Машинное обучение ФТиАД Домашнее задание №5

Задача 1. Покажите, что если в задаче регрессии $p(y_i|x_i,w) = \frac{\alpha}{2} \exp\left(-\alpha \left|y_i - w^T x_i\right|\right)$ (распределение Лапласа, α фиксировано), то метод максимального правдоподобия эквивалентен оптимизации МАЕ для модели линейной регрессии.

Задача 2. Представим, что в некоторой задаче мы можем разбить признаки на k непересекающихся групп (например, такие группы возникают при использовании one-hot кодирования — по одной группе бинарных признаков на каждый категориальный признак). Кроме того, мы хотим в модели линейной регрессии задать свой ненулевой коэффициент λ_k L_2 —регуляризации для каждой группы. Какому априорному распределению на веса это будет соответствовать?

Задача 3. Позволяет ли предсказывать корректные вероятности экспоненциальная функция потерь $L(y,z) = \exp(-yz)$?

Задача 4. Вычислите градиент $\frac{\partial}{\partial w}L(x,y;w)$ логистической функции потерь для случая линейного классификатора

$$L(x, y; w) = \log(1 + \exp(-y \langle w, x \rangle))$$

и упростите итоговое выражение таким образом, чтобы в нём участвовала сигмоидная функция

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + \exp(-z)}.$$

При решении данной задачи вам может понадобиться следующий факт (убедитесь, что он действительно выполняется):

$$\sigma'(z) = \sigma(z)(1 - \sigma(z)).$$