**27. Энергетические уровни в атоме водорода (водородоподобном ионе). Постулаты Бора. Радиусы электронных орбит.**

Простейший из атомов, атом водорода явился своеобразным тест-объектом для [теории Бора](http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/chapter6/section/paragraph2/theory.html#9). Ко времени создания теории он был хорошо изучен экспериментально. Было известно, что он содержит единственный электрон. Ядром атома является протон – положительно заряженная частица, заряд которой равен по модулю заряду электрона, а масса в 1836 раз превышает массу электрона. Еще в начале XIX века были открыты дискретные спектральные линии в видимой области излучения атома водорода (так называемый линейчатый спектр). Впоследствии закономерности, которым подчиняются длины волн (или частоты) линейчатого спектра, были хорошо изучены количественно ([И. Бальмер](http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/scientist/balmer.html), 1885 г.). Совокупность спектральных линий атома водорода в видимой части спектра была названа серией Бальмера. Позже аналогичные серии спектральных линий были обнаружены в ультрафиолетовой и инфракрасной частях спектра. В 1890 году [И. Ридберг](http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/scientist/rydberg.html) получил эмпирическую формулу для частот спектральных линий:

http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/javagifs/63230164624406-1.gif

Для серии Бальмера m = 2, n = 3, 4, 5, ... . Для ультрафиолетовой серии (серия Лаймана) m = 1, n = 2, 3, 4, ... . Постоянная R в этой формуле называется постоянной Ридберга. Ее численное значение R = 3,29·1015 Гц. До Бора механизм возникновения линейчатых спектров и смысл целых чисел, входящих в формулы спектральных линий водорода (и ряда других атомов), оставались непонятными.

Постулаты Бора определили направление развития новой науки – квантовой физики атома. Но они не содержали рецепта определения параметров стационарных состояний (орбит) и соответствующих им значений энергии En.

Правило квантования, приводящее к согласующимся с опытом значениям энергий стационарных состояний атома водорода, Бором было угадано. Он предположил, что момент импульса электрона, вращающегося вокруг ядра, может принимать только дискретные значения, кратные постоянной Планка. Для круговых орбит правило квантования Бора записывается в виде

http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/javagifs/63230164624436-2.gif

Здесь me – масса электрона, υ – его скорость, rn – радиус стационарной круговой орбиты. Правило квантования Бора позволяет вычислить радиусы стационарных орбит электрона в атоме водорода и определить значения энергий. Скорость электрона, вращающегося по круговой орбите некоторого радиуса r в кулоновском поле ядра, как следует из второго закона Ньютона, определяется соотношением

|  |
| --- |
| http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/javagifs/63230164624456-3.gif |

где e – элементарный заряд, ε0 – электрическая постоянная. Скорость электрона υ и радиус стационарной орбиты rn связаны правилом квантования Бора. Отсюда следует, что радиусы стационарных круговых орбит определяются выражением

http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/javagifs/63230164624476-4.gif

Самой близкой к ядру орбите соответствует значение n = 1. Радиус первой орбиты, который называется боровским радиусом, равен

http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/javagifs/63230164624476-5.gif

Радиусы последующих орбит возрастают пропорционально n2.

Полная механическая энергия E системы из атомного ядра и электрона, обращающегося по стационарной круговой орбите радиусом rn, равна

|  |
| --- |
| http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/javagifs/63230164624496-6.gif |

Следует отметить, что Ep < 0, так как между электроном и ядром действуют силы притяжения. Подставляя в эту формулу выражения для υ2 и rn, получим:

http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/javagifs/63230164624516-7.gif

Целое число n = 1, 2, 3, ... называется в квантовой физике атома главным квантовым числом.

Согласно второму постулату Бора, при переходе электрона с одной стационарной орбиты с энергией En на другую стационарную орбиту с энергией Em < En атом испускает квант света, частота νnm которого равна ΔEnm / h:

http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/javagifs/63230164624536-8.gif

Эта формула в точности совпадает с эмпирической формулой Ридберга для спектральных серий атома водорода, если положить постоянную R равной http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/javagifs/63230164624546-9.gif

Подстановка числовых значений me, e, ε0 и h в эту формулу дает результат

|  |
| --- |
| R = 3,29·1015 Гц, |

который очень хорошо согласуется с эмпирическим значением R. Рис. 6.3.1 иллюстрирует образование спектральных серий в излучении атома водорода при переходе электрона с высоких стационарных орбит на более низкие.

|  |
| --- |
| http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/chapter6/section/paragraph3/images/6-3-1.gif |
| Рисунок 6.3.1.  Стационарные орбиты атома водорода и образование спектральных серий |

На рис. 6.3.2. изображена диаграмма энергетических уровней атома водорода и указаны переходы, соответствующие различным спектральным сериям.

|  |
| --- |
| http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/chapter6/section/paragraph3/images/6-3-2.gif |
| Рисунок 6.3.2.  Диаграмма энергетических уровней атома водорода. Показаны переходы, соответствующие различным спектральным сериям. Для первых пяти линий серии Бальмера в видимой части спектра указаны длины волн |

Прекрасное согласие боровской теории атома водорода с экспериментом служило веским аргументом в пользу ее справедливости. Однако попытки применить эту теорию к более сложным атомам не увенчались успехом. Бор не смог дать физическую интерпретацию правилу квантования. Это было сделано десятилетием позже де Бройлем на основе представлений о волновых свойствах частиц. Де Бройль предложил, что каждая орбита в атоме водорода соответствует волне, распространяющейся по окружности около ядра атома. Стационарная орбита возникает в том случае, когда волна непрерывно повторяет себя после каждого оборота вокруг ядра. Другими словами, стационарная орбита соответствует круговой стоячей волне де Бройля на длине орбиты (рис. 6.3.3). Это явление очень похоже на стационарную картину стоячих волн в струне с закрепленными концами.

|  |
| --- |
| http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/chapter6/section/paragraph3/images/6-3-3.gif |
| Рисунок 6.3.3.  Иллюстрация идеи де Бройля возникновения стоячих волн на стационарной орбите для случая n = 4 |

В стационарном квантовом состоянии атома водорода на длине орбиты должно укладываться по идее де Бройля целое число длин волн λ, т. е.

|  |
| --- |
| nλn = 2πrn. |

Подставляя в это соотношение длину волны де Бройля λ = h / p, где p = meυ – импульс электрона, получим:

|  |
| --- |
| http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/javagifs/63230164624606-10.gif |

Таким образом, боровское правило квантования связано с волновыми свойствами электронов.

Успехи теории Бора в объяснении спектральных закономерностей в изучении атома водорода были поразительны. Стало ясно, что атомы – это квантовые системы, а энергетические уровни стационарных состояний атомов дискретны. Почти одновременно с созданием теории Бора было получено прямое экспериментальное доказательство существования стационарных состояний атома и квантования энергии. Дискретность энергетических состояний атома была продемонстрирована в 1913 г., в опыте [Д. Франка](http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/scientist/franck.html) и [Г. Герца](http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/scientist/hertz.html), в котором исследовалось столкновение электронов с атомами ртути. Оказалось, что если энергия электронов меньше 4,9 эВ, то их столкновение с атомами ртути происходит по закону абсолютно упругого удара. Если же энергия электронов равна 4,9 эВ, то столкновение с атомами ртути приобретает характер неупругого удара, т. е. в результате столкновения с неподвижными атомами ртути электроны полностью теряют свою кинетическую энергию. Это означает, то атомы ртути поглощают энергию электрона и переходят из основного состояния в первое возбужденное состояние,

|  |
| --- |
| E2 – E1 = 4,9 эВ. |

Согласно боровской концепции, при обратном самопроизвольном переходе атома ртуть должна испускать кванты с частотой

|  |
| --- |
| http://www.physics.ru/courses/op25part2/content/javagifs/63230164624626-11.gif |

Спектральная линия с такой частотой действительно была обнаружена в ультрафиолетовой части спектра излучения атомов ртути.

Представление о дискретных состояниях противоречит классической физике. Поэтому возник вопрос, не опровергает ли квантовая теория ее законы.

Квантовая физика не отменила фундаментальных классических законов сохранения энергии, импульса, электрического разряда и т. д. Согласно сформулированному Н. Бором принципу соответствия, квантовая физика включает в себя законы классической физики, и при определенных условиях можно обнаружить плавный переход от квантовых представлений к классическим. Это можно видеть на примере энергетического спектра атома водорода (рис. 6.3.2). При больших квантовых числах n >> 1 дискретные уровни постепенно сближаются, и возникает плавный переход в область непрерывного спектра, вытекающего из классической физики.

   Постулаты Бора. В 1911 г. после проведения опытов по рассеянию альфа-частиц на атомах Дж.Резерфорд на основании анализа результатов эксперимента выдвинул и обосновал планетарную модель строения атома. Согласно этой модели атом состоит из тяжелого положительно заряженного ядра очень малых размеров (http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml1.gif), вокруг которого по некоторым орбитам движутся электроны. Радиусы этих орбит составляют порядка http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml2.gifм. Название "планетарная" у такой модели атома отражает очевидную аналогию атома с Солнечной системой, в которой планеты движутся по некоторым определенным орбитам вокруг массивного притягивающего центра - Солнца.

      Однако, в отличие от планетарной модели Солнечной системы, планетарная модель атома оказывается внутренне противоречивой с точки зрения классической физики. И это, прежде всего, связано с наличием у электрона заряда.

      Согласно законам классической электродинамики вращающийся вокруг ядра электрон, как и любая ускоренно движущаяся заряженная частица, будет излучать электромагнитные волны. Спектр такого излучения должен быть непрерывным, то есть содержать электромагнитные волны с любой длиной волны. Уже этот вывод противоречит линейчатости спектров излучения атомов, наблюдаемой на опыте.

      Кроме того, непрерывное излучение уменьшает энергию электрона. Поэтому, за счет излучения радиус орбиты движущегося электрона обязан уменьшаться, и, в конце концов, электрон должен упасть на ядро. Иными словами, планетарная модель атома в классической физике оказывается неустойчивой.

      В 1913 г. Н.Бор показал, что "спасти" планетарную модель атома можно, вводя в теорию атома идеи квантования и выделяя при этом некоторые орбиты, разрешенные для движения электрона. Очевидно, что в правилах квантования должна фигурировать квантовая постоянная Планка. И так как квант действия http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml3.gifимеет размерность момента импульса, то Бор добавляет в теорию условие квантования момента импульса движущегося вокруг ядра электрона.

      Простейшим атомом является атом водорода, содержащий один единственный электрон, движущийся по замкнутой орбите в кулоновском поле ядра. В первом приближении ядро атома можно считать неподвижным, а электронные орбиты - круговыми орбитами.

      При этих предположениях Бор сформулировал основные положения теории атома водорода в виде трех постулатов.

      1. Электрон в атоме может двигаться только по определенным стационарным орбитам, каждой из которых можно приписать определенный номер http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml4.gif. Такое движение соответствует стационарному состоянию атома с неизменной полной энергией http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml5.gif. Это означает, что движущийся по стационарной замкнутой орбите электрон, вопреки законам классической электродинамики, не излучает энергии.

      2. Разрешенными стационарными орбитами являются только те, для которых угловой момент импульса http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml6.gifэлектрона равен целому кратному величины постоянной Планка http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml7.gif. Поэтому для http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml8.gif-ой стационарной орбиты выполняется условие квантования

|  |  |
| --- | --- |
| Формула 5.3. | (5.3) |

      3. Излучение или поглощение кванта излучения происходит при переходе атома из одного стационарного состояния в другое (рис. 5.4). При этом частота http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml11.gifизлучения атома определяется разностью энергий атома в двух стационарных состояниях, так что

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Формула 5.4. | | (5.4) |
| Рис.5.4 |
| Рис. 5.4. |

     Квантование энергии атома. Запишем условие вращения электрона массы http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml13.gifпо круговой орбите радиуса http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml14.gifпод действием кулоновской силы со стороны ядра и формулу Бора квантования момента импульса электрона

|  |  |
| --- | --- |
| Формула 5.5. | (5.5) |

     Решая эту систему уравнений, находим для радиусов допустимых (стационарных) орбит электрона в атоме водорода следующее выражение

|  |  |
| --- | --- |
| Формула 5.6. | (5.6) |

     Вводя в качестве универсальной константы теории боровский радиус

|  |  |
| --- | --- |
| Формула 5.7 | (5.7) |

     как радиус первой стационарной орбиты электрона в атоме водорода, запишем формулу [(5.6)](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/formulas/fml5.6.htm) в виде

|  |  |
| --- | --- |
| Формула 5.8. | (5.8) |

      Важно отметить, что оценка размера атома водорода (http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml19.gif), полученная из [(5.7)](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/formulas/fml5.7.htm) и [(5.8)](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/formulas/fml5.8.htm), совпадает с соответствующей оценкой из газокинетической теории.

      Для скорости электрона на http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml20.gif-ой стационарной орбите из [(5.5)](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/formulas/fml5.5.htm) получаем значение

|  |  |
| --- | --- |
| Формула 5.9. | (5.9) |

     Отсюда находим, в частности, что на первой стационарной орбите электрон движется со скоростью http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml22.gifм/с, совершая один полный оборот за время http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml23.gif.

      Полная энергия электрона, движущегося по http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml24.gif-ой стационарной орбите, складывается из его кинетической энергии

|  |  |
| --- | --- |
| Формула 5.10 | (5.10) |

     и потенциальной энергии кулоновского взаимодействия электрона с ядром

|  |  |
| --- | --- |
| Формула 5.11. | (5.11) |

      Поэтому, с учетом [(5.10)](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/formulas/fml5.10.htm) и [(5.11)](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/formulas/fml5.11.htm), получаем важную формулу теории Бора - формулу квантования энергии электрона в атоме водорода

|  |  |
| --- | --- |
| Формула 5.12. | (5.12) |

      Полная энергия электрона в атоме оказалась отрицательной, так как, по определению, отрицательна потенциальная электростатическая энергия взаимодействия электрона с ядром. С ростом номера орбиты полная энергия электрона в атоме возрастает. При этом номер орбиты http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml28.gifявляется квантовым числом в такой теории.

      На рисунке 5.5 в соответствии с [(5.12)](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/formulas/fml5.12.htm) изображен энергетический спектр электрона в атоме водорода. В области положительных энергий энергетический спектр свободного электрона является сплошным спектром. В области отрицательных значений полной энергии энергетический спектр связанного с атомом электрона становится дискретным. Для наглядности на рис. 5.5 каждому возможному значению энергии соответствует энергетический уровень. В стационарном состоянии электрон может находится на одном из этих дискретных энергетических уровней. Переход электрона с одного уровня на другой на этом рисунке может быть изображен соответствующей стрелкой, начало и конец которой указывают энергетические уровни, между которыми происходит переход.

|  |
| --- |
| Рис.5.5 |
| Рис. 5.5. |

      Обычно атом находится в основном состоянии с наименьшим значением энергии, равным http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml29.gif. В этом состоянии атома электрон движется по первой стационарной орбите, имеющей минимальный радиус, равный http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml30.gif.

      Если атому сообщить дополнительную энергию, то он может перейти в возбужденное состояние (переход 1 на рис. 5.4). Электрон при этом переходит на орбиту большего радиуса. Возбуждение атомов может инициироваться различными способами, например, столкновением атомов газа в хаотическом тепловом движении, пропусканием через газ потока высокоэнергетических частиц (электронов, альфа-частиц и др.) и, наконец, поглощением атомами излучения.

      Если энергия, переданная электрону будет достаточно велика, то электрон может преодолеть силу притяжения к ядру и оторваться от атома. Такой процесс называют ионизацией атома. Из рис. 5.4 видно, что минимальная энергия, необходимая для ионизации атома водорода (переход 2), равна

|  |  |
| --- | --- |
| Формула 5.13. | (5.13) |

     Это значение хорошо согласуется с экспериментальными данными для энергии ионизации атома водорода.

      В возбужденном состоянии атом долго находиться не может. Как и любая физическая система, атом стремится занять состояние с наименьшей энергией. Поэтому через время порядка http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml32.gifвозбужденный атом самопроизвольно (спонтанно) переходит в состояние с меньшей энергией, испуская при переходе квант энергии излучения. Такой процесс продолжается до тех пор, пока атом не окажется в основном состоянии.

      Если определена структура энергетических уровней, то можно рассчитать и структуру спектра излучения атома водорода. Действительно, частоту излучения при переходе электрона с http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml33.gif-ой более удаленной орбиты на http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml34.gif-ую (http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml35.gif) можно определить, используя третий постулат теории Бора. С учетом [(5.4)](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/formulas/fml5.4.htm) и формулы квантования энергии [(5.12)](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/formulas/fml5.12.htm) получаем выражение для частот излучения атома водорода при различных переходах http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml36.gif:

|  |  |
| --- | --- |
| Формула 5.14. | (5.14) |

     Здесь постоянная

|  |  |
| --- | --- |
| Формула 5.15 | (5.15) |

     точно соответствует по величине постоянной Ридберга, найденной из оптических экспериментов.

      Полученная формула для частот излучения атома водорода точно совпадает с обобщенной формулой Бальмера (5.1 а). Не удивительно, поэтому, что теория Бора атома водорода, в основе которой лежит постулат квантования [(5.3)](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/formulas/fml5.3.htm), в 1922 г. была удостоена Нобелевской премии по физике.

      Изложенная выше теория может быть обобщена на случай эллиптических орбит (Теория Бора-Зоммерфельда, 1915 г.) и для описания свойств любых "водородоподобных" атомов - атомных систем, содержащих один электрон, движущийся в поле ядра с положительным зарядом http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml39.gif. Это однократно ионизированный гелий http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml40.gif, двукратно ионизированный литий http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml41.gif, трехкратно ионизированный бериллий http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml42.gifи т.д. Простой пересчет показывает, что энергетический спектр водородоподобного иона получается из [(5.12)](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/formulas/fml5.12.htm) умножением на http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml43.gif, а радиус орбит электрона оказывается в http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml44.gifраз меньше, чем в атоме водорода.

      Н.Бор в своей теории атома водорода впервые реализовал идею квантования энергии частицы, движущейся в силовом поле. Однако, эта теория не может рассматриваться как законченная теория атомных явлений. Описывая атом законами классической физики, Бор просто "запретил" электрону, движущемуся по стационарной орбите, излучать электромагнитные волны. При этом условие квантования момента импульса электрона [(5.3)](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/formulas/fml5.3.htm) не имеет общего физического обоснования, и фактически, угадано (в дальнейшем будет показано даже, что угадано не совсем верно) для атома водорода. Попытки Бора обобщить теорию и сформулировать постулаты квантования для более сложных атомов не увенчались успехом.

      С позиции современной физики, атом является физической системой, которая, заведомо, не может быть описана классической теорией, не учитывающей волновых свойств движущегося в атоме электрона.

      В последующих параграфах настоящей главы будет рассмотрено, как современная квантовая теория формулирует и решает проблему описания атомных систем.

      Задача 5.1. Покажите, как условие квантования момента импульса электрона в теории Бора атома водорода можно сформулировать с учетом гипотезы де Бройля о наличии у электрона волновых свойств.

      Решение: Для электрона, движущегося по круговой орбите радиуса http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml45.gif, момент импульса http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml46.gifсвязан с импульсом http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml47.gifпростым соотношением: http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml48.gif. Поэтому, условие квантования [(5.3)](http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/formulas/fml5.3.htm) можно преобразовать к виду

http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml49.gif.

      Согласно гипотезе де Бройля движение электрона следует связать с волновым процессом, длина волны которого

     http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml50.gif

http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml51.gif.

     Поэтому условие квантования Бора можно записать как

http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml52.gif.

      Это соотношение утверждает, что стационарными являются только такие орбиты, на длине которых укладывается целое число длин волн де Бройля для движущегося по орбите электрона.

      Задача 5.2. Покажите, как изменятся частота излучения атома водорода с учетом конечной величины массы ядра.

      Решение: В такой постановке задачи электрон и ядро вращаются вокруг неподвижного центра масс. Если через http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml53.gifи http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml54.gifобозначить радиусы круговых орбит электрона и ядра, то по определению центра масс: http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml55.gif, где http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml56.gifи http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml57.gif, соответственно, массы электрона и ядра.

      Из равенства ускорений электрона и ядра вытекает условие равенства их угловых скоростей вращения

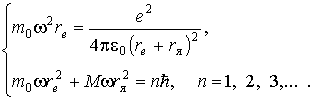
http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml58.gif,

     где http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml59.gifи http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml60.gif- скорости электрона и ядра, соответственно.

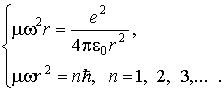
      С учетом движения ядра, момент импульса атома

http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml61.gif.

      В качестве основных уравнений теории запишем условие вращения электрона по круговой орбите и и условие Бора квантования момента импульса атома



      Если расстояние между электроном и ядром обозначить через http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml63.gif, то после преобразований эти соотношения запишутся в виде



     Здесь введена приведенная масса системы "электрон-ядро"

http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml65.gif.

      Решая полученную систему уравнений, находим для стационарных состояний атома (http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml66.gif)

http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml67.gif.

      Полная энергия атома

http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml68.gif.

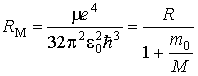
     Подставляя сюда значения http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml69.gifи http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml70.gif, получаем формулу квантования энергии атома

http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml71.gif.

     Отсюда находим частоты спектральных линий излучения такого атома:

http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml72.gif,

     где модифицированная постоянная Ридберга

.

      Расчет показывает, что поправка частоты (или длины волны) излучения атома водорода за счет учета движения ядра составляет доли процента. Однако, благодаря чрезвычайной точности спектроскопических методов, появляется возможность экспериментально обнаружить различие в спектрах излучения изотопов водорода - атомов, отличающихся массами ядер. Практически, именно так, спектроскопическими методами был открыт изотоп тяжелого водорода - дейтерий http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml74.gif, для которого http://fn.bmstu.ru/data-physics/library/physbook/tom5/ch5/images/ch5_2/fml75.gif.