

## Лабораторная работа 2.04

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ

**Цель работы** – определение коэффициента внутреннего трения касторового масла методом Стокса. Проверка справедливости формулы Стокса для шариков разного диаметра.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В жидкостях (газах) при движении одних слоев относительно других возникают силы трения, направленные по касательной к поверхности слоев. Величина силы внутреннего трения  $F$  между соседними слоями пропорциональна их площади  $\Delta S$  и градиенту скорости  $\frac{dv}{dx}$  слоев, то есть справедливо соотношение

$$F = \eta \frac{dv}{dx} \Delta S. \quad (1)$$

Выражение (1) можно рассматривать как определение коэффициента вязкости (или внутреннего трения)  $\eta$ . Величина  $\eta$  определяется природой жидкости и обычно существенно зависит от ее температуры. В системе СИ коэффициент вязкости  $\eta$  измеряется в Па·с.

Градиент скорости  $\frac{dv}{dx}$  показывает, как меняется скорость слоев жидкости в пространстве при перемещении точки наблюдения в направлении, перпендикулярном слоям. Понятие градиента скорости иллюстрируется рис. 1

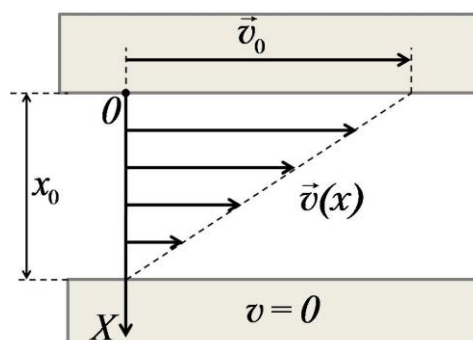


Рис. 1. Распределение скорости слоев масла при постоянном градиенте скорости

$$\frac{dv}{dx} = \text{const} = \frac{v_0}{x_0}.$$

При падении тела, например, небольшого шарика (см. рис.2) в жидкости окружающие тело слои жидкости приходят в движение. Если скорость шарика невелика, завихрений в жидкости не образуется, мы будем рассматривать именно такой случай. Металлический шарик смачивается маслом, поэтому мы фактически наблюдаем взаимодействие покрывающего его тонкого слоя масла и слоев, на которые разбивается жидкость в сосуде из-за движения шарика. За счёт сил вязкого трения в движение вовлекаются удаленные от шарика слои, взаимодействие между ними

весьма велико, что сказывается на движении шарика. Скорость слоёв жидкости, непосредственно прилегающих к шару, совпадает с его скоростью, скорость остальных слоёв убывает по мере удаления от шарика. Из-за наличия градиента скорости слоёв жидкости на шарик действует сила внутреннего трения, зависящая от коэффициента вязкости  $\eta$ . Эта сила прямо пропорциональна скорости шарика, поэтому, попадая в масло, он движется всё медленнее, а затем его скорость достигает некоторого постоянного значения. Определить величину коэффициента вязкости можно, измерив установившуюся скорость и размеры шарика.

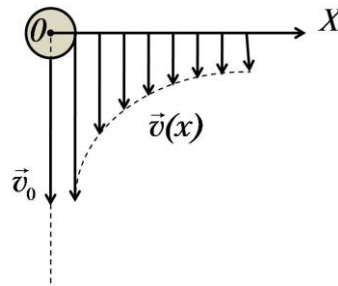


Рис.2. Распределение скорости в жидкости вблизи падающего шарика.

Согласно закону Стокса, на шарик, движущийся в безграничной жидкости с малой скоростью  $v$ , действует сила сопротивления среды

$$F = 6\pi\eta vr \quad (2)$$

где  $\eta$  – коэффициент вязкости жидкости;  $v$  – скорость шарика;  $r$  – его радиус.

Опыт проводится в цилиндрическом сосуде. С учетом влияния стенок цилиндра на движение шарика формула (2) приобретает вид

$$F = 6\pi\eta vr / k, \quad (3)$$

$$k = \frac{1}{1 + \frac{2,4r}{R}}, \quad (4)$$

где  $k$  – поправочный коэффициент;  $R$  – радиус цилиндра. Предполагается, что  $r \ll R$ .

Кроме силы сопротивления  $F$ , на шарик действует сила тяжести

$$mg = \rho Vg, \quad (5)$$

и сила Архимеда

$$F_A = \rho_0 Vg. \quad (6)$$

здесь  $\rho$  – плотность шарика;  $V$  – его объем;  $g$  – ускорение свободного падения,  $\rho_0$  – плотность жидкости.

Если движение шарика имеет установившийся характер, то есть его скорость  $v = const$ , то

$$F_A + F = mg. \quad (7)$$

Подставляя (3), (5), (6) в (7), получаем

$$6\pi\eta vr / k = Vg(\rho - \rho_0). \quad (8)$$

Откуда, учитывая, что

$$V = 4/3(\pi r^3), \quad (9)$$

Находим

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{r^2 (\rho - \rho_0)}{v} gk, \quad (10)$$

Таким образом, определение коэффициента вязкости  $\eta$  сводится к измерению скорости  $v$  падения шарика в жидкости и его радиуса  $r$ . Плотности шарика и жидкости  $\rho$  и  $\rho_0$  указаны на установке.

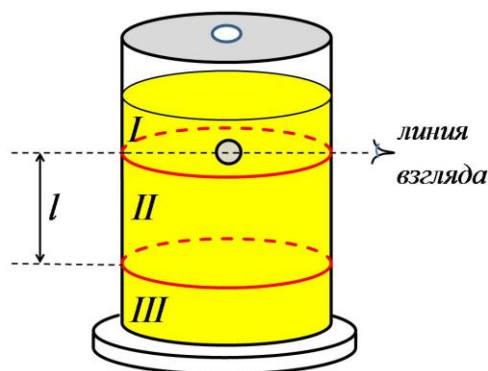


Рис. 3. Схема установки

Лабораторная установка (см. рис. 3) состоит из высокого стеклянного цилиндра, заполненного маслом. Сверху имеется крышка с отверстием по оси цилиндра. На боковую поверхность цилиндра нанесены риски. Для устранения влияния параллакса момент прохождения шариком риски фиксируется при нахождении на одной линии шарика и риск на противоположных образующих цилиндра. На рис. 3 показано правильное направление взгляда наблюдателя. Необходимо измерять координату шарика, зажмурив один глаз. Для того, чтобы потренироваться следить за движением шарика в масле и измерять время при прохождении им риск, вы получите один дополнительный шарик для пробного броска. Измерять его диаметр не нужно. Скорость падения шарика определяется по формуле

$$v = l/t, \quad (11)$$

где  $t$  – время прохождения расстояния  $l$ . При этом верхняя риска должна отстоять от поверхности жидкости, как минимум, на 5 см (см. область I на рис.3), чтобы движение шарика стало равномерным. Нижняя риска должна находиться на таком же расстоянии от дна сосуда (см. область III на рис.3), чтобы замедление шарика в нижних слоях жидкости не отразилось на результатах измерений.

Диаметр шарика определяется с помощью измерительного микроскопа.

## ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Получить у дежурного инженера 4 шарика, один будет использоваться, как пробный, три остальных нужны для проведения измерений.
2. Выбрать риски на сосуда с маслом, измерить линейкой расстояние  $l$  и оценить его погрешность, записать результаты в таблицу 1. Рекомендуемая величина  $l$  не меньше 15 см. Провести с пробным шариком опыт по определению скорости его падения в масле.

Занести в таблицу 1 параметры установки -  $R$ ,  $\rho$ ,  $\rho_0$ , и цену деления микроскопа  $\alpha$ .

Таблица 1.

$(R \pm \Delta R) \text{ см}$	
$(\rho \pm \Delta \rho) \text{ кг / м}^3$	
$(\rho_0 \pm \Delta \rho_0) \text{ кг / м}^3$	
$(\alpha \pm \Delta \alpha) \text{ мм / дел}$	
$(l \pm \Delta l) \text{ см}$	

3. По очереди измерить диаметры оставшихся шариков. Для этого необходимо поместить шарик на предметное стекло микроскопа, вращая барабан микроскопа, выставить перекрестие в центре поля зрения (двойной штрих на шкале должен находиться на метке 4 (см рис.4)), вращая регулировочный винт микроскопа, добиться резкого изображения и, перемещая предметное стекло, расположить шарик в центре поля зрения.

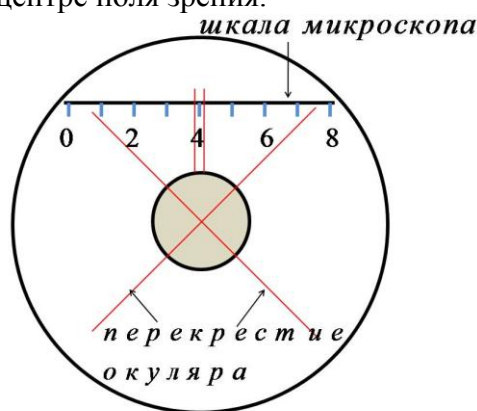


Рис 4. Положение перекрестия в центре поля зрения.

4. Любой микроскоп имеет люфт. Для того, чтобы он не повлиял на результаты при выполнении измерений необходимо установить перекрестие с одной стороны от шарика (например, слева) и перемещать его при измерениях только в противоположную сторону (например, вправо см. рис. 5)

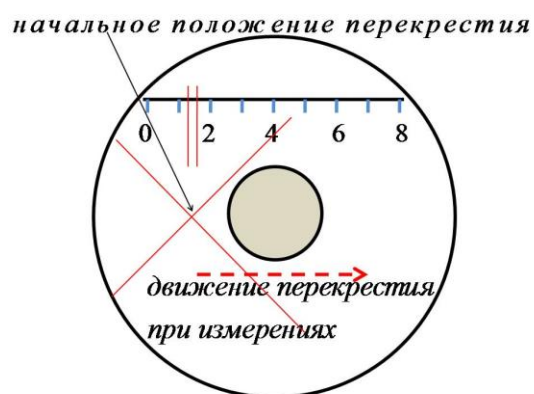


Рис 5. Движение перекрестия микроскопа во время измерения диаметра шарика

Записать отсчёт  $x_1$  по линейной шкале микроскопа, которую вы видите в окуляре (целые деления) и по барабану микromетра (сотые доли). Переместить перекрестие на правый край шарика и записать отсчет  $x_2$ . Повторить 4-5 раз измерения  $x_1$  и  $x_2$ ,

поворачивая шарик в поле зрения вокруг вертикальной оси. Результаты измерений занести в таблицу 2.

Первый шарик					
N опыта	1	2	3	4	5
$x_2$ дел					
$x_1$ дел					
$d$ дел					
$(\bar{d} \pm \Delta \bar{d})$ дел					
$(r \pm \Delta r)$ мм					
$(t \pm \Delta t)$ с					
$(v \pm \Delta v)$ м / с					
$(\eta \pm \Delta \eta)$ Па · с					

5. Повторить п. 3-4 с двумя другими шариками. Заполнить таблицы 3 и 4, аналогичные таблице 2 для второго и третьего шариков.

6. При оформлении отчета найти значения диаметра каждого шарика в делениях шкалы микроскопа  $d = x_2 - x_1$ , и усреднить их для каждого шарика.

7. По среднему значению диаметра вычислить средний радиус шарика

$$r = \alpha \bar{d} / 2 . \quad (12)$$

Здесь  $\alpha$  – цена деления микроскопа.

8. Вычислить скорости падения шариков по формуле (11).

9. Вычислить по формуле (10) с учетом (4) значения коэффициента вязкости. Для каждого шарика найти погрешность  $\Delta \eta$  измерения коэффициента вязкости.

## РАСЧЕТ ПОГРЕШНОСТИ

Согласно (10),

$$\frac{\Delta \eta}{\eta} = \left[ \left( 2 \frac{\Delta r}{r} \right)^2 + \left( \frac{\Delta v}{v} \right)^2 + \left( \frac{\Delta g}{g} \right)^2 + \frac{(\Delta \rho)^2 + (\Delta \rho_0)^2}{(\rho - \rho_0)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

Погрешность  $\frac{\Delta k}{k}$  весьма мала, ею можно пренебречь. Относительную погрешность скорости шарика определим из (11)

$$\frac{\Delta v}{v} = \sqrt{\left( \frac{\Delta l}{l} \right)^2 + \left( \frac{\Delta t}{t} \right)^2} \quad (14)$$

Относительная погрешность среднего радиуса шарика

$$\frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta d}{d}, \quad (15)$$

здесь  $\Delta d$  определяется по результатам повторных измерений величины диаметра для каждого шарика,  $N$  - число измерений.

$$\Delta d = K_s \sqrt{\frac{\sum_i (d_i - \bar{d})^2}{N(N-1)}} \quad (16)$$

В отчёте следует привести значения коэффициентов вязкости, полученные для каждого шарика, указать их погрешности.

Сделать вывод, влияет ли размер шарика на результат.

### Контрольные вопросы

1. Каков физический смысл коэффициента вязкости жидкости?
2. В чем заключается метод Стокса определения коэффициента вязкости жидкости?
3. Какие силы действуют на шарик при его падении в жидкости?
4. Почему по движению шарика мы судим о трении между слоями жидкости, а не о трении между шариком и жидкостью?
5. Почему коэффициент вязкости жидкости зависит от температуры?
6. Почему скорость падения шарика зависит от диаметра сосуда?
7. Имеется два стальных шарика разного диаметра. У какого из них скорость падения в одной и той же жидкости будет больше?
8. Начертите примерный вид графиков зависимости ускорения от скорости шарика от времени, начиная от *момента бросания*.

### Список литературы

1. Савельев И.В. Курс физики (в трех томах), т. 1,-М. Наука, 1990.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики, М. Высшая школа, 2000.
3. Курепин В.В., Баранов И.В. Обработка экспериментальных данных: Метод. указания к лабораторным работам для студентов всех спец./ Под ред. В.А. Самолетова. – СПб.: СПбГУНиПТ, 2003. – 57 с.