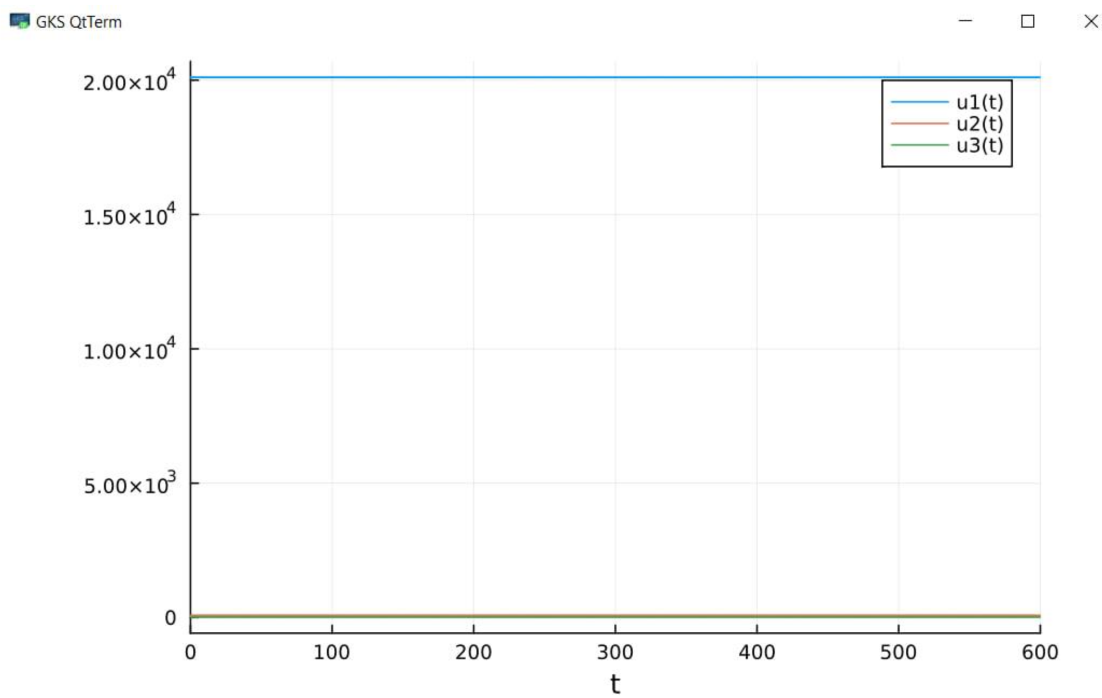


Результат

Посмотрим, как это выглядит на Julia

```
using DifferentialEquations
using Plots

const a = 0.01
const b = 0.02

const S = 20100
const I = 77
const R = 21

function res1(du,u,p,t)
    du[1] = 0
    du[2] = -b*du[2]
    du[3] = b*du[2]
end

condition(u,t,integrator) = u[1]
cb = ContinuousCallback(condition,terminate!)
u0 = [S, I, R]
tspan = (0.0,600.0)

prob1 = ODEProblem(res1,u0,tspan, callback = cb)
sol1 = solve(prob1)
plt1 = plot(sol1)
```

Код Julia



Результат

5 Выводы

Мы решили задачу об эпидемии, в которой рассмотрели два случая с разными исходами. В процессе решения мы использовали языки Julia и Modelica.

6 Список литературы

1. Задача об эпидемии // URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971737/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%205.pdf (дата обращения: 18.03.2023).