**35. Распределение Ферми – Дирака. Концентрация электронов и дырок в разрешенных зонах полупроводников. Собственная концентрация носителей заряда.**

Величина концентрации свободных электронов *ni* в зо­не про­во­ди­­­мости собственного проводника раc­cчи­ты­ва­ет­ся пу­­­тем интегри­ро­вания соотноше­ния (1.14):

http://foez.narod.ru/13.files/image002.gif, (2.1)

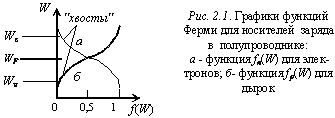
где *Wc*- энергия дна зоны проводимости; *Nc*(*W*) - плотность со­с­то­­яний энергии электронов в зоне проводимости, которая рас­счи­тывается из выражения (1.7); *fn*(*W*) - функция Ферми-Дирака ра­с­­пределения электронов по энергиям, определяемая соотноше­ни­­ем (1.10).

На рис. 2.1 изображены графики функций Ферми-Дира­ка для электронов и дырок при температуре *T*>0, совме­щен­ные с эне­р­ге­­ти­ческой зонной диаграммой полупроводникового ма­те­ри­ала.

В ди­а­пазоне энергий, соответствующем дну зоны проводи­мо­­сти *Wc* ("хвост" функции распределения на рис. 2.1, *а*), величина [(*W-WF*)/*kT*]>> 1. Поэтому функция ра­с­преде­ле­ния электронов по энергиям (1.10) при те­м­пе­ратуре *Т*>0 при­­бли­женно описывается рас­пре­­де­лени­ем Максвелла-Больцмана, име­ющим вид

http://foez.narod.ru/13.files/image004.gif, (2.2)

где *WF* - значение энергии, соответствующее уровню Ферми в полу­проводнике.



Подставляя в формулу (2.1) значения *N*c(*W*) из выражения (1.7) и *fn*(*W*) из формулы (2.2), получим следующее соотноше­ние для рас­чета концентрации электронов в зоне проводимости

http://foez.narod.ru/13.files/image008.gif. (2.3)

Умножив и разделив правую часть полученного соотношения на (*kT*)3/2, преобразуем его к виду

http://foez.narod.ru/13.files/image010.gif.

Обо­значим http://foez.narod.ru/13.files/image012.gif, http://foez.narod.ru/13.files/image014.gif.

Тогда http://foez.narod.ru/13.files/image016.gif, а пределы инте­гри­ро­вания по переменной *x* будут находиться в диапазоне http://foez.narod.ru/13.files/image018.gif. В результате интеграл для расчета значения *ni* преобра­зу­ет­ся к виду

http://foez.narod.ru/13.files/image020.gif. (2.4)

В этой формуле http://foez.narod.ru/13.files/image067.gif - интеграл Ферми поло­винного порядка. Подставляя значение интеграла Ферми в формулу (2.4) получим, что концентрация элект­ро­­нов в соб­ст­вен­­­ном полупроводнике определяется выражением

http://foez.narod.ru/13.files/image068.gif. (2.5)

В выражении (2.5) обозначим http://foez.narod.ru/13.files/image069.gif, м-3. Ве­ли­­чи­на *Nc*носит название *эффективной плотности состояний в зо­­не про­­во­­ди­мости* и для кремния при *Т*=300 К составляет 2,8×1025 м-3. Про­из­во­­­дя под­становку *Nc* в выражение (2.5) по­лу­чим окон­­чательное вы­ра­же­ние для концентрации электронов в соб­ственном полу­про­вод­ни­ке в виде

http://foez.narod.ru/13.files/image070.gif. (2.6)

Используя полученные результаты рассчитаем концентрацию ды­­рок, *pi* в валентной зоне собственного полупроводника. В дан­­ном случае для расчетов используем выражение, аналогичное вы­­ра­жению (2.1):

http://foez.narod.ru/13.files/image071.gif, (2.7)

где  *W*v - энергия потолка валентной зоны; *N*v(*W*) - плотность со­с­то­­яний энергии электронов в валентной зоне, которая рас­счи­ты­ва­­ется из выражения, аналогичного (1.7); *fp*(*W*) – функция Ферми-Ди­­­рака рас­пределения дырок по энергиям.

Инте­гри­ро­вание в формуле (2.7) идет в пре­де­лах от http://foez.narod.ru/13.files/image072.gif до *W*v.

График функции *fp*(*W*) для *Т*>0 представлен на рис. 2.4, *б*. Сог­­­ла­с­но этому графику функция Ферми-Дирака для дырок яв­ля­ет­­ся до­полнительной к функции Ферми-Дирака для электронов *fn*(*W*), т. е.

*fp*(*W*)*=*1*-fn*(*W*)=http://foez.narod.ru/13.files/image073.gif. (2.8)

В ди­а­пазоне энергий, соответствующем потолку валентной зо­ны *W*v ("хвост" функции распределения на рис. 2.1, *б*), величина [-(*W-WF*)/*kT*]>>1. Поэтому функция ра­с­­пре­де­ле­ния дырок по энергиям (2.13) при те­м­пе­ратуре *Т*http://foez.narod.ru/13.files/image074.gif0 при­бли­жен­но описывается рас­пре­­де­лени­ем Макс­вел­­ла­-­Больцмана, име­ю­щим в данном случае вид

http://foez.narod.ru/13.files/image075.gif, (2.9)

где *WF* - значение энергии, соответствующее уровню Ферми в по­­лупроводнике.

Подставляя в формулу (2.7) значение *N*v(*W*) из формулы (1.7), в которой эффективная масса электронов заменена на эф­фе­к­тивную мас­су дырок http://foez.narod.ru/13.files/image076.gifи отсчет энергии идет вниз от потолка ва­­лентной зо­­ны *W*v, а также значение *fp*(*W*) из выражения (2.9), по­лучим сле­ду­ющее рабочее со­отношение для расчета ко­н­це­н­т­ра­ции дырок в ва­лентной зоне:

http://foez.narod.ru/13.files/image077.gif. (2.10)

Выполняя преобразования формулы (2.15) по ана­ло­гии с про­ве­де­н­ным выше при расчетах концентрации электронов, по­лу­­чим, что концентрация дырок в соб­ст­вен­­ном полупроводнике оп­­­ределяется выражением

http://foez.narod.ru/13.files/image078.gif (2.11)

где http://foez.narod.ru/13.files/image079.gif; м-3 - *эффективная плотность состоя­ний в валентной зоне*, равная для кремния 1,0×1025 м-3 при *Т*= 300 К.

Производя подстановку *N*v в выражение (2.11) получим вы­ра­­­же­ние для концентрации дырок в соб­ст­вен­ном полу­про­во­д­ни­ке:

http://foez.narod.ru/13.files/image080.gif. (2.12)

В соб­ст­вен­­ном полупроводнике концентрации свободных эле­к­тронов и дырок связаны законом равновесия масс (1.4), откуда сле­дует, что эти концентрации равны между собой и оп­ре­де­ля­ю­т­ся соотношением вида

http://foez.narod.ru/13.files/image081.gif, м-3. (2.13)

Подставляя значения *ni*из(2.6) и *pi* из (2.12) в соотношение (2.13), получим следующую формулу для расчета концентрации эле­к­тро­нов и дырок в собственном полупроводнике:

http://foez.narod.ru/13.files/image082.gif.

Поскольку разность *W*c – *W*v равна D*W*g - ширине запре­щен­ной зо­ны полупроводника, то выражение для кон­цен­­тра­ции носителей заряда в собственном полупроводнике может быть за­пи­сано в виде

http://foez.narod.ru/13.files/image054.gif. (2.14)

Из выражения (2.14) следует, что *в собственном полу­про­вод­ни­ке при фиксированной тем­пе­­ра­­­туре Т концентрация электронов ni,*(*и ды­­рок pi*) *тем выше, чем меньше ширина запрещенной зоны по­­­­­лу­­проводника* D*W*g *и чем больше эффективные плотности со­с­то­­­­­­­я­­­ний в зоне проводимости Nc и в валентной зоне N*v*.* *С рос­том те­­мпературы Т значения концентраций собственных носителей заряда ni и pi возрастают*.

**Расчет положения уровня Ферми в собственном полупроводнике**

Рассчитаем температурную зависимость положения уровня Фер­ми в собственном полупроводнике из очевидного равенства

http://foez.narod.ru/13.files/image056.gif.

Возь­мем натуральный логарифм от обеих частей этого равен­ст­ва:

http://foez.narod.ru/13.files/image058.gif.

Решая полученное уравнение относительно энергии *WF* по­лу­ча­ем следующее выражение для определения положения уровня Фер­­ми в собственном полупроводнике:

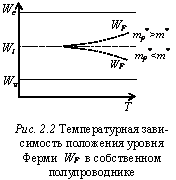
http://foez.narod.ru/13.files/image060.gif, (2.15)

где *Wi=*(*Wc+W*v)/2 - энергия, соответствующая положению сере­ди­­ны запрещенной зоны полупроводника.

Поскольку http://foez.narod.ru/13.files/image062.gif, то в результате под­с­та­но­в­ки это­го отношения в выражение (2.15) получаем, что

http://foez.narod.ru/13.files/image064.gif. (2.16)

Из выражения (2.16) следует, что *в собственном полупровод­ни­­ке при температуре абсолю­т­но­го нуля уровень Ферми WF на­хо­ди­­т­­ся вблизи середины за­п­ре­щен­ной зо­ны. При повышении тем­пе­ра­­ту­­ры положение WF сме­ща­е­т­ся к краю одной из разрешенных зон. На­правление смещения за­ви­сит от от­­­ношения эф­фективных масс но­­­си­телей заряда*.

Гра­фик фу­н­к­ции (2.16) пре­д­ста­влен на рис. 2.2, от­куда сле­ду­ет, что с ро­с­том те­м­пе­ратуры *Т* по­ло­же­ние уров­ня Фе­рми сме­ща­­­ется вверх в на­пра­в­­ле­­нии зоны про­­во­ди­­­­мо­­сти, если эф­­фек­тив­ная ма­с­­са ды­­­­­­­рок в полу­про­­во­днике пре­­вы­­ша­­­ет эф­­фе­к­тив­ную ма­с­су эле­к­т­р­о­­нов, как это име­ет место в Si. На­про­тив, если эф­­фе­к­ти­в­ная мас­са эле­к­т­ронов пре­­вы­ша­ет эф­фе­к­ти­в­­ную ма­с­­су ды­­рок, то по­­ложе­ние уро­­вня Фер­­ми в таком по­лу­­про­­во­­д­ни­ке сме­ща­­е­т­ся вниз в на­п­ра­­в­ле­­нии ва­ле­н­­т­ной зоны.

По­лу­­­про­­­­водниковые ма­те­ри­а­лы с со­б­­­ст­­­­вен­­ной про­во­ди­мо­стью на­­­­­хо­­­дят огра­ниченное пра­к­ти­че­с­кое при­­­­­ме­­­нение в свя­зи с труд­но­­­с­тя­­ми, свя­­зан­ными с глубокой очис­т­кой по­­­лу­­­про­­­вод­ника. Вме­с­­те с тем, при опре­де­лен­ных ус­­ло­ви­­ях, со­­­б­­ст­вен­­ная проводимость ча­­сто на­­­б­людается в по­лу­про­во­д­­­ни­ках, на­­при­­мер, на границе ко­н­та­кта двух раз­ли­ч­­ных по­­лу­про­­во­­д­ников или при контакте по­лу­­­про­во­д­ни­­ка с диэ­ле­­к­­т­ри­ком или ме­тал­лом.