

---

Группа N3149 К работе допущен \_\_\_\_\_

Студент Синюта Анастасия Работа выполнена \_\_\_\_\_

Преподаватель Иванов Виктор Юревич Отчет принят \_\_\_\_\_

---

## Рабочий протокол и отчет по Проектной работе №1

---

---

### Вариант 1. Исследование баллистического движения.

---

#### 1. Формулировка задания.

Баскетболист может бросить мяч со скоростью  $v_0$  в любом направлении. Найти, как далеко долетит мяч. Сопротивлением воздуха (силой сопротивления среды) пренебречь.

Написать программу, которая

- а) рассчитает, как далеко долетит мяч, в зависимости от начальной скорости и направления
- б) при введенных координатах баскетбольного кольца  $x$  и  $y$  (продольная координата и высота) рассчитает начальную скорость и угол, под которым нужно бросить мяч.

Проведите численный эксперимент по исследованию траектории мяча в зависимости от начальной скорости и угла.

Сравните с аналитическим решением полученный результат.

Добавьте в расчет сопротивление среды. Как изменится полученный результат?

Проведите численный эксперимент по исследованию траектории мяча в зависимости от начальной скорости и угла и коэффициента сопротивления среды.

#### 2. Аналитическое решение.

# Аналитическое решение.

Дано:  $v_0, \alpha$

Найти:  $x_{max}, y_{max}$

Решение:

1) без сопротивления

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \Delta t + \frac{a \Delta t^2}{2} \quad (\text{уравнение движения})$$

$$x(t) = v_{0x} \Delta t = v_0 \cos \alpha \cdot \Delta t$$

$$(v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha)$$

$$y(t) = v_{0y} \Delta t - \frac{g \Delta t^2}{2} = v_0 \sin \alpha \cdot \Delta t - \frac{g \Delta t^2}{2}$$

$$(v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha; v_{0y} = v_0 \sin \alpha)$$

а) Известно, что шар окажется в точке C в момент времени  $\tilde{t}$  и  $v_y(\tilde{t}) = 0 \Rightarrow \tilde{t} = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}$

$$y_{max} = y(\tilde{t}) = v_0 \sin \alpha \cdot \tilde{t} - \frac{g \tilde{t}^2}{2}$$

В точке B шар окажется в момент времени  $2\tilde{t}$   
 $\Rightarrow x_{max} = x(2\tilde{t}) = 2 \cdot v_0 \cos \alpha \cdot \tilde{t}$

б) Баскетбольное кольцо находится в точке C( $\tilde{x}, y_{max}$ )

4 обратное движение:  $y(0) = y_{max}; y(\tilde{t}) = 0; v_y(0) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_{0y} = g \tilde{t} \quad v_0 = \frac{v_{0y}}{\sin \alpha} = \frac{g \tilde{t}}{\sin \alpha}$$

$$y(t) = y_{max} - \frac{g t^2}{2} \quad y_{max} = y(t) + \frac{g t^2}{2}$$

$$y_{max} = y(\tilde{t}) + \frac{g \tilde{t}^2}{2} = \frac{g \tilde{t}^2}{2} \Rightarrow \tilde{t} = \sqrt{\frac{2 y_{max}}{g}}$$

$$\text{Знаем, что } \tilde{x} = v_0 \cos \alpha \cdot \tilde{t} = g \tilde{t}^2 \cdot \cot \alpha$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{\tilde{x}}{g \tilde{t}^2}\right)$$

Формула для численного решения:

$$y(x) = x \cdot \tg \alpha - \frac{g x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}$$

2) С сопротивлением

$$\vec{F} = m \vec{a} \text{ или } \vec{F} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$$

$$F_x = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad F_y = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$\vec{a} = k m \vec{v} \quad a_x = k m v_x \quad a_y = k m v_y$$

$$F_{Tx} = 0 \quad F_{Ty} = mg$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 x}{dt^2} = -k \frac{dx}{dt} & v_{0x} = \frac{dx}{dt}(t=0) = v_0 \cos \alpha \\ \frac{d^2 y}{dt^2} = -k \frac{dy}{dt} - g & v_{0y} = \frac{dy}{dt}(t=0) = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -k v_x \\ \frac{dv_y}{dt} = -k v_y - g \end{cases} + \begin{cases} \frac{dx}{dt} = v_x \\ \frac{dy}{dt} = v_y \end{cases}$$

Формулы для численного решения:

$$[t_0, t_n]; t_0 = 0; h = \frac{t_n}{n}; v_x(t_0) = v_0 \cos \alpha; v_y(t_0) = v_0 \sin \alpha$$

$$t_i = t_0 + i h \quad i = \{0, 1, \dots, n\}$$

$$v_x(i+1) = v_x(i) - k v_x(i)(t_{i+1} - t_i)$$

$$v_y(i+1) = v_y(i) - k v_y(i)(t_{i+1} - t_i) - g(t_{i+1} - t_i)$$

$$x_{i+1} = x_i + v_x(i)(t_{i+1} - t_i) \quad x_0 = 0$$

$$y_{i+1} = y_i + v_y(i)(t_{i+1} - t_i) \quad y_0 = 0$$

### 3. Численное решение. Код программы.

```
#include <iostream>
#include <math.h>

using namespace std;

constexpr auto M_PI = 3.14159265358979323846;
const double pi = M_PI;
double g = 9.8;      //Ускорение свободного падения
double K = 0.47;      //Коэффициент сопротивления воздуха

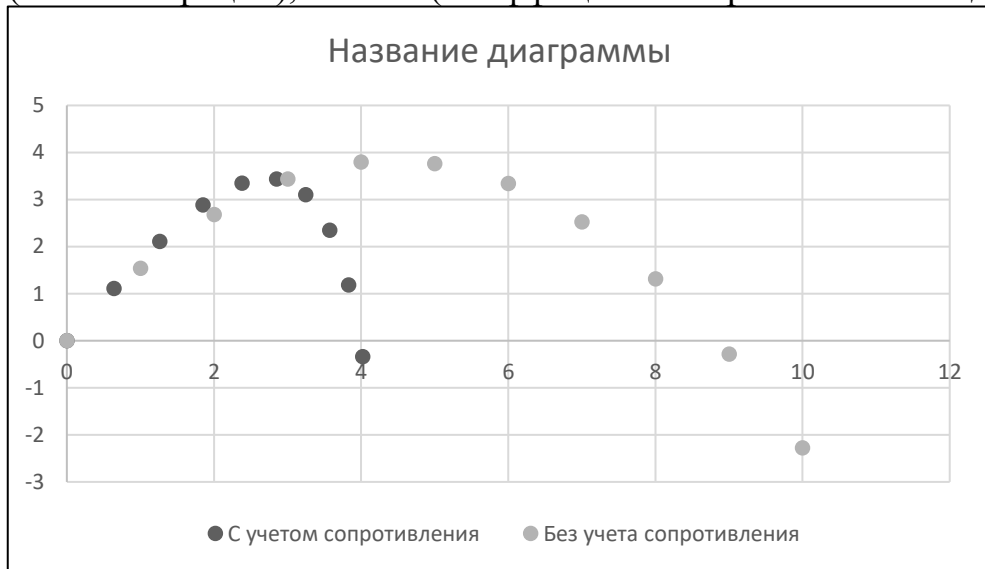
void Task1()
{
    cout << "Задание 1.1 а):" << endl;
    cout << "-----" << endl;
    cout << "Известны начальная скорость мяча V0 и угол а от оси OX, под которым  
бросили мяч." << endl;
    cout << "Найти координату x точки, в которой приземлится мяч." << endl;
    cout << "-----" << endl;
    cout << "Введите значения V0(м/с) и а(°) через пробел: ";
    double V0, a, x;
    cin >> V0 >> a;
    a = a * pi / 180;
    double t = V0 * sin(a) / g;
    x = 2 * V0 * cos(a) * t;
    cout << "Ответ: " << x << " м" << endl << endl << endl;
}

void Task2()
{
    cout << "Задание 1.1 б):" << endl;
    cout << "-----" << endl;
    cout << "Известны координаты x и y точки, в которой находится кольцо." <<
endl;
    cout << "Найти начальную скорость мяча V0 и угол а от оси OX, под которым  
нужно бросить мяч, чтобы забросить в кольцо." << endl;
    cout << "-----" << endl;
    cout << "Введите x(м) и y(м) через пробел: ";
    int x, y;
    cin >> x >> y;
    double t = sqrt(2 * y / g);
    double a = atan(x / (g * t * t));
    double V0 = g * t / sin(a);
    a = a * 180 / pi;
    cout << "Ответ: " << V0 << " м/с, " << a << "°" << endl;
}

int main()
{
    setlocale(LC_ALL, "Russian");
    Task1();
    Task2();
}
```

#### 4. Графики и вывод.

График, построенный в среде Excel, для данных  $v_0 = 10$  м/с,  $\alpha = 60^\circ$ ,  $N=15$  (Число итераций),  $K=0.47$  (Коэффициент сопротивления воздуха).



Вывод программы на языке C++ для данных:  $V_0=10$ ,  $\alpha=60$ ,  $x=3$ ,  $y=5$ :

Задание 1.1 а):

-----  
Известны начальная скорость мяча  $V_0$  и угол  $\alpha$  от оси OX, под которым бросили мяч.  
Найти координату  $x$  точки, в которой приземлится мяч.

-----  
Введите значения  $V_0$ (м/с) и  $\alpha$ ( $^\circ$ ) через пробел: 10 60  
Ответ: 9.6225 м

Задание 1.1 б):

-----  
Известны координаты  $x$  и  $y$  точки, в которой находится кольцо.  
Найти начальную скорость мяча  $V_0$  и угол  $\alpha$  от оси OX, под которым нужно бросить мяч, чтобы забросить в кольцо.

-----  
Введите  $x$ (м) и  $y$ (м) через пробел: 3 5  
Ответ: 34.4513 м/с, 16.6992 $^\circ$