1
Задача на принцип Дирихле. Включена в предыдущий семинар.
2
Задание выставить правильно для функции: Сюрьективня, иньективная, биективная
Первая часть
$X, Y = R(R \to R)$

Функция	Инъективна	Сюрьективна	Биективная
$f(x) = sin(x)$	-	-	-
$g(x) = 2 \cdot x + 5$	$+$	$+$	$+$
$x + 1$	$+$	$+$	$+$
$x^2 - 3x + 10$	-	-	-
$x^3 + 5x^2 - 8$	-	$+$	-
x^3	$+$	$+$	$+$
$x^4 - 3x^3 + 1$	-	-	-
$\lvert x\rvert$	-	-	-
$\frac{x+1}{x-1}$	$+$	-	-

Область определения последней функции в таблице $R \setminus \{1\} \to R$

Если хотим поставить $'-'$ Инъективность
$sin(0) = sin(2\pi) = 0$
$f(1) = 1 - 3 + 10 = 8$
$f(2) = 4 - 6 + 10 = 8$

Если хотим поставить $'-'$ сюръективность
$sin(x) = 2(x =???)$
$x^2 - 3x + 10 = -100(x =???)$
$|x| = -10(x =???)$

$$\frac{a+1}{a-1} = 1(a =???)$$

Если хотим поставить $'+'$ Инъективность
$f(a) = f(b)$
$2a + 5 = 2b + 5 \to a = b$
$a^3 = b^3 \to a = b$

$$\frac{a+1}{a-1} = \frac{b+1}{b-1}$$

$$ab - a + b - 1 = ab - b + a - 1$$

$$a = b$$

Если хотим поставить $'+'$ сюръективность
$2x + 5 = Y \to x = \frac{Y-5}{2}$
Вторая часть
$R^2 \to R$

Функция	Инъективна	Сюрьективна	Биективная
$f(x, y) = x + y$	-	$+$	-
$x^2 + y^2$	-	-	-

$$0 + 1 = 1 + 0$$

$$Y, 0$$

3 Отображение
Дано множество

$$A = \{10, 11, 12, ...20\}$$

$$f : A \to A$$

$$f(A) = \{(10, 12), (12, 14), (15, 11), (20, 17), (13, 17)\}$$

Найти $f^{-1}(\{13, 17\})$
Решение

$$f^{-1}(\{13\}) = \emptyset$$

$$f^{-1}(\{17\}) = \{13, 20\}$$

$f^{-1}(\{13, 17\}) = \{13, 20\}$
4
Задано множество

$$A = \{1, 2, 7, \{5\}, \{1, \{3, 4, 5\}\}, \{\emptyset\}\}$$

Чему равно $|2^A|$
Решение

$$A = \{1, 2, 7, a, b, c\}$$

Что такое булеан?

$$X = \{a, b, c\}$$

$$2^X = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

$$|2^X| = 2^3 = 8$$

$$|2^A| = 2^{|A|} = 2^6$$

5
Даны множества
$A = \{3, 4, ...10\}$
$B = \{8, 9, ...15\}$
$C = \{15, 16, 20\}$
$D = \{16, 17, 18, 19, 20, 21\}$
Заполнить таблицу
Решение

Функция	Значение	Примеры
$\lvert A \setminus B\rvert$	5	{ 3, 4, 5, 6, 7}
$\lvert A \oplus B\rvert = \lvert A \setminus B\rvert + \lvert B \setminus A\rvert$	10	{ 3, 4, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 14, 15}
$\lvert A \triangle B\rvert$	10	
$\lvert A \times B\rvert$	$8 \cdot 8 = 64$	{ (3, 8), (3, 9), (3, 10) ... }
$\lvert(A \cup B) \times (C \cap D)\rvert$	$13 \cdot 2 = 26$	$\{3, 4, 5...15\} \times \{16, 20\}$

6
Множества. Докажите следующие тождества, используя равносильные преобразования. (номер 14 из Сборника задач Дугинова О.И.)

- $A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$
- $A \cup (\overline{A} \cap B) = A \cup B$
- $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A$

Решение 1

$$
\begin{aligned}
A \setminus (A \setminus B) &= A \cap (\overline{A \setminus B}) \\
&= A \cap (\overline{A \cap \overline{B}}) \\
&= A \cap (\overline{A} \cup B) \\
&= (A \cap \overline{A}) \cup (A \cap B) \\
&= \emptyset \cup (A \cap B) \\
&= A \cap B
\end{aligned} \tag{1}
$$

Решение 2

$$
\begin{aligned}
A \cup (\overline{A} \cap B) &= (A \cup \overline{A}) \cap (A \cup B) \\
&= U \cap (A \cup B) \\
&= A \cup B
\end{aligned} \tag{2}
$$

Решение 3

$$
\begin{aligned}
(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) &= ((A \cup B) \cap A) \cup ((A \cup B) \cap \overline{B}) \\
&= (A \cap A) \cup (B \cap A) \cup (A \cap \overline{B}) \cup (B \cap \overline{B}) \\
&= A \cup (A \cap \overline{B}) \cup \emptyset \\
&= A
\end{aligned} \tag{3}
$$