

Логические операции над высказываниями

anastasiya.zhyrkevich@yandex.ru

Дискретная математика
Семинар 2

15 February, 2020

Краткое содержание

Проверка домашнего задания

Решение уравнений

Полезные преобразования

Доказательство равносильностей

Доказательство равносильностей

TBD

Задание 4 (а)

Задание:

Решите следующее логическое уравнение:

$$(A \rightarrow C) \cdot \overline{((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C))} = \text{True}$$

Задание 4 (а) (cont.)

Задание:

Решите следующее логическое уравнение:

$$(A \rightarrow C) \cdot \overline{((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C))} = \text{True}$$

Решение:

Составим систему

$$\begin{cases} A \rightarrow C = T \\ \overline{((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C))} = T \end{cases}$$

Задание 4 (а) (cont.)

$$\left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow C = T \\ \overline{((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C))} = T \end{array} \right.$$

Первое - неинформативное

Второе - работаем

$$\overline{((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C))} = T$$

Задание 4 (a) (cont.)

$$(B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C) = F$$

Единственный случай:

Система :

$$\begin{cases} B \rightarrow C = T \\ (A \vee B) \rightarrow C = F \end{cases}$$

Задание 4 (а) (cont.)

$$\begin{cases} B \rightarrow C = T \\ (A \vee B) \rightarrow C = F \end{cases}$$

$$\begin{cases} B \rightarrow C = T \\ A \vee B = T \\ C = F \end{cases}$$

Задание 4 (а) (cont.)

$$\begin{cases} B \rightarrow C = T \\ A \vee B = T \\ C = F \end{cases}$$

$$\begin{cases} B = F \\ A \vee B = T \\ C = F \end{cases}$$

$$\begin{cases} B = F \\ A = T \\ C = F \end{cases}$$

Задание 4 (а) (cont.)

$$\begin{cases} B = F \\ A = T \\ C = F \end{cases}$$

Возвращаемся к $A \rightarrow C = T$

Оно неверное.

Ответ: Решений нет.

Задание 4 (а) (cont.)

Резюме решения:

$$\left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow C = T \\ \hline ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C)) = T \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow C = T \\ (B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C) = F \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow C = T \\ B \rightarrow C = T \\ (A \vee B) \rightarrow C = F \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A \rightarrow C = T \\ B \rightarrow C = T \\ A \vee B = T \\ C = F \end{array} \right.$$

Задание 4 (6)

Задание:

Решите следующее логическое уравнение:

$$((A \cdot B) \sim C) \rightarrow (C \vee \bar{A}) = \textit{False}$$

Задание 4 (6) (cont.)

Задание:

Решите следующее логическое уравнение:

$$((A \cdot B) \sim C) \rightarrow (C \vee \bar{A}) = \textit{False}$$

Решение:

$$\begin{cases} ((A \cdot B) \sim C) = T \\ C \vee \bar{A} = F \end{cases}$$

Задание 4 (6) (cont.)

$$\begin{cases} ((A \cdot B) \sim C) = T \\ C \vee \bar{A} = F \end{cases}$$

$$\begin{cases} ((A \cdot B) \sim C) = T \\ C = F \\ \bar{A} = F \end{cases}$$

$$\begin{cases} ((A \cdot B) \sim C) = T \\ C = F \\ A = T \end{cases}$$

Задание 4 (6) (cont.)

$$\begin{cases} A \cdot B = F \\ C = F \\ A = T \end{cases}$$

$$\begin{cases} B = F \\ C = F \\ A = T \end{cases}$$

Задание 4 (6) (cont.)

Ответ:

$$\begin{cases} B = F \\ C = F \\ A = T \end{cases}$$

Задание 4 (г)

Задание:

Решите следующее логическое уравнение:

$$(\overline{(A \sim B)} \cdot \overline{(A \sim C)}) \rightarrow \overline{(A \sim (B \cdot D))} = \textit{False}$$

Задание 4 (г) (cont.)

Задание:

Решите следующее логическое уравнение:

$$((\overline{A \sim B}) \cdot \overline{(A \sim C)}) \rightarrow \overline{(A \sim (B \cdot D))} = \text{False}$$

Решение:

$$\begin{cases} ((\overline{A \sim B}) \cdot \overline{(A \sim C)}) = T \\ \overline{(A \sim (B \cdot D))} = F \end{cases}$$

Задание 4 (г) (cont.)

$$\begin{cases} ((\overline{A \sim B}) \cdot \overline{(A \sim C)}) = T \\ \overline{(A \sim (B \cdot D))} = F \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{(A \sim B)} = T \\ \overline{(A \sim C)} = T \\ A \sim (B \cdot D) = T \end{cases}$$

Задание 4 (г) (cont.)

$$\begin{cases} \overline{(A \sim B)} = T \\ \overline{(A \sim C)} = T \\ A \sim (B \cdot D) = T \end{cases}$$

$$\begin{cases} A \sim B = F \\ A \sim C = F \\ A \sim (B \cdot D) = T \end{cases}$$

Задание 4 (г) (cont.)

$$\begin{cases} A \sim B = F \\ A \sim C = F \\ A \sim (B \cdot D) = T \end{cases}$$

Рассмотрим 2 случая

Пусть $A = T$, Тогда

$$\begin{cases} A = T \\ B = F \\ C = F \\ B \cdot D = T \end{cases}$$

Противоречие

Задание 4 (г) (cont.)

$$\begin{cases} A \sim B = F \\ A \sim C = F \\ A \sim (B \cdot D) = T \end{cases}$$

Рассмотрим второй случай

Пусть $A = F$, Тогда

$$\begin{cases} A = F \\ B = T \\ C = T \\ B \cdot D = T \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = F \\ B = T \\ C = T \\ D = F \end{cases}$$

Преобразования:

1. $A \rightarrow B = \overline{A} \vee B$

2. $A \cdot (B \vee C) = (A \cdot B) \vee (A \cdot C)$

3. $\overline{A} \vee (A \cdot B) = \overline{A} \vee B$

Доказать

$$\overline{A} \vee (A \cdot B) = \overline{A} \vee B$$

Задание 5 (а)

Задание:

Докажите следующую равносильность без использования таблиц истинности:

$$(A \cdot (B \vee \overline{C})) \vee \overline{A} \vee (B \cdot C) \vee (A \cdot \overline{C}) \equiv \overline{A} \vee B \vee \overline{C}$$

Задание 5 (a) (cont.)

Задание:

Докажите следующую равносильность без использования таблиц истинности:

$$(A \cdot (B \vee \overline{C})) \vee \overline{A} \vee (B \cdot C) \vee (A \cdot \overline{C}) \equiv \overline{A} \vee B \vee \overline{C}$$

Решение:

Преобразуем левую часть

$$(A \cdot (B \vee \overline{C})) \vee \overline{A} \vee (B \cdot C) \vee (A \cdot \overline{C})$$

Задание 5 (a) (cont.)

$$(A \cdot (B \vee \overline{C})) \vee \overline{A} \vee (B \cdot C) \vee (A \cdot \overline{C}) \equiv$$

$$[\textbf{FORMULA} : A \cdot (B \vee C) = (A \cdot B) \vee (A \cdot C)]$$

$$(A \cdot B) \vee (A \cdot \overline{C}) \vee \overline{A} \vee (B \cdot C) \vee (A \cdot \overline{C}) \equiv$$

Задание 5 (a) (cont.)

$$(A \cdot B) \vee (A \cdot \overline{C}) \vee \overline{A} \vee (B \cdot C) \vee (A \cdot \overline{C}) \equiv$$

(Одинаковые конъюнкции)

$$(A \cdot B) \vee (A \cdot \overline{C}) \vee \overline{A} \vee (B \cdot C) \equiv$$

Задание 5 (a) (cont.)

$$(A \cdot B) \vee (\mathbf{A} \cdot \overline{\mathbf{C}}) \vee \overline{\mathbf{A}} \vee (B \cdot C) \equiv$$

$$[\mathbf{FORMULA} : \overline{\mathbf{A}} \vee (A \cdot B) = \overline{\mathbf{A}} \vee B]$$

$$(A \cdot B) \vee \overline{\mathbf{C}} \vee \overline{\mathbf{A}} \vee (B \cdot C) \equiv$$

Задание 5 (a) (cont.)

$$(A \cdot B) \vee \overline{C} \vee \overline{A} \vee (B \cdot C) \equiv$$

$$[\textbf{FORMULA} : \overline{A} \vee (A \cdot B) = \overline{A} \vee B]$$

$$B \vee \overline{C} \vee \overline{A} \vee (B \cdot C) \equiv$$

$$B \vee \overline{C} \vee \overline{A} \vee B \equiv$$

$$B \vee \overline{C} \vee \overline{A}$$