ТФКП, М3238-39

8 апреля 2019 г.

Как находить $\frac{1}{z}$?

В случае прямых (или отрезков): подставить уравнение прямой в $1/z$, выделить вещественную и мнимую часть. Для окружностей использовать параметризацию $Az\overline{z} + Bz + C\overline{z} + D = 0$. Из чисто дробной части функции $w(z)$ выразим z и $\overline{z}$ - подставим их в уравнение окружности.

Как устранить разрез по отрезку в верхней полуплоскости?

Отобразить верхнюю полуплоскость с разрезом по отрезку $[a, a+ih]$ можно так: $w = \sqrt{(z-a)^2 + h^2}$.

Как использовать обратное преобразования для нахождения функций при устранении разреза?

Область $Imz > 0, |z| > R$ на верхнюю полуплоскость переводится функцией $w = \frac{1}{2}(\frac{z}{R} + \frac{R}{z})$.

Как устранять разрез внутри окружности? Обратите внимание на такие разрезы при подготовке к переписыванию!

Круг $|z| < r$ с разрезом по отрезку $[0, r]$ на круг $|w| < 1$ можно перевести функцией: $w = \frac{z+r+i2\sqrt{rz}}{z+r-i2\sqrt{rz}}$.

Что о тригонометрических функциях?

Полуполосу $Imz > 0{,}0 < Rez < h$ на верхнюю полуплоскость переводит функция $w = -\cos\dfrac{\pi z}{h}$ (тригонометрические функции – суперпозиции экспонент и линейных функций, конечно, можно использовать несколько преобразований, это лишь пример как действуют тригонометрические функции).

Что обычно идёт не так?

Часто в устранении разрезов хочется использовать не конформные функции. Следует помнить, что у некоторых функций (z^n, e^z...) есть области конформности.