

Группа N3149 _____ К работе допущен _____

Студент Синюта Анастасия Анатольевна Работа выполнена _____

Преподаватель Иванов Виктор Юрьевич Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1

1. Цель работы.

1. Провести многократные измерения определенного интервала времени.
2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

Изучение теории вероятности из выборочной совокупности, содержащей N значений случайной величины.

3. Объект исследования.

Распределение случайной величины.

4. Метод экспериментального исследования.

Многократное измерение интервалов времени.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

Функция Гаусса

$$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right).$$

Среднеарифметическое всех результатов измерений

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} (t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i,$$

Выборочное среднеквадратичное отклонение

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle)^2}.$$

Вероятность попадания результата измерения в интервал $[t_1, t_2]$

$$P(t_1 < t < t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \rho(t) dt \approx \frac{N_{12}}{N}$$

$$\rho_{\max} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot \begin{matrix} t \in [\langle t \rangle - \sigma, \langle t \rangle + \sigma], & P_{\sigma} \approx 0,683 \\ t \in [\langle t \rangle - 2\sigma, \langle t \rangle + 2\sigma], & P_{2\sigma} \approx 0,954 \\ t \in [\langle t \rangle - 3\sigma, \langle t \rangle + 3\sigma], & P_{3\sigma} \approx 0,997 \end{matrix}$$

Среднеквадратичное отклонение среднего значения

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$$

Доверительный интервал для измеряемого в работе промежутка времени

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle},$$

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер цифровой	Электрический	4,60 сек. – 5,78 сек.	0,001 сек.
2	Секундомер стрелочный	Механический	4,60 сек. – 5,78 сек.	0,001 сек.

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

В работе используются устройство или прибор, в котором происходит периодический процесс с частотой порядка нескольких десятых долей герца (часы с секундной стрелкой, стрелочный секундомер, математический или физический маятник) и цифровой секундомер, с ценой деления не более 0,01 с. Первый прибор задает интервал времени, который многократно измеряется цифровым секундомером.

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

№	t_i, c	$t_i - \langle t \rangle_N, c$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, c^2$
1	5,00	-0,21	0,046
2	4,98	-0,23	0,055
3	5,06	-0,15	0,024
4	5,61	0,40	0,156
5	4,66	-0,55	0,308
6	4,85	-0,36	0,133
7	5,41	0,20	0,038
9	5,34	0,13	0,016
10	5,17	-0,04	0,002
11	5,75	0,54	0,287
12	5,34	0,13	0,016
13	4,97	-0,24	0,060
14	4,83	-0,38	0,148

15	5,17	-0,04	0,002
16	4,99	-0,22	0,050
17	5,77	0,56	0,308
18	5,18	-0,03	0,001
19	4,91	-0,30	0,093
20	5,20	-0,01	0,000
21	4,70	-0,51	0,265
22	5,19	-0,02	0,001
23	5,35	0,14	0,018
24	4,85	-0,36	0,133
25	4,75	-0,46	0,216
26	5,30	0,09	0,007
27	5,69	0,37	0,133
28	4,73	0,48	0,226
29	5,52	-0,48	0,235
30	5,42	0,31	0,093
31	5,66	0,21	0,042
32	5,72	0,45	0,198
33	5,41	0,51	0,255
34	4,78	0,20	0,038
35	4,68	-0,43	0,189
36	5,08	-0,53	0,286
37	4,60	-0,13	0,018
38	5,11	-0,61	0,378
39	5,38	-0,10	0,011
40	5,47	0,17	0,027
41	4,89	0,26	0,065
42	5,33	-0,32	0,105
43	5,24	0,12	0,013
44	5,19	0,03	0,001
45	5,78	-0,02	0,001
46	4,97	0,57	0,320
47	5,22	-0,24	0,060
48	5,69	0,01	0,000
49	5,47	0,48	0,226
50	5,58	0,26	0,065

Расчет результатов косвенных измерений (для прямых и косвенных измерений).

$$\langle t \rangle_N = 5,21 \text{ с.}$$

$$\sum_{i=1, N} (T_i - \langle T \rangle_N) = -0,21 \text{ см.}$$

$$\sigma_N = 0,33 \text{ см.}$$

$$\rho_{\max} = 0,29 \text{ с}^{-1}$$

$$T_{\min} = 4,6 \text{ и}$$

$$T_{\max} = 5,78$$

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Интервал	[4,60; 4,73)	[4,73; 4,91)	[4,91; 5,20)	[5,20; 5,34)	[5,34; 5,52)	[5,52; 5,72)	[5,72; 5,78]
ΔN	2	7	10	17	9	4	1
$\Delta N/N/\Delta t$	0,22	0,78	0,69	2,43	1,00	0,4	0,33
x	[4,60; 4,73)	[4,73; 4,91)	[4,91; 5,20)	[5,20; 5,34)	[5,34; 5,52)	[5,52; 5,72)	[5,72; 5,78]
p	0,24	0,82	1,18	2,00	1,06	0,47	0,12
	0,22	0,78	0,69	2,43	1	0,4	0,33

Стандартные доверительные интервалы

	от	до	ΔN	$\Delta N/N$	p
$\langle t \rangle N \pm \delta N$	4,88	5,55	30	0,600	0,68
$\langle t \rangle N \pm 2\delta N$	4,55	5,88	50	1,000	0,95
$\langle t \rangle N \pm 3\delta N$	4,22	6,21	50	1,000	0,99

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

Расчет случайной погрешности.

$$\sigma\langle t \rangle = \text{Sigma}/\sqrt{N} = 0,33/8 = 0,05$$

Доверительный интервал случайной погрешности.

$$\Delta \underline{X} = t(\alpha, n) * \sigma\langle X \rangle = 0,09 \text{ см.}$$

Общая абсолютная погрешность приборов.

$$\Delta_{\text{и}} = 0,001 \text{ см.}$$

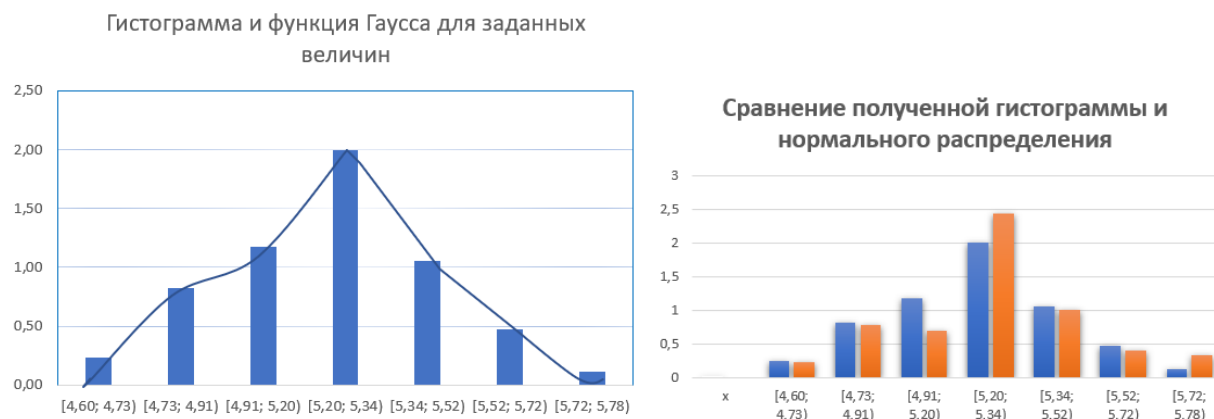
Абсолютная погрешность измерения.

$$\Delta_x = \sqrt{\Delta_{\bar{x}}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{\text{иx}}\right)^2} = 0,09 \text{ см}$$

Относительная погрешность.

$$\varepsilon = \Delta x / \langle X \rangle * 100\% = 0,07 / 5,04 * 100 = 1,7 \%$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).



12. Окончательные результаты.

Исходя из графика, можно выявить закономерность случайных значений.

Полученные значения приблизительно описываются функцией Гаусса.

Вычислили среднее значение и среднеквадратичное отклонение среднего значения.

(a) $\langle t \rangle N = 5,21$ с.

(b) $\sigma \langle t \rangle = 0,05$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе данной работы мы научились находить выборочное среднее значение, а также среднеквадратичное отклонение, и научились строить гистограмму и график функции распределения Гаусса. Так как график функции Гаусса и построенная гистограмма при наложении друг на друга похожи, а также зная схожесть процентов о верительных интервалах, мы можем сделать вывод о том, что интервал времени в пять секунд подчиняется закону нормального распределения.

14. Дополнительные задания.

15. Выполнение дополнительных заданий.

16. Замечания преподавателя (*исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт*).

- Примечание:**
1. Пункты 1-13 Протокола-отчета обязательны для заполнения.
 2. Необходимые исправления выполняют непосредственно в протоколе-отчете.
 3. Для построения графиков используют только миллиметровую бумагу.
 4. Приложения 1 и 2 вкладывают в бланк протокола-отчета.