

Составление инвестиционного портфеля

Сторожок Мария Константиновна, группа 1908

Казачинская Анастасия Игоревна, группа 1908

Чургель Анастасия Алексеевна, группа 1908

Семина Анна Сергеевна, группа 1908

Формирование портфеля, t_0

На текущий момент t_0 (13.03.2021) мы располагаем начальным капиталом $C_0 = 1000\$$, который хотим в полном объеме вложить в портфель из однородных рискованных активов A_i (акций) и одного безрискового актива F (облигации)

Рассматриваемые облигации

1. 10-летние гос. облигации США
2. 30-летние гос. облигации США
3. 20-летние гос. облигации России

Рассматриваемые акции

Компания	Сфера деятельности	Причина выбора
Nokia	техника	активно занимаются 5G сетями, могут в ближайшее время хорошо вырасти, был взлет из-за скандалов
Apple	техника	сейчас на просадке, потом отрастет
Vodafone	мобильная связь	можно ожидать нового прогнозного диапазона целевой скорректированной прибыли на финансовый год (до конца марта 2021 года) от €14,4 млрд до €14,6 млрд; это станет драйвером роста акций Vodafone в течение всего будущего года
Cisco Systems	сетевое оборудование	будет расти в связи с 5G
Forward Industries	одежда	был хороший рост, сейчас в просадке
Tesla	автомобили	сейчас на просадке из-за твитов Маска, и отрастет обратно, так что надо брать

Рассматриваемые акции

Компания	Сфера деятельности	Причина выбора
Microsoft	программы	надежная компания, сейчас просадка
Yandex	программы	относительно хорошо вырос за пандемию
Adobe	программы	котировки активно росли, а общая доходность была близка к 50%, что значительно выше, чем у прямых конкурентов
Alphabet	программы	акции Google хорошо растут
Visa	платежная система	для диверсификации, растет, но бывают резкие просадки
Momo	соц. сети	аналитики пишут, что скоро хороший взлет; китайская соцсеть
Commercial Metals	металлургия	скоро дивиденды, без долгов, расположена в Техасе (где Маск собирается строить город)

Рассматриваемые акции

Компания	Сфера деятельности	Причина выбора
G1 Ther.	медицина	вакцина от Covid-19, прошла новый этап
Pfizer	медицина	вакцина от Covid-19, рискованная и с высокой доходностью
J&J	медицина	активно участвует в гонке разработчиков вакцины против COVID-19 и рассчитывает начать ее поставки летом 2021 год; J&J уже заключила контракты с Управлением перспективных разработок Минздрава США (BARDA), ЕС и Великобританией
Osur	медицина	разрабатывает диагностические средства (устройство для сбора и хранения анализов)
Colfax Corporation	оборудование в т.ч медицинское	хорошо растет после падения в октябре-ноябре, актуальная тема
Ozon	e-commerce	после недавнего выхода на IPO был успех, сейчас акции немного упали

Рассматриваемые акции

Компания	Сфера деятельности	Причина выбора
Amazon	e-commerce	Онлайн-заказы Amazon резко выросли после закрытия обычных магазинов во время пандемии и должны оставаться устойчивыми в 2021 году
Alibaba	e-commerce	из-за угроз Дональда Трампа ограничить работу компании в США акций сильно упали, сейчас акции по-прежнему торгуются дешевле, чем акции большинства компаний с высокой капитализацией; ожидаются движения котировок компании на Нью-Йоркской бирже в течение года к историческому максимуму
Farfetch	e-commerce	объявление о партнерстве с Alibaba и швейцарской компанией Richemont – владельцем бренда Cartier, станет базой для роста; новый канал сбыта увеличит число покупателей
Shopify	e-commerce	вырос за время пандемии, но пандемия лишь ускорила переход от физических магазинов к цифровым, поэтому рынок электронной коммерции должен оставаться устойчивым и после ее окончания
Etsy	e-commerce	также процветал в пандемию

Рассматриваемые акции

Компания	Сфера деятельности	Причина выбора
Freedom Finance	брокер	самый надежный брокер у нас, нужны его акции для участия в ipo
АФК система	инвестиции	стабильный рост
Сбербанк_п	банки	стабильный рост, дивиденды
Renewable Energy Group	энергетика, "зеленые"	сектор альтернативной энергетики за год вырос на 300%, производят новое более экологичное биотопливо, возможно, будет расти, потому что у Байдена есть экологичные планы
Virgin Galactic	космические путешествия	очень рискованная акция, очень быстро растет, но сейчас на просадке
Monster Beverage	напитки	для диверсификации, неплохой рост в 2020 году
Акрон	удобрения	планирует дивиденды, может быть хороший взлет, растет

Расчеты | Формирование портфеля

Получаем выборки с историческими доходностями индекса и выбранных активов за интервал T , равный одному году до момента t_0 с шагом один день.

В утверждениях ниже используем следующие обозначения:

- случайная величина RI – доходность индекса (Dow Jones Industrial Average),
- случайная величина ξ_i – разброс или ошибка доходности i -го актива

Для уравнения Шарпа:

1. $E[\xi_i] = 0$, т.е. среднее значение ошибки (разброса) для каждой ценной бумаги должно быть нулевым

Расчеты | Формирование портфеля

Так как у большинства активов среднее значение разброса далеко от 0, мы выбираем те акции, у которых оно наименьшее.

Остались: 10-лет. облигации РФ, АФК система, Акрон, Commercial Metals, Colfax, Alphabet, Gl Ther., J&J, Monster, Nokia, Ozon, Shopify, Сбербанк, Яндекс

После 1 условия мы переходим к 3.

```
Россия20: 0.000
AAPL: 7.049
ADBE: 8.458
AFKS: 0.002
AKRN: 0.000
AMZN: 8.458
BABA: 2.819
CSCO: 4.934
CMC: 1.480
CFX: 1.832
ETSY: 5.639
FORD: 2.819
FRHC: 7.049
FTCH: 6.344
GOOGL: 1.268
GTHX: 1.409
JNJ: 1.057
MOMO: 8.458
MNST: 0.0
MSFT: 2.819
NOKIA: 0.007
OSUR: 5.639
OZON: 0.021
PFE: 2.819
REGI: 3.524
SHOP: 1.268
SPCE: 8.458
SBER_p: 0.004
TSLA: 2.819
V: 7.753
VOD: 2.819
YNDX: 1.409
```

Расчеты | Формирование портфеля

$$2. \quad Cov(\xi_k, \xi_m) = 0$$

По свойству $E[\xi_k]$ математическое ожидание случайных величин есть произведение математических ожиданий:

$$E[\xi_k \xi_m] = E[\xi_k] * E[\xi_m]$$

А математическое ожидание константы – сама константа:

$$E[\xi_{kt}] = \xi_{kt},$$

где ξ_{kt} – величина ошибки для актива k в момент t (для нашего проекта в день t)

Таким образом, имеем следующее выражение:

$$Cov(\xi_k, \xi_m) = \frac{1}{(T-1)^2 - 2} \sum Cov(\xi_{kt}, \xi_{mt}) = \frac{1}{(T-1)^2 - 2} \sum E[\xi_{kt} \xi_{mt}] = \frac{1}{(T-1)^2 - 2} \sum E[\xi_{kt}] * E[\xi_{mt}] = \\ \frac{1}{(T-1)^2 - 2} \sum \xi_{kt} * \xi_{mt},$$

где $k \neq m$, $t \neq \square$ и t , \square от 1 до T

Расчеты | Формирование портфеля

Выполнение этого условия мы проверяем в последнюю очередь.

У акции Nokia были ковариации, значительно отличающиеся от 0, сразу с 3 другими активами, у Акрон - с 2 активами, поэтому они выбыли.

Остались: 10-лет. облигации РФ, АФК система, Commercial Metals, Colfax, Alphabet, Gl Ther., J&J, Monster, Ozon, Shopify, Сбербанк, Яндекс

Расчеты | Формирование портфеля

Условие 2

```
Россия20 & AFKS: -0.0006
Россия20 & AKRN: 0.0002
Россия20 & CMC: 0.0031
Россия20 & CFX: 0.0046
Россия20 & GOOGL: -0.0007
Россия20 & GTHX: -0.001
Россия20 & JNJ: -0.0003
Россия20 & MNST: 0.0016
Россия20 & NOKIA: -0.0013
Россия20 & SHOP: -0.0007
Россия20 & SBER_p: -0.0002
Россия20 & YNDX: -0.0004
AFKS & AKRN: -0.0003
AFKS & CMC: -0.0005
AFKS & CFX: 0.0012
AFKS & GOOGL: -0.0002
AFKS & GTHX: 0.001
AFKS & JNJ: -0.0021
AFKS & MNST: 0.0009
AFKS & NOKIA: -0.0003
AFKS & SHOP: -0.0015
AFKS & SBER_p: -0.0044
AFKS & YNDX: -0.001
AKRN & CMC: -0.0018
AKRN & CFX: -0.002
AKRN & GOOGL: -0.0001
AKRN & GTHX: 0.0011
AKRN & JNJ: -0.0002
AKRN & MNST: 0.0002
AKRN & NOKIA: 0.0
```

```
AKRN & SHOP: 0.0019
AKRN & SBER_p: 0.0
AKRN & YNDX: 0.0009
CMC & CFX: -0.043
CMC & GOOGL: 0.0043
CMC & GTHX: 0.0116
CMC & JNJ: -0.0011
CMC & MNST: -0.0132
CMC & NOKIA: 0.0014
CMC & SHOP: 0.0114
CMC & SBER_p: 0.0009
CMC & YNDX: 0.0052
CFX & GOOGL: 0.0036
CFX & GTHX: 0.0131
CFX & JNJ: -0.0013
CFX & MNST: -0.018
CFX & NOKIA: 0.0011
CFX & SHOP: 0.007
CFX & SBER_p: 0.0021
CFX & YNDX: 0.0066
GOOGL & GTHX: -0.0032
GOOGL & JNJ: -0.0004
GOOGL & MNST: 0.0006
GOOGL & NOKIA: 0.0007
GOOGL & SHOP: -0.0071
GOOGL & SBER_p: 0.0008
GOOGL & YNDX: -0.0029
GTHX & JNJ: 0.0003
GTHX & MNST: 0.0017
GTHX & NOKIA: -0.0042
GTHX & SHOP: -0.0204
GTHX & SBER_p: -0.0015
```

```
GTHX & SBER_p: -0.0015
GTHX & YNDX: -0.0063
JNJ & MNST: -0.0002
JNJ & NOKIA: -0.0012
JNJ & SHOP: 0.0006
JNJ & SBER_p: -0.0005
JNJ & YNDX: 0.0014
MNST & NOKIA: -0.0001
MNST & SHOP: 0.002
MNST & SBER_p: 0.001
MNST & YNDX: 0.0013
NOKIA & SHOP: 0.0053
NOKIA & SBER_p: 0.0004
NOKIA & YNDX: 0.0001
SHOP & SBER_p: -0.0008
SHOP & YNDX: -0.0098
SBER_p & YNDX: -0.0004
```

Расчеты | Формирование портфеля

3. $D[\xi_i] = \psi_i^2 = \text{const}$ (Гомоскедастичность)

$D[\xi_i]$ – дисперсия разбросов $\xi_{it}, \dots, \xi_{iT}$ для i -ого актива по статистическим данным

ψ_i^2 – оценка дисперсии той же случайной величины ξ_i , т.е. усредненная сумма квадратов разностей исторических доходностей R_{it} и ожидаемых доходностей m_{it} (регрессия) i -ого актива)

Оценки дисперсии случайной величины ξ_{it}

$$\hat{\psi}_i^2 = \frac{1}{T-2} \sum (R_{it} - \hat{\alpha}_i - \hat{\beta}_i R_{It})^2$$

Так как рынок несовершенен, $D[\xi_i]$ и ψ_i^2 не могут быть равны. Поэтому мы требуем, чтобы их разница по модулю стремилась к нулю.

Расчеты | Формирование портфеля

Из всех акций получилась большая разница между дисперсией и ее оценкой для акции OZON, поэтому эту акцию мы не берем в наш портфель.

Теперь переходим к 4 условию.

```
Условие 3
Россия20: 0.0332
AFKS: 0.1603
AKRN: 0.0325
CMC: -0.1083
CFX: -0.1618
GOOGL: -0.0205
GTHX: -0.1805
JNJ: -0.0124
MNST: -0.0355
NOKIA: 0.1828
OZON: 16.0389
SHOP: -0.1209
SBER_p: 0.075
YNDX: -0.035
```

Расчеты | Формирование портфеля

$$4. \text{Cov}(\xi_i, RI) = 0$$

По свойству $E[\xi_i]$ математическое ожидание случайных величин есть произведение математических ожиданий. Таким образом, для 4 необходимого условия имеем следующее выражение:

$$\text{Cov}(\xi_i, RI) = E[(\xi_i - E[\xi_i])(RI - E[RI])] = E[\xi_i - E[\xi_i]] * E[RI - E[RI]]$$

Расчеты | Формирование портфеля

4 условию удовлетворяют все активы.

Остались: 10-лет. облигации РФ, АФК система, Акрон, Commercial Metals, Colfax, Alphabet, Gl Ther., J&J, Monster, Nokia, Ozon, Shopify, Сбербанк, Яндекс

И теперь возвращаемся ко 2 условию модели Шарпа.

```
Условие 4
Россия20: 0.0146
AFKS: 0.0962
AKRN: 0.0037
CMC: 0.0731
CFX: 0.0851
GOOGL: 0.0523
GTHX: 0.0791
JNJ: 0.0215
MNST: 0.0379
NOKIA: 0.042
SHOP: 0.1016
SBER_p: 0.0349
YNDX: 0.0642
```

Итоги | Формирование портфеля

Облигации: 10-лет. облигации РФ

Акции: АФК система, Commercial Metals, Colfax, Alphabet, Gl Ther., J&J, Monster, Shopify, Сбербанк, Яндекс

Итоги | Формирование портфеля

Ожидаемая доходность i -го актива:

$$m_i = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i \hat{m}_I$$

Ожидаемые доходности активов:

Россия20: -0.0756

AFKS: 0.4974

СМС: 0.3779

CFX: 0.4401

GOOGL: 0.2704

GTHX: 0.4089

JNJ: 0.111

MNST: 0.1958

SHOP: 0.5256

SBER_p: 0.1807

YNDX: 0.3319

Итоги | Формирование портфеля

Ковариация доходностей i -го и j -го рискованных активов:

$$\text{Cov}(R_i, R_j) = \hat{\beta}_i \hat{\beta}_j \hat{\sigma}_I^2$$

Матрица ковариаций доходностей активов:

```
['Россия20', 'AFKS', 'СМС', 'CFX', 'GOOGL', 'GTHX', 'JNJ', 'MNST', 'SHOP', 'SBER_p', 'YNDX']
```

```
11
```

```
[[ 0.34  0.15  0.14  0.99  1.48  0.73 -0.05  0.85  0.53  0.96]
 [ 0.15  0.06  0.06  0.43  0.64  0.31 -0.02  0.36  0.23  0.41]
 [ 0.14  0.06  0.06  0.4  0.6  0.3 -0.02  0.35  0.21  0.39]
 [ 0.99  0.43  0.4  2.87  4.29  2.12 -0.14  2.46  1.53  2.79]
 [ 1.48  0.64  0.6  4.29  6.41  3.16 -0.21  3.67  2.28  4.17]
 [ 0.73  0.31  0.3  2.12  3.16  1.56 -0.1  1.81  1.12  2.06]
 [-0.05 -0.02 -0.02 -0.14 -0.21 -0.1  0.01 -0.12 -0.07 -0.14]
 [ 0.85  0.36  0.35  2.46  3.67  1.81 -0.12  2.1  1.3  2.39]
 [ 0.53  0.23  0.21  1.53  2.28  1.12 -0.07  1.3  0.81  1.48]
 [ 0.96  0.41  0.39  2.79  4.17  2.06 -0.14  2.39  1.48  2.71]]
```

```
(10, 10)
```

Задача Дж. Тобина | Формирование портфеля

Переходим к решению задачи Дж. Тобина.

Зафиксируем ожидаемую доходность нашего портфеля на уровне среднего по ожидаемым доходностям рискованных акций, вошедших в наш портфель, без крайних значений.

Она будет равна 0.34577.

Задача Дж. Тобина | Формирование портфеля

Дисперсия доходности портфеля (функция риска):

$$\begin{aligned} &0.34*x1**2 + 1.92*x1*x10 + 0.3*x1*x2 + 0.28*x1*x3 + 1.98*x1*x4 + \\ &2.96*x1*x5 + 1.46*x1*x6 - 0.1*x1*x7 + 1.7*x1*x8 + 1.06*x1*x9 + \\ &2.71*x10**2 + 0.82*x10*x2 + 0.78*x10*x3 + 5.58*x10*x4 + 8.34*x10*x5 + \\ &4.12*x10*x6 - 0.28*x10*x7 + 4.78*x10*x8 + 2.96*x10*x9 + 0.06*x2**2 + \\ &0.12*x2*x3 + 0.86*x2*x4 + 1.28*x2*x5 + 0.62*x2*x6 - 0.04*x2*x7 + \\ &0.72*x2*x8 + 0.46*x2*x9 + 0.06*x3**2 + 0.8*x3*x4 + 1.2*x3*x5 + 0.6*x3*x6 \\ &- 0.04*x3*x7 + 0.7*x3*x8 + 0.42*x3*x9 + 2.87*x4**2 + 8.58*x4*x5 + \\ &4.24*x4*x6 - 0.28*x4*x7 + 4.92*x4*x8 + 3.06*x4*x9 + 6.41*x5**2 + \\ &6.32*x5*x6 - 0.42*x5*x7 + 7.34*x5*x8 + 4.56*x5*x9 + 1.56*x6**2 - \\ &0.2*x6*x7 + 3.62*x6*x8 + 2.24*x6*x9 + 0.01*x7**2 - 0.24*x7*x8 - \\ &0.14*x7*x9 + 2.1*x8**2 + 2.6*x8*x9 + 0.81*x9**2 \end{aligned}$$

Задача Дж. Тобина | Формирование портфеля

Структура портфеля минимального риска для наших активов:

Минимум функции риска : 0.0

Акция 1 доля- -0.013, доходность: 0.001

Акция 2 доля- 1.532, доходность: 0.762

Акция 3 доля- -0.013, доходность: -0.0

Акция 4 доля- -0.014, доходность: -0.004

Акция 5 доля- -0.013, доходность: -0.005

Акция 6 доля- -0.013, доходность: -0.006

Акция 7 доля- 3.249, доходность: 0.878

Акция 8 доля- -0.014, доходность: -0.003

Акция 9 доля- 3.519, доходность: 1.588

Акция 10 доля- -0.014, доходность: -0.01

Расчеты | Первый пересмотр

На момент времени $t_1 = t_0 + \Delta t_1$ ($\Delta t_1 = 5$ дней) наращенная сумма $C_1 = C_0 + \Delta C_1$ (ΔC_1 – прибыль портфеля за первый период владения Δt_1) равна 1345.77\$. Ее мы хотим в полном объеме вложить в пересмотренный инвестиционный портфель.

Расчеты | Первый пересмотр

В первом пересмотре акция GTHX не удовлетворяла 3 условию.

Новый портфель состоит из акций: 'Обзор RU52002=RRPS', 'AFKS', 'CMC', 'CFX', 'GOOGL', 'JNJ', 'MNST', 'SHOP', 'SBER_p', 'YNDX'.

Задача Дж. Тобина | Первый пересмотр

Дисперсия доходности портфеля (функция риска):

$$\begin{aligned} &0.21*x1**2 + 0.84*x1*x2 + 1.46*x1*x3 + 0.46*x1*x4 + 0.36*x1*x5 + \\ &0.4*x1*x6 + 1.06*x1*x7 + 0.48*x1*x8 + 0.68*x1*x9 + 0.81*x2**2 + \\ &2.86*x2*x3 + 0.88*x2*x4 + 0.7*x2*x5 + 0.8*x2*x6 + 2.08*x2*x7 + 0.94*x2*x8 \\ &+ 1.32*x2*x9 + 2.53*x3**2 + 1.56*x3*x4 + 1.24*x3*x5 + 1.4*x3*x6 + \\ &3.66*x3*x7 + 1.64*x3*x8 + 2.34*x3*x9 + 0.24*x4**2 + 0.38*x4*x5 + \\ &0.44*x4*x6 + 1.12*x4*x7 + 0.5*x4*x8 + 0.72*x4*x9 + 0.15*x5**2 + \\ &0.34*x5*x6 + 0.9*x5*x7 + 0.4*x5*x8 + 0.58*x5*x9 + 0.2*x6**2 + 1.02*x6*x7 \\ &+ 0.46*x6*x8 + 0.66*x6*x9 + 1.33*x7**2 + 1.2*x7*x8 + 1.7*x7*x9 + \\ &0.27*x8**2 + 0.76*x8*x9 + 0.54*x9**2 \end{aligned}$$

Задача Дж. Тобина | Первый пересмотр

Структура портфеля минимального риска для наших активов:

Минимум функции риска : -0.3

Акция 1 доля- -1.0, доходность: 0.076

Акция 2 доля- -1.0, доходность: -0.497

Акция 3 доля- -1.0, доходность: -0.019

Акция 4 доля- 1.263, доходность: 0.339

Акция 5 доля- 8.231, доходность: 3.11

Акция 6 доля- -1.0, доходность: -0.44

Акция 7 доля- -1.0, доходность: -0.27

Акция 8 доля- 2.847, доходность: 0.619

Акция 9 доля- -1.0, доходность: -0.451

Расчеты | Второй пересмотр

На момент времени $t_2 = t_1 + \Delta t_2$ ($\Delta t_2 = 5$ дней) наращенная сумма $C_2 = C_1 + \Delta C_2$ (ΔC_2 – прибыль портфеля за первый период владения Δt_2) равна 1811.09689\$. Ее мы хотим в полном объеме вложить в пересмотренный инвестиционный портфель.

Расчеты | Второй пересмотр

Во втором пересмотре акции GOOGL, JNJ, MNST, SHOP, YNDX не удовлетворяли 1 условию.

Новый портфель: 'ОбзорRU52002=RRPS', 'AFKS', 'CMC', 'CFX', 'SBER_p'

Задача Дж. Тобина | Второй пересмотр

Дисперсия доходности портфеля (функция риска):

$$\begin{aligned} &0.06*x1**2 + 0.54*x1*x2 - 0.96*x1*x3 + 1.12*x1*x4 + 0.3*x1*x5 + \\ &1.11*x2**2 - 3.94*x2*x3 + 4.66*x2*x4 + 1.24*x2*x5 + 3.51*x3**2 - \\ &8.3*x3*x4 - 2.22*x3*x5 + 4.91*x4**2 + 2.62*x4*x5 + 0.35*x5**2 \end{aligned}$$

Задача Дж. Тобина | Второй пересмотр

Структура портфеля минимального риска для наших активов:

Минимум функции риска : -97.797

Акция 1 доля- 100.0, доходность: -7.56

Акция 2 доля- -1.0, доходность: -0.497

Акция 3 доля- 47.733, доходность: 0.902

Акция 4 доля- 29.29, доходность: 7.864|