



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА

ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ
ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭВМ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

КУРСОВАЯ РАБОТА

НА ТЕМУ:

*Моделирование изображения трёхмерной
сцены с пузырьковыми кластерами*

Студент

ИУ7-55Б
(группа)

(подпись, дата)

А.К. Федченко
(И.О. Фамилия)

Руководитель курсового
проекта

(подпись, дата)

Л.Л. Волкова
(И.О. Фамилия)

Консультант

(подпись, дата)

(И.О. Фамилия)

2024 г.

Введение

Цель: моделирование изображения трёхмерной сцены с пузырьковыми кластерами.

Задачи:

- 1) Провести обзор существующих методов визуализации трёхмерной сцены, обосновать выбор метода;
- 2) Описать метод взаимодействия пузырей;
- 3) Реализовать возможность создания отдельных пузырей;
- 4) Реализовать возможность перемещения отдельных пузырей;
- 5) Реализовать взаимодействия пузырей при построении трёхмерного изображения сцены в динамике.

1 Аналитическая часть

1.1 Поверхностное натяжение

Пузырь существует потому, что поверхность любой жидкости имеет некоторое поверхностное натяжение, которое делает поведение поверхности похожим на поведение чего-нибудь эластичного.

Поверхностное натяжение [1] — это явление, при котором вещество (прежде всего, жидкость) стремится приобрести форму с минимально возможной площадью поверхности. Это достигается за счет наличия сил поверхностного натяжения.

Сферическая форма пузыря также получается за счёт поверхностного натяжения. Силы натяжения формируют сферу потому, что сфера имеет наименьшую площадь поверхности при данном объёме.

1.2 Мембрана между пузырями

Для рассмотрения данных сценариев необходимо сказать о мембране между пузырями. Речь идет о пленке, разделяющей два пузыря. Об ее форме. Общий случай, когда мембрана разделяет два пузыря, радиусы которых различны: $R_1 < R_2$. В этом случае на мембрану действует давление называемое избыточным [2]

$$\Delta P = P_1 - P_2 = 4\sigma \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (1.1)$$

где:

- ΔP — давление действующее на мембрану,
- P_1, P_2 — внутренние давления в первом и втором пузырях соответственно,
- R_1, R_2 — радиусы первого и второго пузырей соответственно,
- σ — коэффициент поверхностного натяжения.

Сила, обусловленная давлением, направлена в сторону большего пузыря, в котором давление меньше. Под влиянием давления ΔP мембрана изогнется и примет такую форму, при которой создаваемое ею давление скомпенсирует давление ΔP . Для этого, очевидно, мембрана должна принять форму участка

сферической поверхности, радиус которой R_M :

$$\frac{1}{R_M} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \quad (1.2)$$

Кривизна мембраны уравнивает разницу давлений.

1.3 Геометрическое построение сложных пузырей

В книге "Мыльные пузыри" [3] Бойс Ч.В. опираясь на книгу "Статика жидкости" Жозефа Плато описал геометрическое построение, позволяющее точно вычертить два пузыря и разделяющую их перегородку.

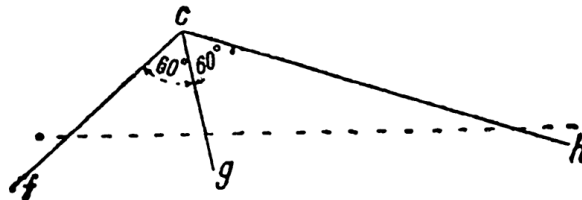


Рис. 68.

Рисунок 1.1

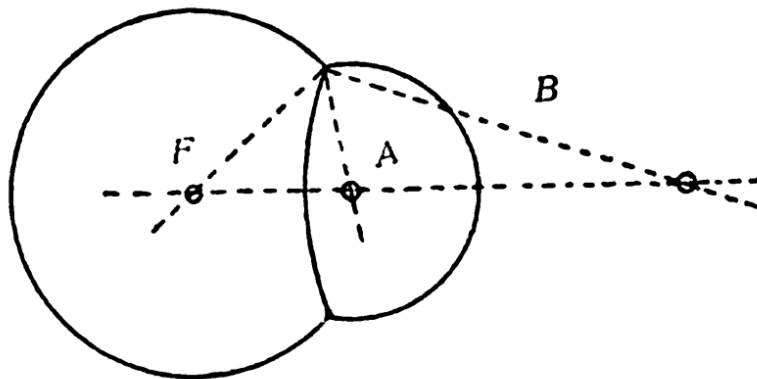


Рис. 69.

Рисунок 1.2

Из какой-либо точки С проведем три линии: Cf, Cg, Ch, образующие два угла по 60° , как показано на рис. 68. Теперь пересечем их четвертой прямой линией, проведенной на рисунке пунктиром. Получившиеся три точки пересечения являются центрами трех окружностей, соответствующих трем возможным пузырям. Точка пересечения средней линии является центром окружности

малого пузыря, из других же двух точек та, которая ближе к С, представляет собой центр второго пузыря, а та, которая находится дальше от С,— центр перегородки. Теперь, устанавливая одну из ножек циркуля последовательно в каждой из этих точек, проводим отрезки окружностей, проходящих через С, как показано на рис. 69, на котором линии рисунка 68 воспроизведены пунктиром, дуги же окружностей — сплошными линиями.

Такое же рассуждение может быть расширено до трёхмерного построения.

1.4 Условия образования кластера, отталкивания и слияния

Основные силы и условия, влияющие на формирование сложных пузырей:

1. Силы поверхностного натяжения

— Поверхностное натяжение является ключевым фактором, определяющим форму и стабильность пузырей. Оно стремится минимизировать площадь поверхности пузыря, что приводит к образованию сферических форм.

— При взаимодействии нескольких пузырей, силы поверхностного натяжения могут вызывать как слияние, так и отталкивание пузырей.

2. Избыточное давление

— Избыточное давление внутри пузыря определяется его радиусом. По формуле Лапласа [4]:

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R}$$

— Разница в избыточном давлении между пузырями может приводить к их слиянию или отталкиванию, в зависимости от их размеров и расстояний между ними.

3. Силы взаимодействия между пузырьками

— Силы взаимодействия между пузырями, такие как силы Ван дер Ваальса, могут способствовать образованию кластеров. При близком расположении пузырей, силы притяжения могут преобладать над силами отталкивания, что приводит к слиянию.

4. Вязкость окружающей среды

— Вязкость воздуха (или жидкости, если пузырьки образуются в

жидкости) влияет на динамику движения пузырей. Более вязкие среды замедляют движение пузырей и могут способствовать образованию более стабильных структур.

5. Температура

— Температура влияет на свойства жидкости и газов, а также на поверхностное натяжение. При повышении температуры поверхностное натяжение может уменьшаться, что может способствовать образованию пузырей.

6. Концентрация поверхностно-активных веществ (ПАВ)

— ПАВ снижают поверхностное натяжение и могут стабилизировать пузырьки, предотвращая их слияние. Они также могут влиять на размер и форму пузырей.

7. Геометрия и размеры пузырей

— Размеры и форма пузырей влияют на их взаимодействие. Меньшие пузырьки могут сливаться с большими, что приводит к образованию более крупных пузырей.

8. Скорость потока воздуха

— В условиях течения воздуха пузырьки могут быть вытянуты или деформированы, что влияет на их стабильность и возможность слияния. Высокая скорость потока может привести к образованию более мелких пузырей.

1.5 Модель взаимодействия двух пузырей при соприкосновении

Поскольку, на данный процесс влияет такое большое количество разных факторов и нет единой системы уравнений для определения того, что именно произойдёт с двумя соприкоснувшимися пузырями, и техническое задание требует визуализации, а не моделирования. Была введена модель для упрощённого определения взаимодействия двух пузырей. Так как, в книге "Мыльные пузыри" [3] Бойса Ч.В. пузырьковый кластер строится при угле соприкосновения равном шестидесяти градусам, примем следующую модель взаимодействия:

- образование кластера при $55 \leq \phi \leq 65$;
- образование одного большого пузыря при $\phi < 55$;

— отталкивание при $65 < \phi$;

где: ϕ — угол соприкосновения пузырей т.е. наименьший угол между радиусами сфер в любой точке соприкосновения.

1.6 Обзор существующих методов визуализации трёхмерной сцены

Был произведён обзор следующих методов визуализации трёхмерных сцен:

1. алгоритм определения видимых поверхностей путём трассировки лучей;
2. алгоритм, использующий Z-буффер;
3. алгоритм плавающего горизонта.

1.6.1 Алгоритм определения видимых поверхностей путём трассировки лучей

Главная идея, лежащая в основе этого метода, заключается в том, что наблюдатель видит любой объект посредством испускаемого неким источником света, который падает на этот объект и затем каким-то путем доходит до наблюдателя. Свет может достичь наблюдателя, отразившись от поверхности, преломившись или пройдя через нее. Если проследить за лучами света, выпущенными источником, то можно убедиться, что весьма немногие из них дойдут до наблюдателя. Следовательно, этот процесс был бы вычислительно неэффективен. Поэтому было предложено отслеживать (трассировать) лучи в обратном направлении, т. е. от наблюдателя к объекту, как показано на рис. 4.67.

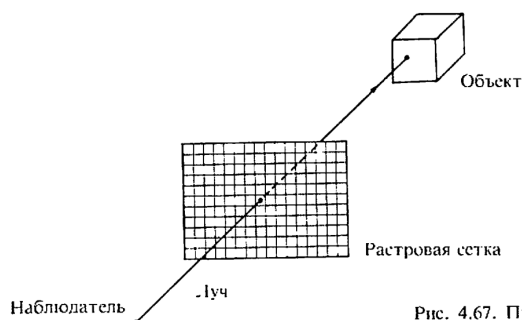


Рис. 4.67. Простая трассировка луча.

Рисунок 1.3

Эти алгоритмы учитывают эффекты отражения одного объекта от поверхности другого, преломления, прозрачности и затенения. Производится также устранение ступенчатости.

Преимущества:

- учитывает эффект отражения одного объекта от поверхности другого;
- учитывает эффект преломления;
- учитывает эффект прозрачности;
- учитывает эффект затенения;
- производит устранение ступенчатости;
- позволяет создавать изображения с высокой степенью реалистичности.

Недостатки:

- требует значительных вычислительных ресурсов;
- реализация может быть сложной для динамических сцен.

1.6.2 Алгоритм, использующий Z-буффер

Этот алгоритм работает в пространстве изображения. Идея z-буфера является простым обобщением идеи о буфере кадра. Буфер кадра используется для запоминания атрибутов (интенсивности) каждого пиксела в пространстве изображения.

z-буфер это отдельный буфер глубины, используемый для запоминания координаты z или глубины каждого видимого пиксела в пространстве изображения. В процессе работы глубина или значение z каждого нового пиксела, который нужно занести в буфер кадра, сравнивается с глубиной того пиксела, который уже занесен в z-буфер. Если это сравнение показывает, что новый пиксел расположен впереди пиксела, находящегося в буфере кадра, то новый пиксел заносится в этот буфер и, кроме того, производится корректировка z-буфера новым значением z . Если же сравнение дает противоположный результат, то никаких действий не производится. По сути, алгоритм является поиском по x и y наибольшего значения функции $z(x, y)$.

Преимущества:

- простота;
- решает задачу об удалении невидимых поверхностей;
- делает тривиальной визуализацию пересечений сложных поверхно-

стей;

- оценка вычислительной трудоемкости алгоритма не более чем линейна и зависит от габаритов пространства изображения.

Недостатки:

- большой объем требуемой памяти.

1.6.3 Алгоритм плавающего горизонта

Алгоритм плавающего горизонта чаще всего используется для удаления невидимых линий трехмерного представления функций, описывающих поверхность в виде:

$$F(x, y, z) = 0$$

Главная идея данного метода заключается в сведении трехмерной задачи к двумерной путем пересечения исходной поверхности последовательностью параллельных секущих плоскостей, имеющих постоянные значения координат x , y или z . Для хранения максимальных и минимальных значений z при каждом значении x используются два массива чисел: массив верхнего горизонта и массив нижнего горизонта.

Преимущества:

- простота;
- метод плавающего горизонта может обрабатывать большие объемы данных в реальном времени.

Недостатки:

- метод плавающего горизонта может не подходить для визуализации данных, которые требуют высокой степени детализации или точности;
- не подходит для реалистичной визуализации с тенями и бликами.

TRASH

1.7 Формула Лапласа

Формула Лапласа [4]:

$$\Delta P = \frac{2\sigma}{R} \quad (1.3)$$

где:

- ΔP — дополнительное давление, создаваемое поверхностью жидкости,
- σ — поверхностное натяжение,
- R — радиус сферической поверхности жидкости.

Существует четыре сценария взаимодействия двух пузырей :

- 1) слияние в один большой пузырь;
- 2) образование пузырькового кластера;
- 3) отталкивание;
- 4) разрушение.

Условия для отталкивания, слияния и образования кластера

Сила натяжения F_s :

Сила натяжения на границе пузырей:

$$F_s = \sigma \cdot L$$

где:

- F_s — сила натяжения действующая на мембрану,
- σ — коэффициент поверхностного натяжения,
- L — длина контура, ограничивающего поверхность жидкости.

В данном случае, L будет равно периметру области соприкосновения.

$$L = 2\pi R_c$$

где радиус области соприкосновения

$$R_c = \frac{R_1 R_2 \sin(\theta)}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1 R_2 \cos(\theta)}}$$

Периметр области соприкосновения:

$$L = \frac{2\pi R_1 R_2 \sin(\theta)}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1 R_2 \cos(\theta)}}$$

Площадь контакта между пузырями:

$$S = \frac{\pi R_1^2 R_2^2 \sin(\theta)^2}{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1 R_2 \cos(\theta)}$$

Условия

1. Условие отталкивания

Пузырьки отталкиваются, если разница в давлении между пузырями больше силы натяжения на единицу площади контакта:

$$|\Delta P| > \frac{F_s}{S}$$

Подставляя значения:

$$\left| 4\sigma \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right| > \frac{\sigma \cdot 2\pi R_c}{\pi R_c^2}$$

$$\left| 4\sigma \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right| > \frac{2 \cdot \sigma}{R_c}$$

$$\left| 4\sigma \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right| > \frac{2 \cdot \sigma}{\frac{R_1 R_2 \sin(\theta)}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1 R_2 \cos(\theta)}}}$$

$$\left| 4\sigma \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right| > \frac{2 \cdot \sigma \cdot \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1 R_2 \cos(\theta)}}{R_1 R_2 \sin(\theta)}$$

2. Условие слияния

Пузырьки сливаются, если разница в давлении между ними меньше силы натяжения на единицу площади контакта:

$$|\Delta P| < \frac{F_s}{S}$$

Подставляя значения:

$$\left| 4\sigma \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right| < \frac{2 \cdot \sigma \cdot \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2 \cos(\theta)}}{R_1R_2 \sin(\theta)}$$

3. Условие образования кластера

Пузырьковый кластер образуется, когда выполняется условие слияния, и пузырьки достаточно близко друг к другу. В этом случае:

$$|\Delta P| = \frac{F_s}{S}$$

Это также может быть выражено как:

$$\left| 4\sigma \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \right| = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2 \cos(\theta)}}{R_1R_2 \sin(\theta)}$$

1.7.1 Слияние

$$\theta = \arccos \left(\frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1||\vec{n}_2|} \right)$$

1.7.2 Образование пузырькового кластера

1.7.3 Отталкивание

1.7.4 Разрушение

1.7.5 Отталкивание

1.7.6 Объединение в один пузырь

1.7.7 Образование кластера

1.8 Сравнительный анализ алгоритмов визуализации

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. КРЫЛОВ А. Б. ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ И СВЯЗАННЫЕ С НИМ ЯВЛЕНИЯ Учебно-методическое пособие. — С. 4.
2. ГЕГУЗИН Я. Е. Библиотечка квант 46. Пузыри.
3. БОЙС Г. МЫЛЬНЫЕ ПУЗЫРИ. ЦЕНТРАЛЬНЫЙ КОМИТЕТ ВСЕСОЮЗНОГО ЛЕНИНСКОГО КОММУНИСТИЧЕСКОГО СОЮЗА МОЛОДЕЖИ ИЗДАТЕЛЬСТВО ДЕТСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.
4. "7.3. Явления на границе раздела газа, жидкости и твердого тела | Физическая термодинамика | МГТУ им. Н.Э. Баумана. Кафедра физики [Электронный ресурс]". "Режим доступа: http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom2/ch7/texthtml/ch7_3_text.htm (дата обращения: 21.10.2024)".