Министерство образования и науки Российской Федерации

Новосибирский государственный технический университет

Кафедра ТПИ

Лабораторная работа №4 по дисциплине:

«Методы оптимизации»

Факультет: ПМИ

Группа: ПМ-33

Студенты: Веселова А.С.

Ковчарук М.В.

Преподаватели: Семенова М.А.

Чимитова Е.В.

Вариант: 2

Новосибирск

2016

**1. Цель работы**

Ознакомиться со статистическими методами поиска при реше­нии задач нелинейного программирования [12]. Изучить методы случайного поиска при определении локальных и глобальных экстремумов функций.

**2. Задание**

1. Для поиска экстремума заданной функции реализовать простейший случайный поиск экстремума в гиперпрямоугольнике. Желательно результаты поиска отображать в графическом режиме.
2. Реализовать алгоритм наилучшей пробы с направляющим гипер­квадратом. Размер гиперквадрата должен меняться в процессе поиска по следующему алгоритму: вдали от точки экстремума размер гиперквадрата должен увеличиваться, вблизи точки экстремума - уменьшаться.
3. Сравнить результаты работы алгоритмов случайного поиска с результатами работы методов штрафных функций.

Минимизируемая функция .

Накладываемое на функцию ограничение .

Экстремум функции  при условии  достигается непосредственно на ограничивающей прямой  в точке:

,

в которой функция принимает своё минимальное значение:

.

**3. Исследования**

***1) Простейший случайный поиск (область поиска: )***

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *eps* | *P- вероятность* | *N-число проб* |  |  |
| 1E-1 | 0.5 | 69 | (0.692892,0.303049) | -3.12995 |
|  | 0.8 | 161 | (0.692892,0.303049) | -3.12995 |
|  | 0.9 | 230 | (0.692892,0.303049) | -3.12995 |
|  | 0.99 | 459 | (0.795251,0.196509) | -3.14984 |
| 1E-2 | 0.5 | 6932 | (0.797845,0.201361) | -3.15721 |
|  | 0.8 | 16094 | (0.797845,0.201361) | -3.15721 |
|  | 0.9 | 23025 | (0.797845,0.201361) | -3.15721 |
|  | 0.99 | 46050 | (0.797845,0.201361) | -3.15721 |
| 1E-3 | 0.5 | 693147 | (0.794671,0.205298) | -3.1581 |
|  | 0.8 | 1609438 | (0.784112,0.215888) | -3.15813 |
|  | 0.9 | 2302584 | (0.784112,0.215888) | -3.15813 |
|  | 0.99 | 4605168 | (0.792138,0.207831) | -3.15815 |

***(область поиска: )***

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *eps* | *P- вероятность* | *N-число проб* |  |  |
| 1E-1 | 0.5 | 1109 | (0.726646,0.245796) | -3.12222 |
|  | 0.8 | 2575 | (0.688559,0.306589) | -3.12704 |
|  | 0.9 | 3683 | (0.688559,0.306589) | -3.12704 |
|  | 0.99 | 7366 | (0.791711,0.190008) | -3.13988 |
| 1E-2 | 0.5 | 110904 | (0.748497,0.247261) | -3.14972 |
|  | 0.8 | 257510 | (0.815027,0.182806) | -3.1542 |
|  | 0.9 | 368413 | (0.795251,0.203314) | -3.15667 |
|  | 0.99 | 736825 | (0.778649,0.221015) | -3.15757 |
| 1E-3 | 0.5 | 11090355 | (0.796228,0.203681) | -3.15798 |
|  | 0.8 | 25751006 | (0.788415,0.211493) | -3.15811 |
|  | 0.9 | 36841361 | (0.788415,0.211493) | -3.15811 |
|  | 0.99 | 73682721 | (0.788415,0.211493) | -3.15811 |

Видим, что при достаточно низкой вероятности и небольшой точности количество проб, а значит и число вычислений функции, очень велико.

Поэтому метод случайного поиска как таковой непригоден для вычисления экстремума функции. Зато он широко применим, как основа для других методов статистического поиска.

***2) Алгоритм наилучшей пробы с направляющим гиперквадратом***

***-поиск в области ***

***α=2***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *eps* | *N-число проб* | *Количество*  *итераций* | *Стороны гиперквадрата* |  |  |
| 1E-2 | 100 | 5 | (0.649581,1.02458)x  (-0.0375893,0.337411) | (0.836159,0.152778) | -3.14071 |
|  | 1000 | 3 | (0.0578402,1.55784)x  (-0.575358,0.924642) | (0.80784,0.174642) | -3.13942 |
|  | 10000 | 2 | (-0.743477,2.25652)x  (-1.2571,1.7429) | (0.756523,0.242897) | -3.15476 |
|  | 100000 | 3 | (0.0378811,1.53788)x  (-0.538827,0.961173) | (0.787881,0.211173) | -3.15726 |
| 1E-3 | 100 | 10 | (0.69723,0.88473)x  (0.115229,0.302729) | (0.79098,0.208979) | -3.15815 |
|  | 1000 | 3 | (-0.743477,2.25652)x  (-1.2571,1.7429) | (0.80784,0.174642) | -3.13942 |
|  | 10000 | 2 | (0.0578402,1.55784)x  (-0.575358,0.924642) | (0.756523,0.242897) | -3.15476 |
| 1E-7 | 100 | 11 | (0.786037,0.791896)x  (0.208095,0.213954) | (0.788966,0.211025) | -3.15819 |
|  | 1000 | 3 | (-0.743477,2.25652)x  (-1.2571,1.7429) | (0.80784,0.174642) | -3.13942 |
|  | 10000 | 2 | (0.0578402,1.55784)x  (-0.575358,0.924642) | (0.756523,0.242897) | -3.15476 |

***-поиск в области ***

***α=2***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *eps* | *N-число проб* | *Количество*  *итераций* | *Стороны гиперквадрата* |  |  |
| 1E-3 | 100 | 7 | (0.721399,0.799524)x(0.200219,0.278344) | (0.760462,0.239282) | -3.15572 |
| 1E-7 | 100 | 7 | (0.721399,0.799524)x  (0.200219,0.278344) | (0.760462,0.239282) | -3.15572 |
|  | 1000 | 4 | (0.455975,1.08098)x  (-0.0829817,0.542018) | (0.768475,0.229518) | -3.15509 |
|  | 10000 | 5 | (0.637527,0.950027)x  (0.0499502,0.36245) | (0.793777,0.2062) | -3.15813 |

***-поиск в области ***

***α=2***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *eps* | *N-число проб* | *Количество*  *итераций* | *Стороны гиперквадрата* |  |  |
| 1E-7 | 100 | 6 | (-1.62623,3.06127)x(-2.24566,2.44184) | (0.717519,0.0980884) | -2.96903 |
|  | 1000 | 5 | (-3.77471,5.60029)x(-4.71888,4.65612) | (0.91279,-0.0313768) | -2.98463 |
|  | 10000 | 2 | (-37.0132,37.9868)x(-37.9151,37.0849) | (0.48677,-0.415052) | -2.22631 |

***-поиск в области ***

***α\*= α(нач α=2)***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *eps* | *N-число проб* | *Количество*  *итераций* | *Стороны гиперквадрата* |  |  |
| 1E-7 | 100 | 43 | (0.480851,0.480851)x(-0.525899,-0.525898) | (0.480851,-0.525898) | -2.12903 |
|  | 1000 | 6 | (0.790674,0.790679)x(0.209318,0.209322) | (0.790678,0.209322) | -3.1582 |
|  | 10000 | 6 | (0.790437,0.790437)x(0.209563,0.209563) | (0.790437,0.209563) | -3.1582 |

***α=1***

***Начальные стороны гиперквадрата: (-10, -9)***x***(-10, -9)***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *eps* | *P- вероятность* | *Количество*  *итераций* | *Стороны гиперквадрата* |  |  |
| 1E-2 | 0.9 | 22 | (0.291711,1.29171)x(-0.292535,0.707465) | (0.791711,0.207465) | -3.15737 |

***Начальные стороны гиперквадрата: (-50, -10)***x***(-50, -10)***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *eps* | *P- вероятность* | *Количество*  *итераций* | *Стороны гиперквадрата* |  |  |
| 1E-2 | 0.9 | 3 | (-19.2141,20.7859)x(-19.7891,20.2109) | (0.787683,0.211493) | -3.15738 |

***α выбирается таким образом, что если на k-й итерации точка, которой соответствует минимальное значение гиперквадрата близка к его границе, то***

***α = 0.5(стороны увеличиваются в два раза), иначе – α = 2(стороны уменьшаются в два раза) (αнач=1)***

***Начальные стороны гиперквадрата: (-10, -9)***x***(-10, -9)***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *eps* | *P- вероятность* | *Количество*  *итераций* | *Стороны гиперквадрата* |  |  |
| 1E-2 | 0.9 | 6 | (-3.21357,4.78643)x(-3.78686,4.21314) | (0.786431,0.213141) | -3.15776 |

***Начальные стороны гиперквадрата: (-50, -10)***x***(-50, -10)***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *eps* | *P- вероятность* | *Количество*  *итераций* | *Стороны гиперквадрата* |  |  |
| 1E-2 | 0.9 | 4 | (-19.1769,20.8231)x(-19.8251,20.1749) | (0.823084,0.174871) | -3.15302 |

***α выбирается таким образом, что если на k-й итерации точка, которой соответствует минимальное значение гиперквадрата близка к его границе, то***

***α = α \*0.5, иначе – сначала приводим α к значению >1, а затем изменяем значение по правилу α = α \*2 (αнач=1)***

***Начальные стороны гиперквадрата: (-10, -9)***x***(-10, -9)***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *eps* | *P- вероятность* | *Количество*  *итераций* | *Стороны гиперквадрата* |  |  |
| 1E-2 | 0.9 | 5 | (-15.2186,16.7814)x(-15.7852,16.2148) | (0.786737,0.211371) | -3.15631 |

***Начальные стороны гиперквадрата: (-50, -10)***x***(-50, -10)***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *eps* | *P- вероятность* | *Количество*  *итераций* | *Стороны гиперквадрата* |  |  |
| 1E-2 | 0.9 | 4 | (-19.1769,20.8231)x(-19.8251,20.1749) | (0.823084,0.174871) | -3.15302 |

***α выбирается таким образом, что если на k-й итерации точка, которой соответствует минимальное значение гиперквадрата близка к его границе, то***

***α = α / α, иначе – сначала приводим α к значению >1, а затем изменяем значение по правилу α = α \* α (αнач=1)***

***Начальные стороны гиперквадрата: (-10, -9)***x***(-10, -9)***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *eps* | *P- вероятность* | *Количество*  *итераций* | *Стороны гиперквадрата* |  |  |
| 1E-2 | 0.9 | 5 | (-15.2186,16.7814)x(-15.7852,16.2148) | (0.786737,0.211371) | -3.15631 |

***Начальные стороны гиперквадрата: (-50, -10)***x***(-50, -10)***

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *eps* | *P- вероятность* | *Количество*  *итераций* | *Стороны гиперквадрата* |  |  |
| 1E-2 | 0.9 | 3 | (-39.1842,40.8158)x(-39.8178,40.1822) | (0.81576,0.182196) | -3.15422 |

***В результате можно сделать вывод, что при данных правилах вычисления коэффициента α количество итераций, необходимых для нахождения минимума, уменьшается незначительно. Однако, если не просто задавать число проб на каждой итерации, а высчитывать его в зависимости от соотношения объема гиперквадрата и объема области допустимой погрешности, то можно сказать, что чем быстрее растут стороны гипеквадрата на каждой итерации (здесь методы вычисления α расположены в порядке возрастания скорости роста сторон), тем больше с каждым разом требуется проб для вычисления, что приводит к сильному замедлению работы программы, а если задать слишком «резкое» увеличение сторон, то число необходимых проб становится непредставимым в машинном представлении, поэтому в ходе исследования даже были установлены ограничения: количество проб < 10 000 000. Таким образом, в данном случае оптимальным (менее затратным) является первый способ задания коэффициента α: уменьшение/увеличение сторон гиперквадрата в 2 раза.***