



ФГОБУ ВПО "СибГУТИ"
Кафедра вычислительных систем

Дисциплины
"ЯЗЫКИ ПРОГРАММИРОВАНИЯ"
"ПРОГРАММИРОВАНИЕ"

Практическое занятие

Работа с десятичными разрядами

Преподаватель:

Доцент Кафедры ВС, к.т.н.

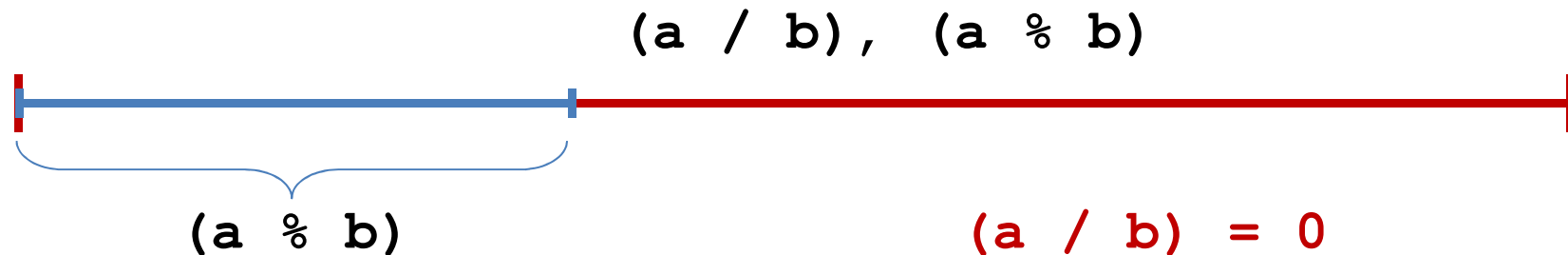
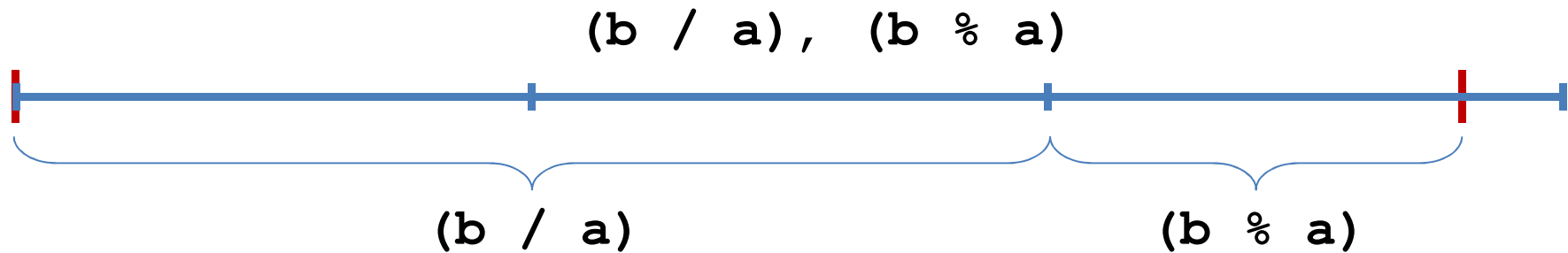
Поляков Артем Юрьевич



Целочисленная арифметика (на базе отрезков)

a

b



$$a = (a / b) \cdot b + (a \% b)$$



C12.1 Вывод десятичных разрядов числа в обратном порядке

Задача:

На вход программы поступает десятичное число $x = x_n \dots x_3x_2x_1$, где x_i – i -й разряд числа x . Необходимо вывести разряды числа x в обратном порядке через пробел.

Пример:

$x = 1456$, Вывод на экран: 6 5 4 1

Решение:

На вход программы подается только число x . Количество разрядов n в нем может быть произвольным и в задачу пользователя не входит подсчет их количества.

Используя операции **div** (Си - /) и **mod** (Си - %) запишем рекуррентные отношения для вычисления разрядов числа x , начиная с младшего. Пусть i_k – номер текущего разряда, w_k – рабочая копия (не обязательно всех) разрядов числа x , d (digit) – текущий разряд числа.

$$\begin{cases} i_0 = 0, w_0 = x : \text{разряды начинаются с } 0, w_0 \text{ содержит все разряды числа } x. \\ i_{k+1} = i_k + 1 \\ d = w_k \bmod 10 // \text{Остаток от деления на } 10 \\ w_{k+1} = w_k \text{ div } 10 // \text{Целая часть от деления на } 10 \end{cases}$$



С12.1 Вывод десятичных разрядов числа в обратном порядке (2)

$$\left\{ \begin{array}{l} i_0 = 0, w_0 = x : \text{разряды начинаются с } 0, w_0 \text{ содержит все разряды числа } x. \\ i_{k+1} = i_k + 1 \\ d = w_k \bmod 10 // \text{Остаток от деления на } 10: w_k \% 10 \\ w_{k+1} = w_k \operatorname{div} 10 // \text{Целая часть от деления на } 10: w_k / 10 \end{array} \right.$$

Пусть $x = 1056$

k	i_k	w_k	d
0	0	1056	6
1	1	105	5
2	2	10	0
3	3	1	1
4	4	0	0
5	5	0	0
6	6	0	0

...

После того, как будут обработаны разряды с 0 по 3 w_k обращается в 0 и дальше не изменяется.

Таким образом прекратить вычисления необходимо на первом шаге k , на котором $w_k = 0$.



С12.1 Вывод десятичных разрядов числа в обратном порядке (2)

$$\left\{ \begin{array}{l} i_0 = 0, w_0 = x : \text{разряды начинаются с } 0, w_0 \text{ содержит все разряды числа } x. \\ i_{k+1} = i_k + 1 \\ d = w_k \bmod 10 // \text{Остаток от деления на } 10: w_k \% 10 \\ w_{k+1} = w_k \operatorname{div} 10 // \text{Целая часть от деления на } 10: w_k / 10 \end{array} \right.$$

$x = 1234567$

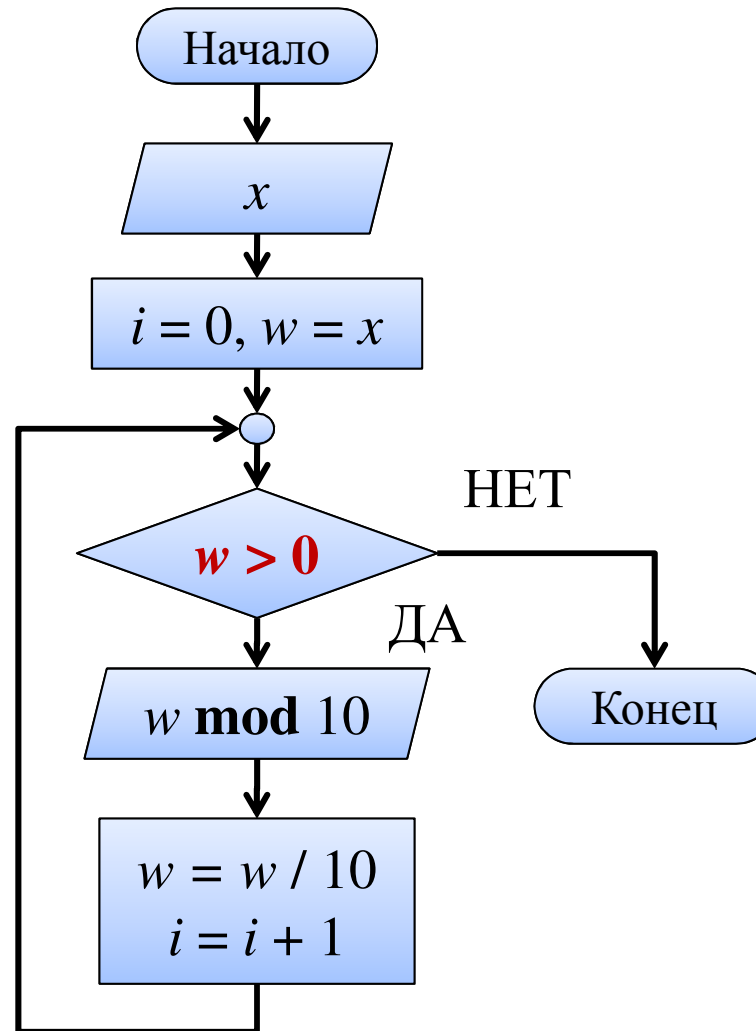
k	i_k	w_k	d
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Заполнить
таблицу!

...



С12.1 Вывод десятичных разрядов числа в обратном порядке (3)





Вычисление количества значащих разрядов числа

Часто при работе с числами возникает задача определить, сколько значащих разрядов имеет некоторое число x . Данная задача решается аналогично **C12.2** за тем исключением, что сейчас нас интересует количество делений нацело, при котором w_k остается ненулевым.

В таблице видно, что после при $k = 4$ w_4 обращается в 0 при этом i_4 на этом шаге содержит значение 4, что и соответствует количеству значащих разрядов.

$$x = 1056$$

$$\begin{cases} i_0 = 0, w_0 = x : \\ i_{k+1} = i_k + 1 \\ \cancel{d = w_k \bmod 10} \\ w_{k+1} = w_k \operatorname{div} 10 \end{cases}$$

k	i_k	w_k
0	0	1056
1	1	105
2	2	10
3	3	1
4	4	0
5	5	0
6	6	0



Вычисление количества значащих разрядов числа

$$\left\{ \begin{array}{l} i_0 = 0, w_0 = x : \text{разряды начинаются с } 0, w_0 \text{ содержит все разряды числа } x. \\ i_{k+1} = i_k + 1 \\ \cancel{d = w_k \bmod 10} // \text{Остаток от деления на } 10: \cancel{w_k \% 10} \\ w_{k+1} = w_k \operatorname{div} 10 // \text{Целая часть от деления на } 10: w_k / 10 \end{array} \right.$$

Пусть $x = 1056$

k	i_k	w_k
0	0	1056
1	1	105
2	2	10
3	3	1
4	4	0
5	5	0
6	6	0

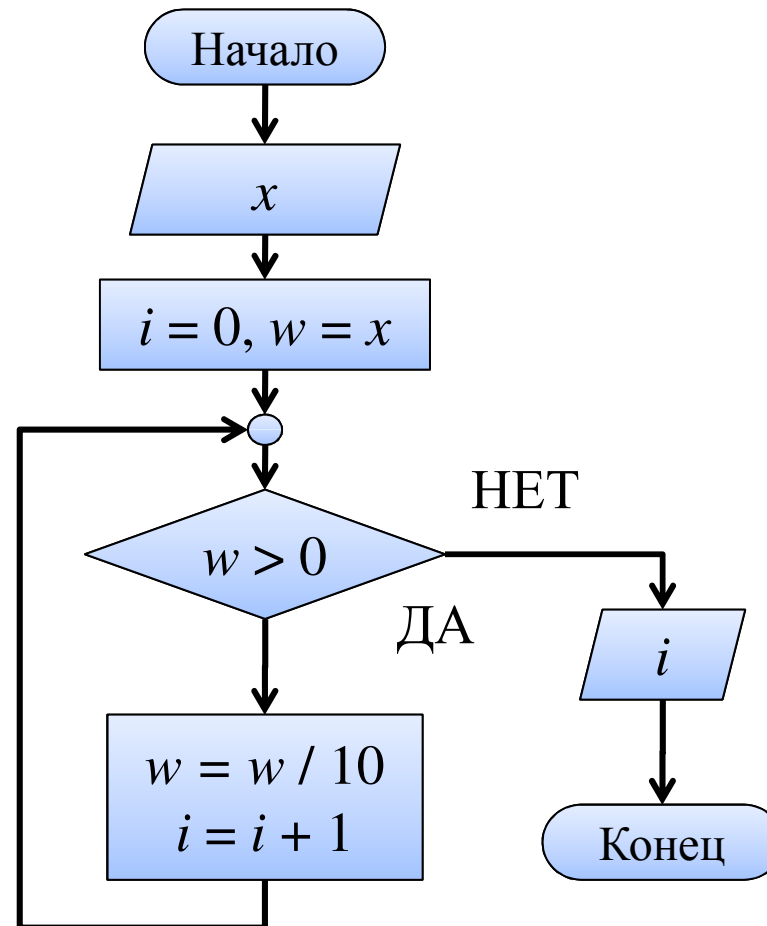
...

Данный алгоритм аналогичен алгоритму решения задачи №1 за тем исключением, что сейчас нас интересует количество делений нацело, при котором w_k остается ненулевым.

В таблице видно, что после при $k = 4$ w_4 обращается в 0 при этом i_4 на этом шаге содержит значение 4, что и соответствует количеству значащих разрядов.



Алгоритм подсчета количества n значащих разрядов целого числа





С12.2 Вычисление количества значащих разрядов числа

Задача:

Разработать программу. На ее вход поступает десятичное целое положительное число. Необходимо определить количество значащих разрядов в этом числе. Например:

Число	Ответ
1200	4
0121	3
15	2
10000000	8



С12.2 Вычисление количества значащих разрядов числа (2)

Алгоритм решения этой задачи подобен алгоритму С12.1 за тем исключением, что сейчас нас интересует количество делений нацело, при котором w_k остается ненулевым.

1. Модифицируйте рекуррентное соотношение С12.1 так, чтобы оно решало данную задачу.

2. Постройте таблицу, описывающую применение построенного рекуррентного соотношения к числу $x = 12012012$. На каком шаге целесообразно прекратить вычисление рекуррентных соотношений? Как из имеющихся переменных рекуррентного соотношения получить ответ на поставленный вопрос о количестве значащих разрядов числа x .



Выделение заданного разряда числа

Также часто встречается задача выделить цифру, стоящую в заданном разряде i числа. Обычно, для решения данной задачи осуществляется поразрядный сдвиг на i разрядов вправо с последующим остатком от деления на 10:

6	5	4	3	2	1	0
1	2	3	4	5	6	7

I. Выделить 3-й (начиная с 0) разряд

1. Поразрядный сдвиг на 3 вправо:

а) формируем десятичное число y , в котором первые **три** разряда нулевые, а четвертый – единица: 1000;

б) делим число x на y нацело:

$$x \text{ div } y = 1234$$

2. Остаток от деления дает младший разряд, который в числе $(x \text{ div } y)$ соответствует 3-му разряду числа x :

$$(x \text{ div } y) \bmod 10 = 4$$

II. Выделить 5-й (начиная с 0) разряд

1. Поразрядный сдвиг на 5 вправо:

а) формируем десятичное число y , в котором первые **пять** разрядов нулевые, а шестой – единица: 100000;

б) делим число x на y нацело:

$$x \text{ div } y = 12$$

2. Остаток от деления дает младший разряд, который в числе $(x \text{ div } y)$ соответствует 5-му разряду числа x :

$$(x \text{ div } y) \bmod 10 = 2$$



С12.3 Выделение заданного разряда числа

Задача:

Разработать программу. На ее вход поступает десятичное целое положительное число x , а также номер i разряда в этом числе.

На выход программы подается значение цифры, стоящей в i -й позиции числа x . Если номер разряда превышает разрядность x , то результат – 0.

Например:

Число	Разряд	Ответ
1234567	0	7
1234567	1	6
1234567	2	5
1234567	5	2
1024	2	0
1024	3	1
1024	4	0
1024	5	0



Имитация двоичных чисел на базе десятичной системы счисления

Выполнение арифметических действий над числами в десятичной и двоичной системах счисления выполняется по одинаковым законам. Однако, в связи с тем, что в двоичной системе разряд может принимать два значения, а в десятичной – десять, переполнение разряда ($1_2 + 1_2 = 10_2$, $1_{10} + 1_{10} = 2_{10}$) и заимствование ($10_2 - 1_2 = 1_2$, $10_{10} - 1_{10} = 9_{10}$) выполняются по-разному:

Сложение	Вычитание
$10101111_2 + 11110101_2 = 110100100_2$	$11110101_2 - 10101111_2 = 1000110_2$
$10101111_{10} + 11110101_{10} = 21211212_{10}$	$11110101_{10} - 10101111_{10} = 1008990_{10}$

Однако закономерности, которые прослеживаются в обработке переполнений и заимствований, позволяют предусмотреть операцию **пост-обработки** десятичных чисел для приведения их к допустимому двоичному виду.



Сложение десятичных чисел как двоичных

$$10101111_2 + 11110101_2 = 110100100_2$$
$$10101111_{10} + 11110101_{10} = \mathbf{21211212}_{10}$$

Процедура сложения десятичных чисел как двоичных состоит из двух шагов:

1. Вычислить десятичную сумму чисел.
2. Выполнить пост-обработку результата по следующему алгоритму: двигаясь справа налево, если текущий разряд d допустимый (0 или 1), пропустить, иначе заменить его на $(d \bmod 2)$ и увеличить следующий разряд на $(d \div 2)$.

1. 2121121**2**
2. 212112**2**0
3. 21211**3**00
4. 2121**2**100
5. 212**2**0100
6. 21**3**00100
7. 2**2**100100
8. **3**0100100
9. 110100100

Самостоятельно:

$$10101010_{10} + 10011111_{10} = ?$$



C12.4/H12.1 Сложение десятичных чисел как двоичных

Общая задача

Реализовать имитацию работы с двоичными числами с использованием десятичных чисел, например, для хранения числа 5_{10} использовать число 101_{10} (разряды идентичны двоичному представлению).

Конкретная задача

Разработать программу вычисления суммы двух десятичных чисел как двоичных. На вход поступает два десятичных числа, все разряды которых аналогичны двоичным (принимают значение 0 или 1). Числа сохраняются в ячейках типа **unsigned int**, а для их ввода используются спецификаторы **%u**.

Если среди разрядов есть цифра, не допустимая в двоичной системе счисления: вывести это число, сообщить об ошибке и завершить программу.

Если числа введены корректно, то вычислить их сумму, используя обычную операцию сложения языка Си. После этого применить процедуру пост-обработки, описанную на предыдущих слайдах.

Результат сохраняется также в ячейке типа **unsigned int**, а для его вывода используется спецификатор **%u**.



Н12.2 Вывод разрядов числа в прямом порядке

Задача:

На вход программы поступает десятичное число $x = x_1x_2x_3x_4 \dots x_n$, где x_i – i -й разряд числа x . Необходимо вывести разряды числа x в прямом порядке через пробел.

Пример:

$x = 1456$, Вывод на экран: 1 4 5 6

Решение:

Наиболее простым вариантом решения данной задачи является двухкратное применение алгоритма, рассмотренного в рамках **С12.1**.

1. На первом шаге применяется немного модифицированный вариант С12.1, при котором вычисляемые разряды не выводятся на экран, а формируют новое число y , разряды которого расположены в обратном порядке относительно x :

$$x = 1456 \Rightarrow y = 6541.$$

Этого можно достичь, если применить следующее рекуррентное соотношение:

$$y_{k+1} = y_k \cdot 10 + w_k \bmod 10$$

2. На втором шаге достаточно применить алгоритм **С12.1** в его исходном виде:

$$\mathbf{C12.1(y = 6541) \Rightarrow 1\ 4\ 5\ 6}$$



Н12.3 Вывод разрядов числа в прямом порядке

Задача:

На вход программы поступает десятичное число $x = x_1x_2x_3x_4 \dots x_n$, где x_i – i -й разряд числа x . Необходимо вывести разряды числа x в прямом порядке через пробел.

Пример:

$x = 1456$, Вывод на экран: 1 4 5 6

Решение:

Другим подходом к решению задачи **Н12.1** является пошаговое выделение разрядов в порядке от старшего к младшему.

Для этого необходимо вычислить количество n разрядов в x (**С12.2**). Далее сформировать число 10^{n-1} и с помощью него отсечь все разряды кроме старшего:

$$d = x \text{ div } 10^{n-1}.$$

Для получения второго по значимости разряда формируется число 10^{n-2} :

$$d = (x \text{ div } 10^{n-2}) \bmod 10.$$

И так далее. Для решения задачи данным способом необходимо разработать рекуррентное соотношение для степеней 10, которые обеспечивают поразрядный десятичный сдвиг 1 на k разрядов влево.



Вычитание десятичных чисел как двоичных

$$11110101_2 - 10101111_2 = 1000110_2$$

$$11110101_{10} - 10101111_{10} = 100\mathbf{899}0_{10}$$

Процедура вычитания десятичных чисел как двоичных состоит из двух шагов:

1. Вычислить десятичную разность чисел.
2. Выполнить пост-обработку результата по следующему алгоритму: двигаясь справа налево, если текущий разряд d допустимый (0 или 1) – пропустить, иначе – заменить 9 на 1, а 8 – на 0.

В результате заимствования могут появиться только два варианта недопустимых разрядов: 9 и 8. 9 появится, если заимствование сделано на данный разряд и отнимается 1-ца или заимствование на более младший разряд и отнимается 0, а 8 – когда заимствование сделано на более младший разряд и вычитается 1:

0	9	9	10
1	0	0	0
	1	0	1
<hr/>			
		9	9



Вычитание десятичных чисел как двоичных

$$\begin{aligned} 11110101_2 - 10101111_2 &= 1000110_2 \\ 11110101_{10} - 10101111_{10} &= 100\mathbf{899}0_{10} \end{aligned}$$

Процедура вычитания десятичных чисел как двоичных состоит из двух шагов:

1. Вычислить десятичную разность чисел.
2. Выполнить пост-обработку результата по следующему алгоритму: двигаясь справа налево, если текущий разряд d допустимый (0 или 1) – пропустить, иначе – заменить 9 на 1, а 8 – на 0.

Рассмотрим пример:

1. 1008990
2. 10089 $\mathbf{1}$ 0
3. 1008 $\mathbf{1}$ 10
4. 100 $\mathbf{0}$ 110



A12.1 Вычитание десятичных чисел как двоичных

Общая задача

Реализовать имитацию работы с двоичными числами с использованием десятичных чисел, например, для хранения числа 5_{10} использовать число 101_{10} (разряды идентичны двоичному представлению).

Конкретная задача

Разработать программу вычисления вычитания двух десятичных чисел как двоичных. На вход поступает два десятичных числа, все разряды которых аналогичны двоичным (принимают значение 0 или 1). Числа сохраняются в ячейках типа **unsigned int**, а для их ввода используются спецификаторы **%u**.

Если среди разрядов есть цифра, не допустимая в двоичной системе счисления: вывести это число, сообщить об ошибке и завершить программу.

Если числа введены корректно, то вычислить их разность, используя обычную операцию сложения языка Си. После этого применить процедуру пост-обработки, описанную на предыдущих слайдах.

Результат сохраняется также в ячейке типа **unsigned int**, а для его вывода используется спецификатор **%u**.

Привести на бумаге процедуру работы программы для чисел и сравнить результат с двоичной арифметикой:

1) $10111100 - 1011$; 2) $11100110 - 1111111$; 3) $10101010 - 1110001$.



$$\begin{array}{l} 111_2 \times 111_2 = 110001_2 \\ 111_{10} \times 111_{10} = 12321_{10} \end{array}$$

Умножение чисел в двоичной системе сводится к сложению умножаемого самого с собой, сдвинутого на смещения, задаваемые множителем:

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \\
 \\
 + \quad \quad \quad \begin{array}{rrrrr} & 1 & 1 & 1 & \\ & 1 & 1 & 1 & \\ \hline & 1 & 1 & 1 & \\ + \quad & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1_2 \\ \hline 1 & 2 & 2 & 3 & 2 & 1_{10} \end{array}
 \end{array}$$

В отличие от сложения умножение, обычно, предполагает к многократное сложение и, следовательно, в десятичном результате будут присутствовать не только недопустимые в двоичной системе разряды, равные 2, а все допустимые в десятичной системе разряды.

Однако алгоритм пост-обработки, описанный для операции сложения подойдет и для умножения.



Умножение десятичных чисел как двоичных (2)

$$\begin{aligned}111_2 \times 111_2 &= 110001_2 \\ 111_{10} \times 111_{10} &= 12321_{10}\end{aligned}$$

Умножение Процедура умножения десятичных чисел как двоичных состоит из двух шагов:

1. Вычислить десятичное умножение чисел.
2. Выполнить пост-обработку результата по следующему алгоритму: двигаясь справа налево, если текущий разряд d допустимый (0 или 1), пропустить, иначе заменить его на $(d \bmod 2)$ и увеличить следующий разряд на $(d \div 2)$. Рассмотрим пример:

```
1. 12321
2. 12401
3. 14001
4. 30001
5. 110001
```



A12.3 Умножение десятичных чисел как двоичных

Общая задача

Реализовать имитацию работы с двоичными числами с использованием десятичных чисел, например, для хранения числа 5_{10} использовать число 101_{10} (разряды идентичны двоичному представлению).

Конкретная задача

Разработать программу вычисления произведения двух десятичных чисел как двоичных. На вход поступает два десятичных числа, все разряды которых аналогичны двоичным (принимают значение 0 или 1). Числа сохраняются в ячейках типа **unsigned int**, а для их ввода используются спецификаторы **%u**.

Если среди разрядов есть цифра, не допустимая в двоичной системе счисления: вывести это число, сообщить об ошибке и завершить программу.

Если числа введены корректно, то вычислить их произведение, используя обычную операцию сложения языка Си. После этого применить процедуру пост-обработки, описанную на предыдущих слайдах.

Результат сохраняется также в ячейке типа **unsigned int**, а для его вывода используется спецификатор **%u**.

Привести на бумаге процедуру работы программы для чисел и сравнить результат с двоичной арифметикой:

1) $10111100 * 1011$; 2) $11100110 * 1111111$; 3) $10101010 * 1110001$.



А12.4 Деление десятичных чисел как двоичных

Общая задача

Реализовать имитацию работы с двоичными числами с использованием десятичных чисел, например, для хранения числа 5_{10} использовать число 101_{10} (разряды идентичны двоичному представлению).

Конкретная задача

Разработать программу вычисления частного двух десятичных чисел как двоичных. На вход поступает два десятичных числа, все разряды которых аналогичны двоичным (принимаяют значение 0 или 1). Числа сохраняются в ячейках типа **unsigned int**, а для их ввода используются спецификаторы **%u**. При этом делимое *должно быть кратно* делителю.

Если среди разрядов есть цифра, не допустимая в двоичной системе счисления: вывести это число, сообщить об ошибке и завершить программу.

Если числа введены корректно, то вычислить их частное, используя обычную операцию целочисленного деления языка Си. После этого применить процедуру пост-обработки, алгоритм которой необходимо разработать самостоятельно и подробно описать в тетради!

Результат сохраняется также в ячейке типа **unsigned int**, а для его вывода используется спецификатор **%u**.

Привести на бумаге процедуру работы программы для чисел и сравнить результат с двоичной арифметикой:

1) $10111100 * 1011$; 2) $11100110 * 1111111$; 3) $10101010 * 1110001$.