

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТУ “ЛЬВІВСЬКА
ПОЛІТЕХНІКА”**

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №6

**З дисципліни
«Дискретна математика»**

Виконала:

Студентка групи КН-115

Рокицька Анастасія

Викладач:

Мельникова Н.І.

Львів – 2019р.

Варіант 13

Тема: Генерація комбінаторних конфігурацій.

Мета роботи: набути практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.

Короткі теоретичні відомості:

Головна задача комбінаторики – підрахунок та перелік елементів у скінчених множинах.

Правило додавання: якщо елемент – x може бути вибрано n способами, а y – іншими m способами, тоді вибір „ x або y ” може бути здійснено $(m+n)$ способами.

Правило добутку: якщо елемент – x може бути вибрано n способами, після чого y – m способами, тоді вибір упорядкованої пари (x, y) може бути здійснено $(m \cdot n)$ способами.

Набір елементів $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}$ з множини $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ називається вибіркою об'єму m з n елементів – (n, m) – вибіркою.

Упорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи не можуть повторюватися, називається (n, m) – розміщенням, кількість всіх можливих розміщень обчислюється за формулою:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

Упорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи можуть повторюватися, називається (n, m) – розміщенням з повторюваннями, кількість всіх можливих таких розміщень обчислюється за формулою:

$$\overline{A}_n^m = n^m.$$

Неупорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи не можуть повторюватися, називається (n, m) – сполученням, кількість всіх можливих сполучень обчислюється за формулою:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Неупорядкована (n, m) – вибірка, в якій елементи можуть повторюватися, називається (n, m) – сполученням з повторюваннями, кількість всіх можливих таких сполучень обчислюється за формулою:

$$\overline{C}_n^m = C_{n+m-1}^m.$$

A_n^n – називається *перестановкою*, а кількість різних перестановок позначається та обчислюється за формулою:

$$P_n = n!.$$

Додаток 1:

1. Чоловік протягом 14 днів мав прочитати 14 журналів, причому в день він читав лише один журнал. Скількома способами він міг прочитати всі журнали?

$$P_n = n! = 14!$$

2. Скільки різних трицифрових натуральних чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, 4, 5 за умови, що в кожне число входить цифра не більше одного разу?

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = 5 * 4 * 3$$

3. Скількома способами можна вибрати трьох чергових із класу, в якому навчається 20 учнів?

$$C_{20}^3 = \frac{20!}{(20-3)!*3!} = 20 * 9 * 3$$

4. Скількома способами можна розділити 6 різних іграшок та 5 різних книжок між 3 дітьми?

$$A_5^3 * A_6^3 = \frac{5!}{2!} * \frac{6!}{3!} = 3 * 4 * 5 * 4 * 5 * 6 = 7200$$

5. Скількома способами можна поділити 9 однакових яблук та 6 однакових груш між трьома чоловіками?

$$C_6^3 * C_9^3 = \frac{6!}{3!*3!} * \frac{9!}{6!*3!} = 1680$$

6. П'ять учнів вирішили написати всі необхідні 15 білетів, які пропонував викладач на екзамен з філософії. При цьому кількість написаних кожним з них білетів розподілили так – перший має написати 4 білета, другий – 3, третій – 2, четвертий – 1, п'ятий – 5. Скількома способами можна розподілити таким чином всі білети між ними?

$$C_{15}^4 * C_{11}^3 * C_8^2 * C_6^1 * C_5^5 = \frac{15!}{4!*11!} * \frac{11!}{3!*8!} * \frac{8!}{2!*6!} * \frac{6!}{1!*5!} = \frac{15!}{4!*5!*2!*3!1!} = 37837800$$

7. Скільки чотирьохзначних чисел діляться хоча б на одне з чисел 12, 8?

Чотирьохзначні числа 1000;1008;1016;...9992 діляться на 8 і утворюють арифметичну прогресію: $a_1 = 1000$, $a_n = 9992$, $d = 8$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$9992 = 1000 + 8 * (n - 1)$$

$$n = \frac{8992}{8} + 1$$

$$n = 1125$$

Чотирьохзначні числа 1008;1020;...9996 діляться на 12 і утворюють арифметичну прогресію: $a_1 = 1008$, $a_n = 9996$, $d = 12$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$9996 = 1008 + 12 * (n - 1)$$

$$n = \frac{8996}{12} + 1$$

$$n = 750$$

Але половина цих чисел ділиться і на 8: 1008;1032;...9984

Кількість чотирьохзначних чисел, які діляться на 8 і 12 дорівнює $750/2=375$.

Кількість чисел які діляться хоча б на одне з чисел 8,12 дорівнює $375+1125=1500$.

Додаток 2:

Задане додатне ціле число n і невід'ємне ціле число r ($r \leq n$). Розташувати у лексикографічному порядку всі розміщення без повторень із елементів множини $\{1, 2, \dots, n\}$. Побудувати розклад $(x - y)^{11}$.

Код програми:

```
#include <iostream>
```

```
#include <math.h>
```

```
using namespace std;
```

```
int factorial(int a)
```

```
{  
    if (a == 1)  
    {  
        return a;  
    }  
    else if (a == 0)  
    {  
        return 1;  
    }  
    return a * factorial(a - 1);  
}
```

```
long long int koef(int n, int d)
```

```
{  
    return factorial(d) / (factorial(n) * factorial(d - n));  
}
```

```

int main()
{

    long long int x, y;
    cout << "Enter x:";
    cin >> x;
    cout << "Enter y:";
    cin >> y;
    if (x == y) {
        cout << "(x - y)^11 = 0";
        return 0;
    }
    long long int binom = 0;
    for (int i = 0; i <= 11; ++i)
    {
        binom += koef(i, 11) * pow(x, i) * pow(-y, 11 - i);
    }
    cout << "(x - y)^11 = ";
    for (int i = 0; i < 11; ++i)
    {
        if (i % 2)
        {
            cout << " - ";
        }
        else
        {
            i == 0 ?
                cout << " "
                :
                cout << " + ";
        }
        cout << koef(i, 11) << " * (x^" << i << ") * (y^" << 11 - i << ")";
    }
    cout << " = " << binom << "\n";

    int a[50];

    int r;
    cout << "\n\n\n\nEnter r: " << endl;
    cin >> r;
    int n;

```

```
cout << "Enter n: " << endl;
cin >> n;
```

```
if (r <= n) {
    for (int i = 0; i < r - 1; ++i)
    {
        a[i] = 1;
    }
    a[r - 1] = 0;
    bool finish = false;
    int key = 0;

    while (!finish)
    {
        for (int i = r - 1; i >= 0; --i)
        {
            if (a[i] < n)
            {
                a[i]++;
                for (int j = i + 1; j <= r; ++j)
                {
                    a[j] = 1;
                }
                break;
            }
            if (i == 0) {
                finish = true;
                return 0;
            }
        }
        bool check = false;
        for (int i = 0; i < r; i++) {
            for (int j = 0; j < r; j++) {
                if (j != i && a[i] == a[j]) {
                    check = true;
                    break;
                }
            }
        }
    }

    if (!check) {
```

```

        for (int i = 0; i < r; ++i)
        {
            if (a[i] == 0)
            {
                break;
            }
            else
            {
                cout << a[i] << " ";
            }
        }
        cout << endl;
    }
}

}
else {
    cout << "Schedule of lexicographic order is impossible";
}
return 0;
}

```

Результат програми:

```

Enter x:3
Enter y:2
(x - y)^11 = 1 * (x^0) * (y^11) - 11 * (x^1) * (y^10) + 55 * (x^2) * (y^9) - 165 * (x^3) * (y^8) + 330 * (x^4) * (y^7)
- 462 * (x^5) * (y^6) + 462 * (x^6) * (y^5) - 330 * (x^7) * (y^4) + 165 * (x^8) * (y^3) - 55 * (x^9) * (y^2) + 11 * (x^10) * (y^1) = 1

Enter r:
2
Enter n:
3
1 2
1 3
2 1
2 3
3 1
3 2

```

Висновок:

набула практичних вмінь та навичок при комп'ютерній реалізації комбінаторних задач.