**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования**

**«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»**
**(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

Лабораторная работа №1

«Исследование экстремальных задач»

по курсу «Методы оптимизации»

Выполнила:

студентка 4 курса,

группы ИУ9-82

Козлова А. А.

Проверил:

Каганов Ю. Т.

2018 г

## Цель работы.

1. Знакомство с основными понятиями экстремальных задач.
2. Исследование типов экстремумов для задач без ограничений.
3. Исследование типов экстремумов для задач с ограничениями.

## Постановка задачи:

Дано:

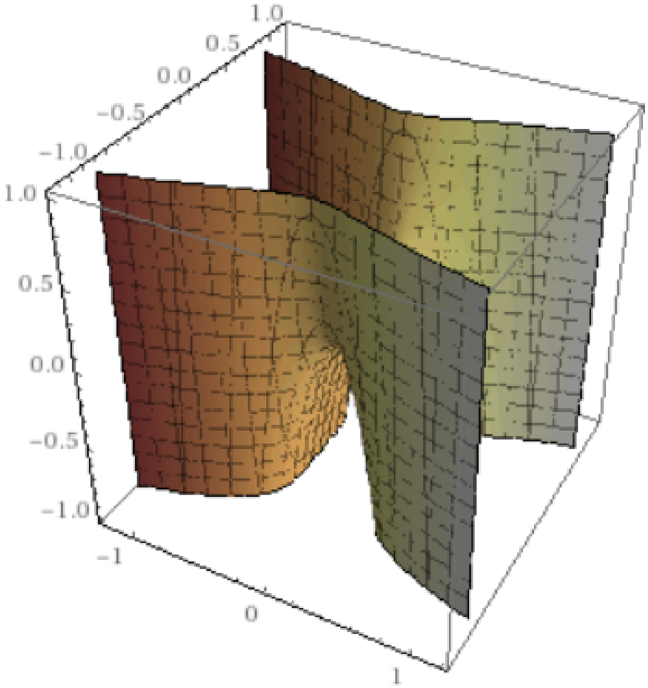
1. Целевая функция $f(x)$, где $x = (x_1, ..., x_n)^T$, определена на $n$ - мерном евклидовом пространстве $R^n$. Её значения характеризуют степень достижения цели, для которой поставлена или решается задача.
2. Множество допустимых решений $x \in X \subseteq R^n$ среди элементов которого осуществляется поиск.

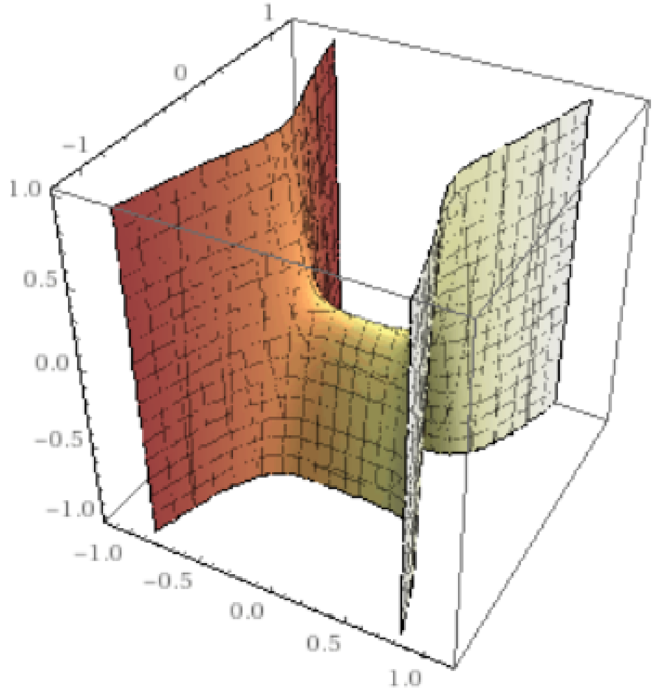
Найти: такой вектор $x^e$, из множества допустимых решений, которому соответствует минимальное значение целевой функции на этом множестве: $f(x^e) = \min_{x \in X} f(x)$.

**Задание 1.**

Построить график поверхности и исследовать линии уровня функции: $f(x_1, x_2) = -10x_1^2 + 40x_2^6$, при $r = 1,2,3,4$.

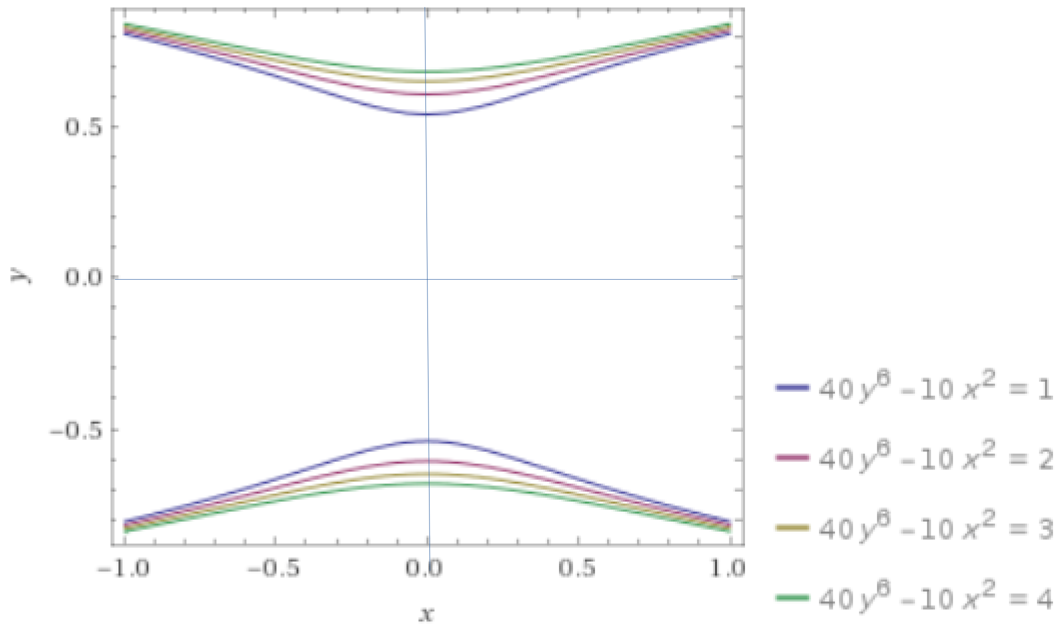
График поверхности:



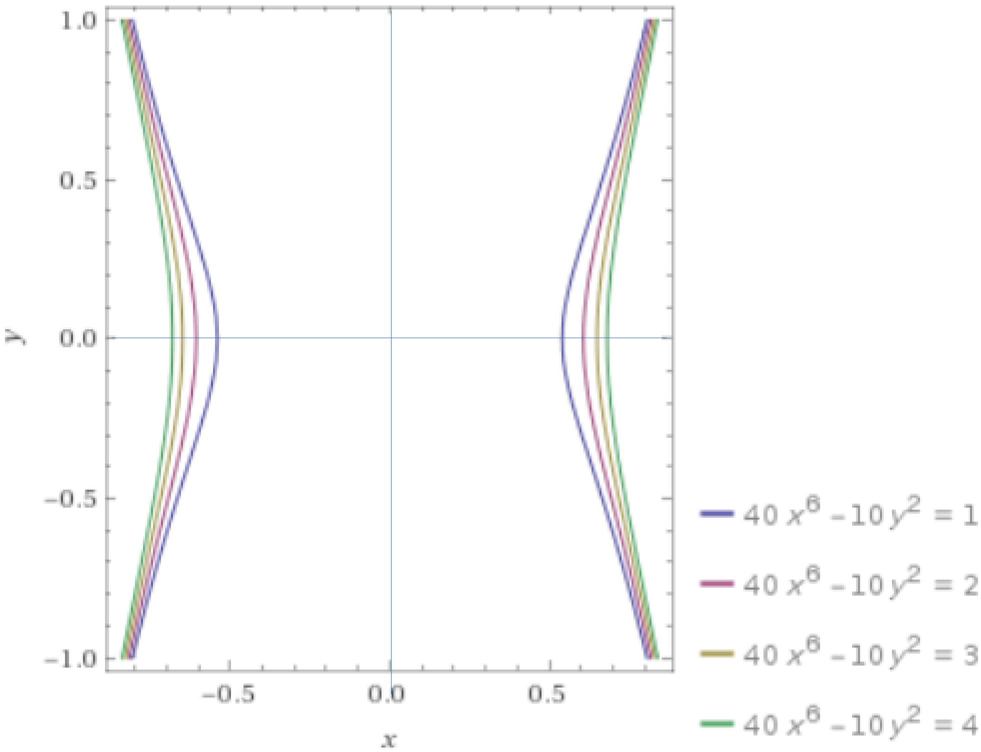




Линии уровня:

1) для левого графика поверхности:



2) для правого графика поверхности:



## Задание 2.

1. Исследовать типы экстремумов для многоэкстремальных задач.
2. Выявить экстремумы типа минимума и максимума.
3. Определить локальные и глобальные экстремумы.

Рассмотреть функцию Стенгера:

$f(x_1,x_2)=(x_1^2+ax_2)^2+(x_2^2+bx_1+cx_2)^2$ в области поиска $x_i\in[-1,4]$.

Вариант 2.6: $a=-20, b=-3, c=-2$

После подстановки значений функция имеет вид:

$f(x_1,x_2)=(x_1^2-20x_2)^2+(x_2^2-3x_1-2x_2)^2$

Для исследования функции на экстремумы нужно решить систему в области $x_1\in[-1,4], x_2\in[-1,4]$:

$$\begin{cases}\dfrac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1}=2(x_1^2-20x_2)*2x+2(x_2^2-3x_1-2x_2)*(2x_2-2)\\ \dfrac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_2}=2(x_1^2-20x_2)*(-20)+2(x_2^2-3x_1-2x_2)*(-3)\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dfrac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_1}=4x_1(x_1^2-20x_2)+18x_1-6x_2^2+12x_2\\ \dfrac{\partial f(x_1,x_2)}{\partial x_2}=-40x_1^2+800x_2+(4x_2-4)(-3x_1+x_2^2-2x_2)\end{cases}$$

Для решения использовался сервис Wolphram Mathematica.

Глобальный экстремумы:

- Максимум достигается при $(x_1,x_2)\approx(-0.159,4)$ и равен $max=6467{,}82$ .
- Минимум достигается при $(x_1,x_2)\approx(0,0)$ и равен $min=0$ .

Локальный экстремумы:

- Минимум достигается при $(x_1,x_2)\approx(-1,-1)$ и равен $min=447$ .

## Задание 3.

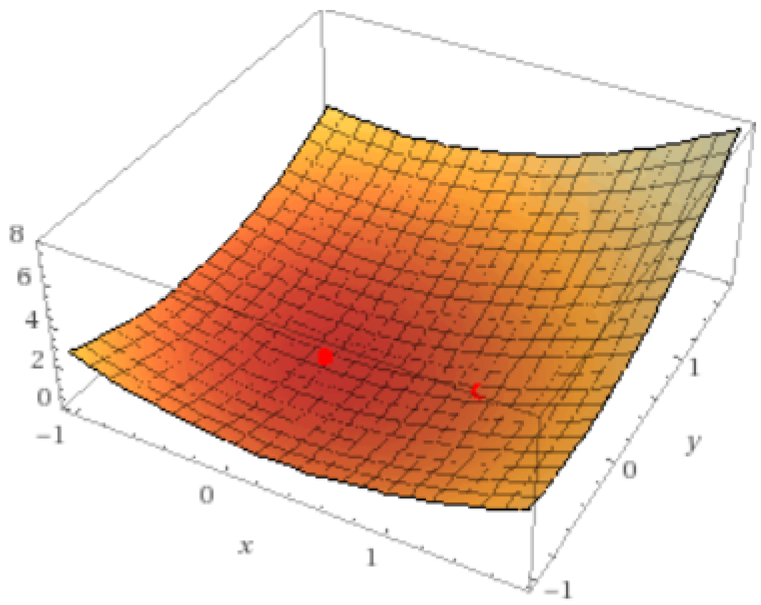
Исследовать экстремальные задачи с заданными ограничениями.

Найти точки условного экстремума для целевой функции:

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - \frac{1}{2}x_1x_2$$

Найти точки экстремума при ограничении:

$$X = \{x | x_1 + x_2 \le 1, x_1 \ge 0, x_2 \ge 0\}$$




Для решения использовался сервис Wolphram Mathematica.

<u>Глобальные экстремумы:</u>

- Максимум достигается в точках $(x_1, x_2) \approx (0,1)$ и $(x_1, x_2) \approx (1,0)$ равен $max = 1$ .
- Минимум достигается при $(x_1, x_2) \approx (0,0)$ и равен $min = 0$ .

<u>Локальный экстремумы:</u>

- Минимум достигается при $(x_1, x_2) \approx (0{,}5, 0{,}5)$ и равен $min = 0.625$ .