

# Cosmology

- [1.1. 宇宙级距离的测量](#)
- [1.2. 层次性结构](#)
- [1.3. 宇宙学原理](#)
- [1.4. 宇宙的膨胀](#)
- [2.1. 牛顿引力定律的失效](#)
- [2.2. 引力与时空的弯曲](#)
- [2.3. 均匀和各向同性的时空](#)
- [2.4. 弗里德曼方程及以实物为主的解](#)
- [2.5. 有限或无限](#)
- [2.6. 红移与距离的关系](#)
- [3.1. 大爆炸的概念](#)
- [3.2. 辐射为主的早期](#)
- [3.3. 零化学势的理想气体](#)
- [3.4. 温度随时间的变化](#)
- [3.5. 宇宙演化简史](#)
  1. [3.5.1. 经典宇宙](#)
  2. [3.5.2. 粒子宇宙学](#)
  3. [3.5.3. 核宇宙学](#)
  4. [3.5.4. 原子宇宙学](#)
  5. [3.5.5. 结构形成阶段](#)
- [3.6. 粒子的退耦](#)
- [3.7. 非重子暗物质的候选者](#)
- [4.1. 原子复合](#)
- [4.2. 背景光子的形成](#)
- [4.3. 背景光子的可观测性质](#)
- [4.4. 发现和证实](#)
- [4.5. 偶极各向异性](#)
- [4.6. 多极各向异性](#)
- [4.7. 银河系的绝对运动](#)
- [4.8. 原初扰动的痕迹](#)
- [5.1. 原初核合成过程](#)
- [5.2. 中子数与质子数之比](#)
- [5.3. 产额计算方法和结果](#)

- [5.4. He 原初丰度的实测推断](#)
- [5.5. 中微子种数问题](#)
- [5.6. 氦原初丰度](#)
- [5.7.  \$^3\text{He}\$  原初丰度](#)
- [5.8. 评述](#)
- [7.1. 标量场的自作用](#)
- [7.2. 真空相变](#)
- [7.3. 暴胀的产生](#)
- [7.4. 均匀性疑难](#)
- [7.5. 结构起源疑难](#)
- [7.6. 准平坦性疑难](#)
- [7.7. 暴胀的启示及其产生机制](#)
- [7.8. 支持暴胀的证据](#)

起步：先泛读，浏览各种资料。

途中：按照出现频率，关键词，寻找重点方向，写提纲。3~5 个点。留出 1, 2 个点机动。

最后：优先寻找**硕博学位论文**，寻找专业级信息。

- 认识世界的主要方式：  
直接经验：看得见、摸得着。  
间接经验：看得见、摸不着。卫星  
理论预言：看不见、摸不着。最高级形式

人类位于宇宙的中心，托勒密地心说

哥白尼革命：无限无中心宇宙观

达尔文革命：生物演化是自然进化的结果，而不是神的作用。

标题，摘要，结论，图表（如果重要），引言（可以跳过），结果，讨论，方法

**寻找课题阶段：**重点读讨论和结论

**课题设计阶段：**材料和方法，若只需了解一下该研究的思路：可选取摘要及引文与结论进行泛读。

**自己熟悉的领域：**细看摘要，略读前言，再看结果中的图表，最后读一下自己感兴趣的讨论部分。

1. 想告诉你什么？
  2. 采取了怎样的试验方法获得结果？
  3. 你觉得他的结果可靠吗？有什么进一步的想想法？哪一部分细节是你最感兴趣的？
-

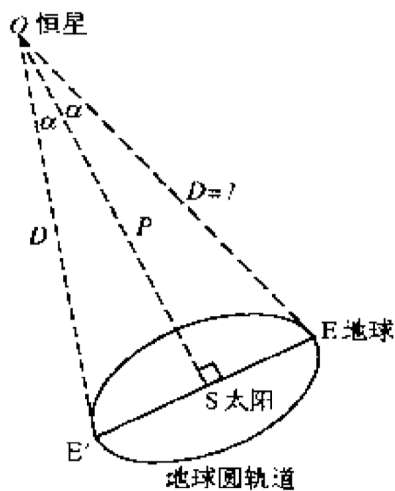
# 1. 宇宙的面貌

## 1.1. 宇宙级距离的测量

太阳系广延  $10^{13}\text{m}$ , 宇宙的广延  $10^{26}\text{m}$ , 可观测宇宙的大小  $10^4\text{Mpc}$ , 超星系团和空洞的尺度是几十  $\text{Mpc}$ 。

天文测距：用天体的亮暗程度测定的距离。

- 三角测距：有效范围是  $100\text{pc}$ 。当恒星对地球轨道半径（日地平均距离）的张角  $\alpha = 1'' (1^\circ = 60' = 3,600'')$ , 算出恒星距离为  $1\text{pc} = 3.1 \times 10^{16}\text{m} = 3.3\text{光年}$ , 称为 1 秒差距。0.1 $\text{pc}$  是 33 光年。



(b) 近恒星的测距

- 视差：在不同位置处观察同一天体，其方向之差。
- 亮度测距：光度：单位时间辐射出的总能量（全波段），亮度：可见光波段的能量，视亮度  $B$  与光度  $L$  的关系

$$B = \frac{L}{4\pi d^2}$$

- 赫罗图
  - 主序星：内部氢聚变为能源的恒星，是恒星演化的第一阶段。
  - 周期变星（造父变星）：在演化晚期，大量恒星的星体会发生周期性膨胀和收缩，亮度和光度也应有周期变化
  - 周期变星测距：10 $\text{Mpc}$  范围有效。已知周期-光度关系，若测量得变星的光度变化周期，则可以得到其光度，再推断距离。

这里也值得指出，至今用天体物理方法测距的精确程度尚难以很高。现在对远处星系的距离的测定大约有一倍的误差。这是造成宇宙学信息不确定性的一个重要原因。

## 1.2. 层次性结构

认识银河系包含着两重含义：

- 了解了银河系的形状，即银河系内的物质分布；
- 认识了银河之外还有星系存在。

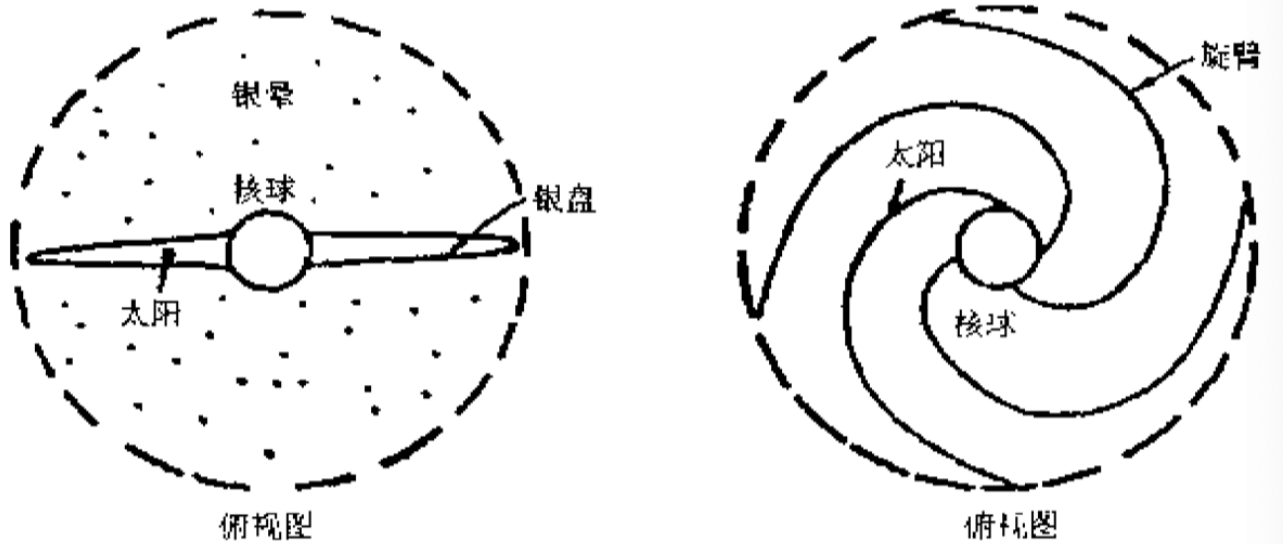


图 1.5 银河系的结构

#### • 银河系

银盘：扁平区域，盘的直径  $25kpc$ ，厚度  $2kpc$ ；

核球：盘的中心一球状隆起；

银晕：球状晕区，直径为  $30kpc$ （银河系的尺度），其中恒星较为稀疏。

星际稀薄气体

质量： $10^{11}M_{\odot}$  属于大型星系

银河系的物质分布是已知的。

太阳作为我们的恒星，其质量，光度或位置都没有特殊性，这是哥白尼思想在星系尺度的体现。

#### • 星系：银河系之外的庞大的恒星集团。

宇宙介质：以星系为“分子”组成的“气体”。

#### • 星系群、星系团：星系数目少于 100 是星系群，大于 100 是星系团。星系团占主导。

#### • 超星系团：星系团的集合。

#### • 空洞：几乎没有星系的系统。

#### • 结团效应：恒星之间相互靠近，或有相互靠近的趋势。事实通过测距确定。

#### • 几百 $Mpc$ ，是宇观尺度结构。宇观尺度上物质分布具有均匀性，各向同性。

## 1.3. 宇宙学原理

第一个物理的宇宙模型是爱因斯坦在 1917 年提出，是猜想假设，今天的宇宙学原理已经被证实。

#### • 爱因斯坦的宇宙学假设

1. 宇宙物质在空间上是均匀和各向同性的，叫做宇宙学原理，均匀性是一个宇观概念。  
物质分布均匀：宇宙学尺度上，物质分布在空间任意一点不可分辨，可观测到的物理量完全相同；但是不同时间可以不同，因此，允许宇宙演化的存在。  
物质分布各向同性：宇宙学尺度上，物质分布在任意一个方向相同，在物理上不可分辨。各处的观测者观察到的物理量和物理规律也完全相同，没有任何一个观测者处于特殊地位。
2. 宇宙物质的分布不随时间变化。（错误）
  - Friedmann 在只保留前一假设的基础上建立了膨胀的宇宙模型。
  - 微波背景辐射温度的观测，证实了当时宇宙密度的不均匀程度仅为  $10^{-3}$ 。
  - 宇宙学原理如今被看做是一个观测事实。

## 1.4. 宇宙的膨胀

- 哈勃定律 星系的退行速度（视向速度）与它的距离成正比， $H_0$  称为哈勃常数

$$v = H_0 R$$

- 宇宙膨胀，在演化历史上一直均匀。
- $H_0 = 50 - 80 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ ,  $H_0^{-1}$  是宇宙年龄的上限，
- 对于太近太远的星系，不适用。因为太远，红移超过 1，红移和距离关系较为复杂；太近，需要扣除本动。  
哈勃定律支持了膨胀宇宙学模型。
- 星系运动包括：宇宙膨胀 + 星系本动。

星云孕育着恒星。

## 2. 标准宇宙学模型

### 2.1. 牛顿引力定律的失效

Seelinger 佯谬：为了得到宇宙某点引力合力，必须先知道不均匀的细节，合力则可能是零，可能是有限值，也可能是无穷大，总之不确定。

牛顿引力定律失效的原因：牛顿定律是物质静止时的激发引力的规律，而不是引力的普遍规律。宇宙学理论框架只能建立在广义相对论的基础上。

### 2.2. 引力与时空的弯曲

惯性质量 = 引力质量

厄缶实验、迪克实验，所有实验都证明是相等的。

- 等效原理：惯性力和引力的作用效果不可区分，一般的引力场应该是牛顿引力和惯性力的统一描写。  
惯性系只能是局域的。
- 引力几何化：惯性力场的场强是由黎曼空间的联络描述的。  
联络：描述空间几何结构的量。  
广义相对论中，引力不再是力，而是时空的固有属性，表现为时空的弯曲。
- 场方程

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}$$

物质的能量动量张量决定度规。

相对论引力常数： $\kappa = 8\pi G$ . 数值很小，好的近似，在尺度不大的引力现象中不起作用。

$R_{\mu\nu} = 0$  时空平直，无引力效应；

$R_{\mu\nu} \neq 0$  时空弯曲，引力效应；

爱因斯坦认为宇宙学常数  $\lambda = 0$ ,

弗里德曼：建立膨胀的宇宙学模型，宇宙学常数不是零。

## 2.3. 均匀和各向同性的时空

均匀：空间不同点的度规无区别

各向同性：从任意一个时空点度量不同方向得到的结果相同。

F-L-R-W 度规：描述均匀且各向同性时空的度规。弗里德曼、勒梅特、罗伯森、沃克

共动坐标：相对于球面静止的观察者，他在球面上的位置坐标不会因为球面的膨胀而发生变化。

## 2.4. 弗里德曼方程及以实物为主的解

理想流体的能动张量，只是时间的函数，不是空间坐标的函数

弗里德曼的时间分量式，空间分量式

$$\begin{aligned}\dot{a}^2 + k &= \frac{8\pi G}{3}\rho a^2 + \frac{\lambda}{3}a^2, \quad (F-1) \\ \ddot{a} &= -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3P)a + \frac{\lambda}{3}a, \quad (F-2)\end{aligned}$$

- 参数讨论
  - $a(t)$  为常数，则表明空间是静止的。具体形式由 Friedmann 方程决定。 $\ddot{a}$  加速度，等式右边是单位质量物质所受到的引力  $= -\frac{GM}{r^2}$
  - $r$  无量纲，
  - $t$  宇宙时：本征时间（原时），共动坐标中静止观测者观测到的原时。
  - $k$  曲率因子：标记空间的弯曲程度，取  $-1, 0, +1$ 。分别标记取正值  $0$  和负值，开放闭合（三维球面）平坦

- +1: (有限无界) 正曲率, 体积有限:  $2\pi^2 a^3(t)$ , 没有边界;
- 1: (无限无界) 负曲率, 体积无限, 没有边界 (马鞍形);
- 0: (无限无界) 平坦, 体积.
- $\rho$  动质量密度, 只是  $t$  的函数, 同一时刻所有地方的值相同, 但是不同时刻可以不同, 允许演化。
- $P$  动量流密度,
- $\lambda = 0$ .
- 三个未知数  $a(t), \rho(t), P(t)$ , 两个方程, 需要附加方程  
物态方程

$$P = \omega \rho$$

- 实物 matter: 由原子或分子组成的不同物质, 质量密度主要来自静质量的贡献, 运动所贡献的部分可以忽略, 即  $P \ll \rho$ , 取动量流密度  $P = 0$ ;
- 辐射 radiation: 静质量是 0.  $\omega = \frac{1}{3}$ ;
- 真空 vacuum:  $\omega_\Lambda = -1$ .  
现在宇宙的物质以实物为主
- 连续性方程 (不独立)

$$\begin{aligned}\nabla_\mu T^{\mu\nu} &= 0 \\ \Rightarrow \rho &= \rho_0 a^{-3(1+\omega)}\end{aligned}$$

那么

$$\begin{aligned}\rho_m &= \rho_0 a^{-3} \Rightarrow \rho_m a^3 = \rho_0 \\ \rho_r &= \rho_0 a^{-4} \\ \rho_\Lambda &= \text{const.}\end{aligned}$$

下标为 0 指宇宙学参量的今天值, 宇宙早期以辐射为主, 随时间演化, 进入到以实物为主。

- 定义  $H$ ,

$$H^2 = \frac{8\pi G \rho}{3} + \frac{\lambda}{3} - \frac{k}{a^2}$$

弯曲程度

把  $\rho$  用物态方程替换, 即可求得  $a(t)$ , 进而求得  $H(t)$ , 宇宙的整体膨胀效应,  
初始状态: 选择为今天, 定义  $a(t_0) = 1$ 。

实物为主的解，其尺度因子随时间变化的趋势如下。

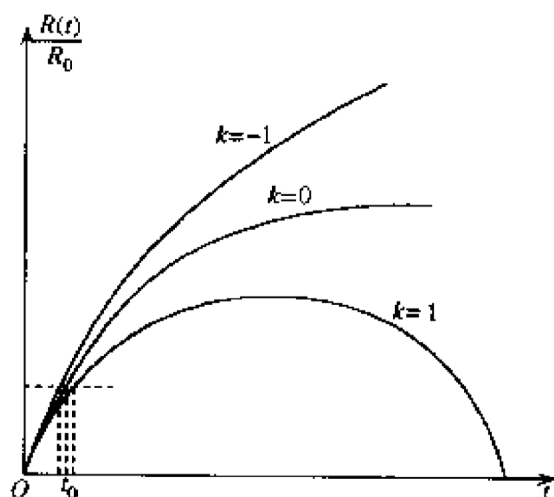


图 2.2 宇宙的膨胀过程

- $k = 0$  下，弗里德曼方程的解：

$$a \propto t^{\frac{2}{3}}.$$

宇宙膨胀速率由哈勃参量描述：

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$$

$$H(t) = \frac{2}{3}t^{-1}$$

显然，宇宙膨胀速率随时间的增大而下降，今天的宇宙的膨胀速率在逐渐减弱，这是由引力的减速效应造成的。

宇宙膨胀的加速度：减速因子  $q$ 。哈勃参量  $H_0$ ，能量密度的今天值  $\rho_0$ ，三个中两个独立。如果均测出，则可以检验理论是否正确。

## 2.5. 有限或无限

取决于曲率因子  $k$  的值

- 密度参数法

$$\rho_c = \rho - \frac{3k}{8\pi G a^2}$$

若宇宙密度今天值  $\rho_0 >$  临界密度的今天值  $\rho_{c0}$ ，则  $k > 0$ ；  
反之  $k \leq 0$ 。

$$\Omega \equiv \frac{\rho}{\rho_c}$$

$$\Omega - \frac{k}{a^2 H^2} = 1$$



(例题)

虽然由于哈勃参数的不准确，导致宇宙密度测量的数据不是很确切，但是理论上观测可以解决这个问题。

$$q_0 = \frac{\Omega_0}{2}$$

若  $q_0 > \frac{1}{2}$ ，宇宙有限，

若  $q_0 < \frac{1}{2}$ ，宇宙无限，

测量值不够准确

## 2.6. 红移与距离的关系

$$v = c \cdot z$$

红移：物体的电磁辐射由于某种原因使得波长增加的现象。

发射信号频率 - 接收信号的频率

$$z = \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0}$$

$$1 + z = \frac{1}{a(t_1)}$$

由于  $a(t_1) < 1$ ，得  $z > 0$ ，

哈勃定律

$$H_0 d_L = cz$$

说明：

1.  $d_L$  指的是光度距离。平直空间中=几何距离，在弯曲空间中则不是。
2. 对于红移  $z < 0.2$  的星系，哈勃定律的线性关系成立。把  $z \ll 1$  的星系（5000Mpc），称为距离“不太远”的星系。

**说明**

1: 这里的距离指 $d_L$ ——**光度距离**。这是天文学家用光度推断距离的依据。这里暗含了空间是平坦的假定。在**平直空间**中，这个距离就是星系与我们之间的**几何距离**。但在**弯曲的空间**中则不是。在弯曲空间中光度距离仅表示由**星系光度**推断的“距离”。

2: 对于红移小于0.2的星系，实测已经证明，哈勃的线性关系是成立的。

$z = 0.2, H_0 = 60 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

$d_L = 1000 \text{ Mpc}$ （约合30亿光年）

3. 当红移  $z = 1$  时，红移距离的关系式仅仅是 20% 左右，红移与距离的关系是检验宇宙学模型的一个重要方面。

- Friedmann Eq. 时间分量式左右乘以  $\frac{1}{2}$ ，左侧是单位质量的动能，右侧是单位质量受到的引力势能。
- 爱因斯坦引力场方程，描述了引力场对场源的依赖关系：

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \lambda g_{\mu\nu} = - \left( \frac{8\pi G}{c^4} \right) T_{\mu\nu}$$

从场方程出发：

度规  $g_{\mu\nu}$  和能动张量  $T_{\mu\nu}$  是引力系统的独特特征，有这两个，可以解场方程。

- 度规：度规描述了引力场的几何外形特征，满足宇宙学原理的度规是 **RW (FLRW) 度规**，或：这度规是宇宙学原理的数学表述。

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + R(t)^2 \left\{ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right\}$$

- 能动张量：理想流体的能动张量，由于其是均匀分布的，所以与空间无关，但是与时间有关。  
有了 RW 度规和理想流体的能动张量，代入场方程得到 Friedmann Equation，动力学方程。
- 引力的几何化：引力场的场强可以用几何量，联络描述  
联络是一个几何量：标记平行移动的路径；  
也是一个动力学量：描述引力场的场强。

广义相对论

Ia 型超新星测距，测几百 Mpc 的距离。

$z$  的大小可以判断星系远近的标志。

类星体的发现没有检验了广义相对论。

脉冲星的发现检验了广义相对论。

- 红移
  - 多普勒效应：相对运动（本征值，固有值）
  - 引力红移：引力场强弱改变时间间隔， $\lambda$  减小， $\omega$  增大；
  - 宇宙学红移：宇宙的膨胀（共动坐标系相对值，坐标值）

$$1 + z = \frac{1}{a(t)}$$

[2023-05-09](#)

宇宙学常数对标准宇宙学模型有何影响？

- $\lambda$  抵抗了引力的收缩构建了静态的模型，哈勃定律否定了静态模型，所以 Einstein 去掉了  $\lambda$  . 但是1998 年 Ia Supernova 观测结果说明宇宙是加速膨胀的。
- 宇宙物质构成: 普通重子物质, 4%; 暗物质 23%; 暗能量73% .  
用暗能量可以解释加速膨胀，也就是  $H(t)$  增加了  $\frac{\lambda}{3}$  一项， $\Lambda$ CDM 模型， $\lambda$ ，CD 冷暗物质，所以  $\lambda$  应该保留。

$$H^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} + \frac{\lambda}{3} - \frac{k}{a^2}$$

弯曲程度

$$1 = \frac{8\pi G}{3H^2}\rho + \frac{\lambda}{3H^2} - \frac{k}{a^2H^2}$$

$$1 = \Omega_m + \Omega_\lambda + \Omega_k$$

$$q > 0, q < 0.$$

$\lambda > 0$  但是很小，说明宇宙在加速膨胀。

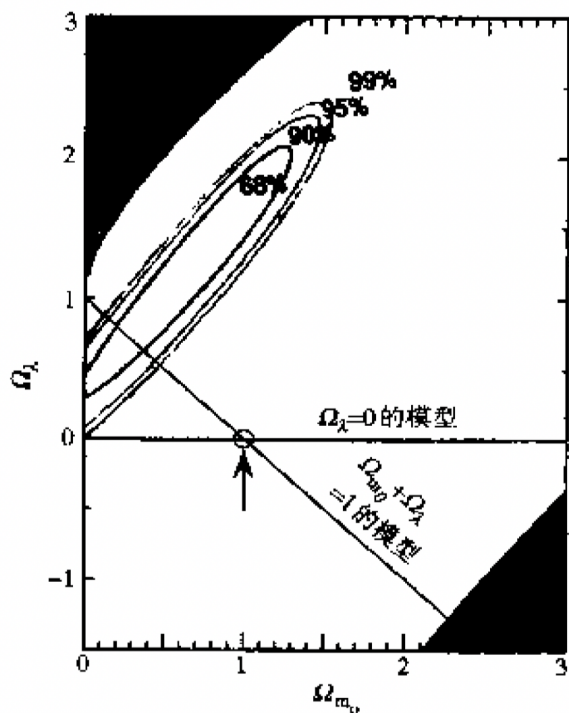


图 3.3 拟合结果画在  $\Omega_\lambda - \Omega_{m_0}$  平面上

球状星团观测到的年龄，和含有宇宙学常数求得的宇宙的值更接近。

1. 对宇宙平坦性无影响；
2. 宇宙学常数是否需要，只能由实测回答。从观测结果来看，含有宇宙学常数与观测结果更加吻合。
3. 如果想要高精度检验，就加入宇宙学常数。
4. 宇宙演化早期不需要宇宙学常数。

## 3. 宇宙的早期

### 3.1. 大爆炸的概念

Gamow 研究了膨胀的宇宙，宇宙早期的面貌是由微观粒子构成的高度均匀的普通气体。

1. 星系只能是宇宙演化的产物
  2. 星系形成前的宇宙介质是普通气体，这是宇宙学原理在早期的体现. Jeans 1920s: self-gravitational instability criterion: 局域结团,
  3. 时间越早, 宇宙越热, 密度越高: 绝热膨胀, 降温.
  4. 原子分子是宇宙演化的产物: 当等离子状态.
  5. 化学元素也是宇宙演化的产物. 在宇宙降温至中性原子形成时, 宇宙中的气体将形成背景光子.
- 粒子气体的两种层次  
高温宇宙高于1MeV, 充满粒子气体: p,n,e, $\gamma$  光子  
但是如果更高温, 夸克、轻子、规范粒子组成气体

### 3.2. 辐射为主的早期

今天密度比, 实物/辐射=6000.

宇宙最初的一万年以辐射为主

在宇宙膨胀中, 实物与辐射的变化规律不同. 实物密度  $\rho_m$  反比于  $R^3$ , 而辐射密度  $\rho_r$  反比于  $R^4$  (参看式(4.5.5)和(4.5.8)), 因此两者之比

$$\frac{\rho_m}{\rho_r} \propto R. \quad (5.2.2)$$

$$R_{eq} = R_0/6000.$$

700. 这样可知, 实物与辐射的粒子数密度比  $\eta$  是

$$\eta \equiv \frac{n_{N0}}{n_{\gamma 0}} = \frac{\rho_{b0}}{\rho_{\gamma 0}} \cdot \frac{E_{\gamma 0}}{E_N} = 5 \times 10^{-10}. \quad (5.2.5)$$

我们看到, 任何体积内的光子数比实物粒子数多 9 个量级. 注意在宇宙膨胀中  $n_N$  和  $n_\gamma$  都反比于  $R^3$ , 因而  $\eta$  作为两者之比是不变的. 它在研究宇宙早期行为时是一个重要参量.

当温度显著超过粒子的静质量, 这种例粒子作为辐射大量存在, 并且是气体的主要组分之一, 这样看来, 早期宇宙是  $m < T$  的辐射气体组成的, 粒子和反粒子都存在, 且数目接近。

### 3.3. 零化学势的理想气体

自旋整数, B-E 统计,

自旋半整数, F-D 统计,

宇宙学中假定气体中正反粒子的数密度相同, 意味着每种组分化学势为零。

早期辐射气体中各组分是同等重要的。

$$E = \begin{cases} 2.70T, & \text{玻色子,} \\ 3.15T, & \text{费米子,} \end{cases}$$

在第四章讨论动力学方程时指出过,由  $P = \rho/3$  结合方程 (4.4.4) 导致辐射气体密度满足  $\rho \propto R^{-4}$  (参看 (4.4.8) 式). 现在从气体的热性质导出  $\rho \propto T^4$ . 对比这两个关系看出

$$RT = \text{const.}, \quad (5.3.15)$$

宇宙温度  $T$  是与  $R$  成反比地降低的. 这是早期宇宙中的一个很有用的关系. 再把这关系与  $n \propto T^3$  结合, 导致

$$nR^3 = \text{const.}, \quad (5.3.16)$$

膨胀过程中共动体积内的粒子数不变。

$$T(\text{MeV}) \approx t(\text{s})^{-1/2}, \quad (5.4.12)$$

意思是说, 以  $s$  为时间单位, 并以  $\text{MeV}$  为温度单位, 那么比例系数几乎是 1. 用这关系可方便地估计出早期宇宙中任一时刻的温度.

$$\rho \approx T^4 \approx t^{-2},$$

最后说明一下密度随时间的变化. 粗略的结果是这样: 宇宙年龄为  $1\text{ s}$  时的密度是  $10^6\text{ g/cm}^3$ , 其他时刻可用  $\rho$  与  $t^2$  成反比来推算.

## 3.4. 温度随时间的变化

真空项	$\rho_{\text{eff}} \propto R^0,$
曲率项	$k/R^2 \propto R^{-2},$
实物项	$\rho_m \propto R^{-3},$
辐射项	$\rho_r \propto R^{-4}.$

从今天往早期回溯, 辐射项增长最快, 实物项其次, 曲率项第三, 真空不增长, 真空和曲率项可以忽略,

## 3.5. 宇宙演化简史

宇宙学奇点疑难, 温度密度在  $t$  趋于零时, 都是趋于无穷的, 宇宙从奇点来. Hot Big Bang 引力场本质上量子场, 经典宇宙是由量子宇宙转化而来的,

### 3.5.1. 经典宇宙

经典宇宙从 Planck 时间后开始, 起始温度低于 Planck 温度  
由此估出经典宇宙的“物理”起点是

$$T \sim G^{-1/2} = 10^{19}\text{ GeV}. \quad (4.26)$$

### 3.5.2. 粒子宇宙学

从  $10^{-43}$  s 到  $10^{-4}$  s, 宇宙温度从  $10^{19}$  GeV 降至 0.1 GeV.

甚早期, 夸克, 轻子, 规范粒子, 真空相变引起的暴涨, 正反重子不等量、冷暗物质, 夸克转化成强子,

### 3.5.3. 核宇宙学

$t = 10^{-4}$ , 温度降至 1 MeV 以下, 夸克转变强子。有了质子中子, 原初核合成, 3-30 min

### 3.5.4. 原子宇宙学

温度小于 0.3 eV 时候原子核和自由电子结合成中性原子。背景光子留了下来。

### 3.5.5. 结构形成阶段

微小密度起伏

最早的结团发生  $10^9$  年前后。

## 3.6. 粒子的退耦

若粒子的碰撞速率远超过宇宙膨胀率, 则气体中能有足够的碰撞维持热平衡, 如果碰撞速率降得快, 那么粒子退出热平衡, 完全失去热碰撞的机会。

有趣的是能够简单地论证, 当  $\Gamma/H$  下降到 1 的量级, 这种粒子已永远地失去了热碰撞的机会. 为此, 我们写出粒子从某时刻  $t$

粒子退耦的最重要的例子是光子退耦,

理论上  $T_d = 1 \text{ MeV}$ , 中微子与其他粒子退耦合了。背景中微子,

已没有了热耦合, 而成了无碰撞组分. 在这意义上, 它被称为背景中微子. 它们将在宇宙中永远存在下去, 因此今天应该是能够观测到的. 人们之所以还没有发现, 只因为中微子与物质的相互作用太微弱, 仪器很难捕捉到它.

## 3.7. 非重子暗物质的候选者

- 热暗物质, 冷暗物质  $m < T_d$ , 退耦时候的热运动接近光速, 中微子, 粒子数密度大, 粒子质量小
- 冷暗物质,  $m > T_d$ , 退耦时是实物组分, 热速度 < 光速, 粒子数密度低, 粒子质量大, Neutralinos, Axion 轴子。质量越大, 对宇宙密度贡献越小。
- 宇宙学视界: 若两个地方的固有距离超过视界值, 它们之间不可能有任何信息交流, 因此两处发生的事情就不可能有因果关系

- **视界疑难**：把它用于宇宙，却出现了令人困惑的疑问：宇宙学原理假定在同一时刻，切地方的物质密度都一样。若两地点的固有距离超过视界，物理上就没有任何机制能造成它们密度的相等。

宇宙早期能量密度正比于温度的4次方

## 4. 光子背景辐射

### 4.1. 原子复合

1. 介质从电离气体转化成中性原子气体

$10^5$  年，温度 1eV (1WK)，气体几乎完全电离，电子与质子结合生成光子和氢原子，这过程可逆，光子与氢原子碰撞使得原子电离。当宇宙继续膨胀，温度降到 1eV 以下，能量大于结合能的光子处于 Planck 分布尾巴中，在总光子数中的占比反比于  $T^2$ ，当  $T$  在下降，高能光子数迅速下降，把 H 瓦解的概率下降，H 原子复合数 > H 核，原子复合开始了。

2. 光子与实物退耦变成背景辐射

1万年时，宇宙温度 1 eV, 氢核 3/4，氦核 1/4。

当  $\eta = 5 \times 10^{-10}$ ，定义电离度为 10% 时为原子复合时刻，此时  $T_{\text{rec}} = 0.295\text{eV}$ ，由于温度变化与尺度因子成反比，氢原子的复合时刻的红移是

$$1 + z = \frac{R_0}{R} = \frac{T_\gamma}{T_{\gamma 0}} = 1250,$$

宇宙年龄  $2 \times 10^5 \text{yr}$ 。

### 4.2. 背景光子的形成

复合开始后，自由电子数密度  $n_e$  下降，使得光子与电子的 Thomson 散射的碰撞率随之下降，碰撞率

$$\Gamma = n_e \sigma_{Th} = n_e \cdot 1.71 \times 10^3 \text{GeV}^{-2}$$

- 膨胀率  $H$ 、碰撞率  $\Gamma$  与  $T$  的关系

$$H \propto T^{\frac{3}{2}}, \Gamma \propto T^3$$

退耦发生在复合之后，用  $\Gamma = H$  当做退耦标志，估算出退耦时候的电离率  $4 \times 10^{-3}$ ，  
 $T_{\text{dec}} = 0.25\text{eV} < T_{\text{rec}} = 0.295\text{eV}$ ，  
 此时红移量

$$1 + z_{\text{dec}} = \frac{T_{\text{dec}}}{T_{\gamma 0}} = 1060,$$

年龄是  $2.4 \times 10^5 \text{yr}$ 。

## 4.3. 背景光子的可观测性质

某些光子经过那时候的最后一次碰撞，就自由地向我们飞来。  
最后散射面是一个理想的等温球面，强度相同。

- 推论 1：若在早期，宇宙学原理成立，那么背景辐射应高度地各向同性，
- 推论 2：最后散射面是**非常接近热平衡的光源**，且频谱是温度为

$$T_{\text{eff}} = \frac{T_{\text{dec}}}{1 + z_{\text{dec}}}$$

的 Planck 谱（处于热平衡的理想态）。退耦后光子不是热平衡的，无温度概念，所以才引入等效温度。

- 一般地， $T_{\gamma} \approx T_{\text{eff}}$ ，人们估测在 1K 到 10K 左右，这是微波波段。

各向同性、高度均匀的热平衡的气体。

## 4.4. 发现和证实

### 1. 发现

Penzias 和 Wilson 于 1965 发现了宇宙微波背景辐射，获得 Nobel 奖。证实了各向同性的背景辐射存在，首要意义是证实了理论基本前提——宇宙学原理的正确性，星系形成前的早期宇宙确实是高度均匀的气体。

### 2. 证实频谱是否与 Plank 谱（黑体辐射谱）十分接近

COBE 解决了大气影响，并确定  $T_{\gamma 0} = (2.728 \pm 0.004)\text{K}$ 。

让我们理解背景辐射谱高度地符合 Planck 公式的意义。在星系形成后的宇宙中，不同部分有了不同的温度。宇宙介质已经没有统一的热平衡了。所有天体的局部热平衡都只会是近似的。若观测其热辐射谱，它对黑体谱必有显著的偏离。

例如太阳的热辐射谱与黑体谱偏离甚大。介质碎裂前的早期宇宙几乎是惟一能整体地达到高度热平衡的系统。这样看来，背景辐射谱与黑体谱高度一致，强烈地暗示了它来自早期宇宙。于是它把热大爆炸理论证实到了几乎无可争议的地步。

## 4.5. 偶极各向异性

偶极各向异性：反映的是银河系的运动，而不是介质不均匀度后果。？

由于本动带来的 Doppler 效应，从银河系测量背景辐射温度时候，应该发现它有微小的各向异性。

宇宙学肯定了弥漫全宇宙的背景辐射的存在，那么以背景辐射为基准的“绝对运动”有了客观意义。

如果从某（局域）参考系中看来没有温度的各向异性，那就可以作为它“绝对静止”的标志。银河系的绝对速度就是相对于这样的静止系而言的。

这不意味着 Newton 绝对空间概念的复活，它是我们对时空认识的进一步深化。



## 4.6. 多极各向异性

在宇宙演化过程中，宇宙的介质不是完全均匀的，必定有小的密度和温度起伏。所以不同点光子退耦的时刻有早有晚，意味着最后散射面不是理想球面，而是有起伏的，所以观测到的背景辐射温度也有起伏。

对这样的起伏，用多级展开讨论。四级各项异性大小是  $5 \times 10^{-6}$ 。

从结构形成上看，如果能细致地观测背景辐射的温度起伏，再换算成密度起伏，可以计算结构形成的初始条件。

副产品：用理论结果拟合实测，可以确定宇宙学参量  $H_0, \Omega_{\text{eff}}, \Omega_{m0}, \Omega_{b0}$ 。

## 4.7. 银河系的绝对运动

本动+膨胀，本动引起多普勒效应。

作为基准的背景辐射本身是在随宇宙空间膨胀的，因此依它定义的绝对静止系只能是局域的，而且空间不同点上的局域静止系之间是相对地运动着的，由此看来，这“绝对静止”基准的存在完全不意味着Newton绝对空间概念的复活。它是我们对时空认识的进一步深化。

## 4.8. 原初扰动的痕迹

实物组分密度+等效真空能密度=1

$$\Omega_m + \Omega_\lambda = 1, \Omega_m = 0.65$$

- 背景光子可观测到的性质有：
  1. 各向同性
  2. 频谱是黑体辐射的 Planck 谱，
  3. 平均温度在 3K 左右
  4. 局域偶极各向异性，反应观测者的运动也就是银河系的运动，
  5. 多极各向异性，反应光子退耦时的温度起伏。

## 5. 原初核合成

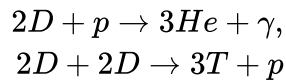
### 5.1. 原初核合成过程

合成前，辐射组分是光子、正反中微子、正反电子、 $T < 1\text{MeV}$ ,



大于 2.2 eV，氘瓦解。宇宙年龄在 3min 时，开始合成氘核。氘核的光分裂失效，可以被看做氘核合成的开始。

在宇宙降至  $0.1\text{MeV}$  时，氘累计较多，然后发生



也就是氦 3 和氚的合成。再进一步产生 氦 4.

因为原子量为 5 的核不稳定，主要产物为  ${}^4He$ 。

${}^3He$ , 和  ${}^3T$  . 统称为轻原子核,  $Li$  和  $Be$  随后产生。

不能产生更大原子质量的核。需要反应前有足够的热动能，库仑排斥力。

当宇宙温度降至  $0.01MeV$  即  $10^8 K$  左右，这时粒子的热动能太低，不足以再引起热核反应，于是原初核合成过程停止了。整个过程只持续了不到 1h

这样，核合成结束后，宇宙介质主要是等离子体气体，主要是氢3/4、氦1/4。

氦的产额主要是被核合成前的 中子/质子 决定。

$$Y_4 = \frac{1}{1 + \left(\frac{n_n}{n_p}\right)^{-1}}$$

## 5.2. 中子数与质子数之比

**中子-质子冻结过程(弱相互作用退耦):** 在原初核合成前，气体中的质子和中子可以通过弱相互作用相互转化。正反过程频繁发生，使质子和中子数密度都满足玻尔兹曼分布，因为中子比质子重  $1.29MeV$ ，所以中子数总是比质子数少。其比值随温度降低而下降。随着宇宙温度下降，这个差值越来越少。当温度降到  $T = T_f$  时候有反应率  $\Gamma = H$  膨胀率，那么质子和中子的转化从这时起停止了，即弱相互作用偏离了反应平衡，于是两者比例被冻结。其开始时间是在温度略小于  $1MeV$  时，

若采用  $N_\nu = 3$ , 算出中子质子冻结温度是  $0.8MeV$ ，冻结比例  $\frac{1}{7}$ 。

氦的合成的起始时刻敏感依赖于核子数和光子数之比。

## 5.3. 产额计算方法和结果

氦的有效合成约开始于宇宙年龄为 1min 时。D2,  $He_3$ ,  $He_4$  含量随之迅速增长。中子的大量消耗在宇宙年龄 3min 后。

$$\eta = (1 - 10)^{-10},$$

这些结果是能够由实测来检验的.由于氦尚未确定，人们检验的办法是：希望找到一个  $\eta$  的范围，使对应的理论产额全面地与实测相一致.

氦 4 产量随 $\eta$ 大而大

氘和氦 3 降低

$Li$  不能小于  $10^{-10}$ .

但是，理论产额代表宇宙年龄为1h时的元素丰度，而实测得到的却是演化了百亿年后的宇宙中的元素丰度.这两个时刻之间有过恒星代复一代的形成和死亡，它们是改变了宇宙中的元素丰度的.怎么扣除恒星过程对元素丰度的影响是实测检验中的主要困难.

## 5.4. He 原初丰度的实测推断

氦原初丰度为  $0.22 - 0.24$ .

设想自然界还存在一种质量小于  $1\text{MeV}$  的未知粒子，而它对当时的宇宙密度有不可忽略的贡献. 这样不管它是什么粒子，只要让  $N$ ，大于 3，就能把它的效果包括进去. 这正是在粒子实验已肯定了中微子有三代，而在核合成理论中依然把  $N$ ，当待定参量的含义，如果在进一步的研究中，核合成理论能断言  $N \neq 3$ ，这将是宇宙学向粒子物理提供的又一个有价值的启示。

## 5.5. 中微子种数问题

每多一种中微子，增大 0.014

## 5.6. 氘原初丰度

恒星内部不产氘，但是消耗氘，此外，外部环境不产生新氘核，所以死亡前向周围空间抛出的气体不含有氘，随着恒星一代又一代的形成死亡，氘将单调减少。

不同古老的天体氘含量差别明显。没解决。

## 5.7. $^3\text{He}$ 原初丰度

有的产生，有的消耗，只有近距离处的测量结果。

假设银河系所有恒星同时产生，假设恒星死亡时，星际抛出的化学元素很快在全星系中均匀化。残存率 大于  $1/4$ .

目前没有很可靠的从实测中推断出的方法。

## 5.8. 评述

$10^6\text{g}/\text{cm}^3$

核合成检验研究的目标之一是把核子-光子数比  $\eta$  定下来。背景辐射给出  $\eta \approx 5$ ，理论对产额的预言是

$\approx 5$ . 若把这结果用于原初核合成，理论对核产额的预言是： $Y_4 \approx 0.244$ ,  $y_2 \approx 3 \times 10^{-5}$ ,  $y_3 \approx 1.2 \times 10^{-5}$ ,  $y_7 \approx 3 \times 10^{-10}$ . 与本章讨论过的原初丰度的实测推断对照，除了类星体 0014+813 前方的吸收云中测到的氘明显太大外，其他推断结果都是与此相容的，只是  $^4\text{He}$  的原初丰度兼容得很勉强. 这一方面说明本问题对参量  $\eta$  很敏感，所以理论的检验对原初丰度的推断值要求较高. 从另一方面

## 6. 重子的物质密度

- 可能存在的问题：假定了核合成前质子数与中子数之比不均匀，而此前的夸克-强子相变造成它不均匀是可能的。

$$\Omega_B = \frac{\rho_N}{\rho_c} = A\eta_{10}h^{-2}$$

定出原初丰度，可以预言重子密度。

但是测量值超过了核合成预言的值，这暗示宇宙以非重子为主。

通过核合成研究定出  $\eta$  再由他推断  $\Omega_B$  是宇宙学中确定重子密度唯一方法。0.05 左右，或小于 0.1。

暗能量：73%，暗物质 23%，重子4%，我们的宇宙以非重子为主。

影响产额的两个关键量：冻结温度和氦核合成开始时候的温度。

扣除恒星演化

- 氦：4He 河外电离氢区，氢氦多，重元素少。

但是银河系外的电离氢区中，氦四核的丰度值十分弥散，并不能有效给出原初氦丰度。

碳氮氧低，氦也低，线性拟合，外推到 氧为 0 时， $0.229 \pm 0.004$  .

0.22 – 0.24,

- 确定重子密度的唯一方法

答：通过核合成研究定出核子数/光子数= $\eta$ ，再由其推断重子物质的密度参数  $\Omega_B$

宇宙中大部分氦不是恒星燃烧的产物，而是来自宇宙的早期。

Li 原初丰度 大于  $10^{-9}$ , 宇宙散裂线产生 Li

晕星系，Li 含量低，如果恒星表面温度  $>5500\text{K}$ ，则有相近的丰度。

- 为什么不同轻核的核子数与光子数的比值存在公共区间就是支持？

答：轻核的合成是顺序进行的，后者产生是以前者为基础的。核子数与光子数比值必然连续，必定存在公共区间。

## 7. 甚早期暴涨

### 7.1. 标量场的自作用

电磁场是一种规范场。

- 弱电统一：用具有  $SU(2) \otimes U(1)$  对称的规范场来描写，即它们原是同一种力，但是这对称性在低能量下自发破缺，使得弱力和电磁力表现得很不一样。
- 对称性自发破缺的 Higgs 机制。
- 高能和低能的界限是  $\phi = 0$  处和  $\phi = \pm\phi_0$  处的势能之差标志的，对于弱电，分界能量时  $10^2\text{GeV}$  . 而强和弱电的分界标志是  $10^{15}\text{GeV}$  .

$$V(\phi) = -\mu\phi^2 + \lambda\phi^4,$$

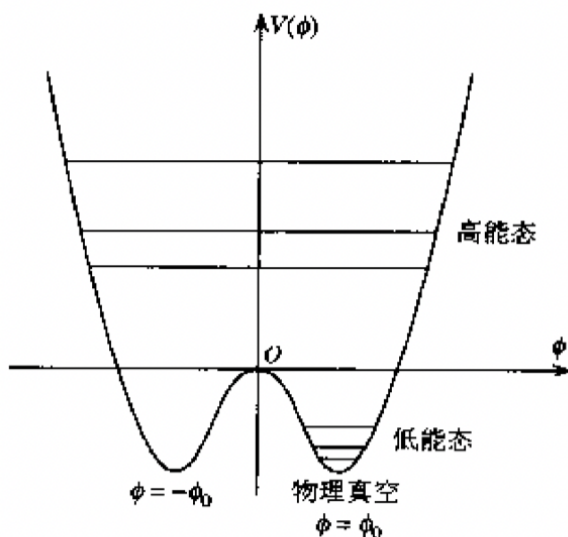


图 8.1 Higgs 位势

## 7.2. 真空相变

- 温度为  $T$  的真空态：Higgs场  $\phi$  在温度为  $T$  时的平衡态，由其自由能密度  $F(\phi, T)$  决定。温度为  $T$  的  $\phi$  场平衡态下必使相应温度下的自由能密度  $F(\phi, T)$  取极小。
- 当介质从  $T > T_c$  降温到  $T < T_c$ ，真空态要发生一次突变，这就是对称性自发破缺引起的真空相变。
- 临界真空态的能量密度  $\rho_{\text{vac}} \approx T_c^4$  是常数
- 温度为零的系统就是纯动力学系统

## 7.3. 暴胀的产生

过冷态，暴胀，真空相变，重加热

- 相变前，高温辐射能量密度最大，真空能可以忽略。宇宙在这情况下将按  $R = At^{-1/2}$  的规律膨胀。
- 由于势垒存在，相变并不能在  $T = T_c$  时及时发生，宇宙进入了亚稳真空的过冷态。宇宙的继续膨胀使辐射气体密度迅速下降。此时，真空能密度大于辐射密度。此时  $R \propto e^{Ht}$ 。代入  $T_c = 10^{15}\text{GeV}$ ，得到  $H^{-1} = 10^{-35}\text{s}$ ，若  $t = 10^{-33}\text{s}$ 。由此看来宇宙膨胀了  $e^{100}$  倍，这比标

准模型在 150 亿年内的膨胀倍数还多。

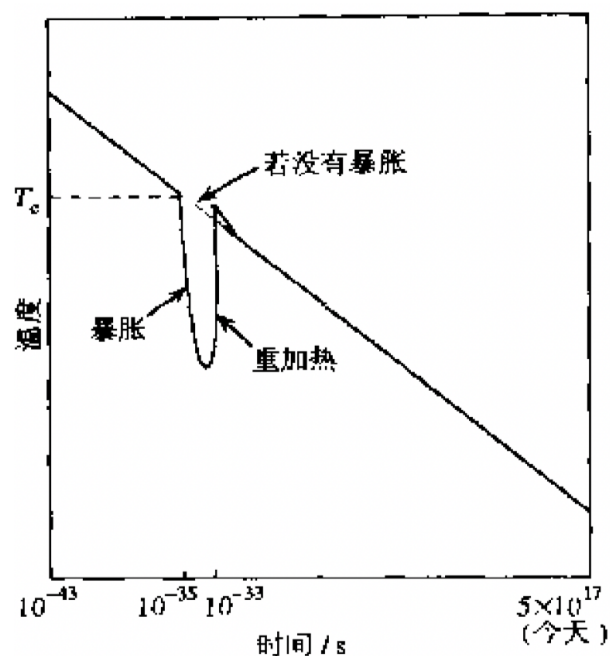


图 8.4 暴胀对温度的影响

- 真空完成了从  $\phi = 0$  到  $\phi = \phi_0$  的跃迁，重加热后的辐射气体高温，新的真空密度又远小于辐射。相变前的暴胀只是一个短暂的插曲。
- **重加热**：因真空进入过冷态而使气体温度下降，当真空相变完成时，相变潜热放出，气体温度又回到了  $T_c$ 。（从真空能为主又变成了以辐射为主）

## 7.4. 均匀性疑难

**均匀性疑难**：宇宙早期的视界尺度太小，所以可观测区域内各部分物质在宇宙早期不能有因果联系，没有任何物理机制使得距离超过视界的两点具有同样温度，造成当时可观测宇宙中的均匀性

无法由相应的物理机制来实现，例如温度，密度等。

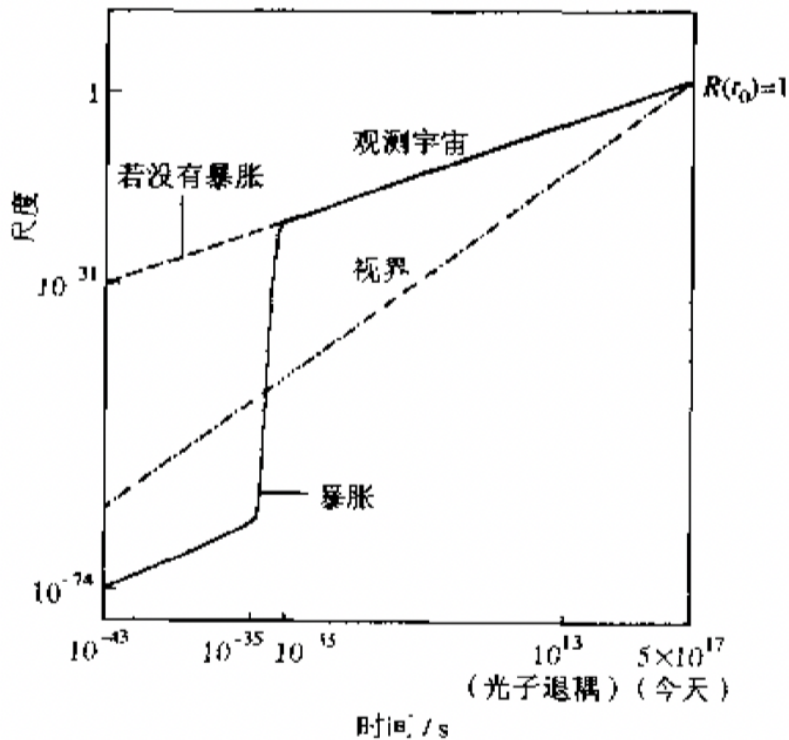


图 8.3 暴胀对尺度变化的影响

- 暴胀的回答：宇宙在暴胀前的大小远比原来的估计要小很多。在暴胀时，视界大小不变，因此暴胀使得宇宙膨胀得超过视界。而在暴胀前宇宙可以是均匀的或者变成均匀的。

## 7.5. 结构起源疑难

- 星系物质即使在均匀化后所占据的范围也远小于可观测宇宙尺度。而早期的视界又远小于星系物质大小，所以使得星系种子产生的密度扰动必须是超视界的，这是不可能的。那么后来的星系从哪儿来的？
- 暴胀的回答：暴胀前星系的尺度是亚视界的，星系的结团种子在暴胀前就可能产生。暴胀会把气体的密度起伏也洗掉，他们成不了后来结构形成的种子，所以种子只能产生在暴胀过程中。

## 7.6. 准平坦性疑难

$$3H^2 = 8\pi G\rho - \frac{k}{3a^2}$$

$$\frac{3H^2}{8\pi G\rho} = 1 - \frac{k}{3(8\pi G\rho)a^2}$$

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}, \rho_c \equiv \frac{3H^2}{8\pi G}$$

而

$$\begin{cases} \rho a^4 = \text{const.}, \text{ radiation} \\ \rho a^3 = \text{const.}, \text{ matter.} \\ \rho = \text{const.}, \text{ vacuum.} \end{cases}$$

所以

$$\frac{1}{\Omega} = 1 - \frac{C}{\rho a^2} \propto a^2 \text{ 或 } a \text{ 或 } a^{-2}$$

- 为什么宇宙在 100 多亿年后仍接近平坦？或者，为什么宇宙最初的密度  $\rho$  和膨胀速率  $H$  需要有非常巧妙的配合，以致于  $\Omega$  在第 58 位小数上才有了对 1 的偏离。
- 暴胀的回答：暴胀阶段以真空能为主，这导致  $\Omega$  增大，抵消了从普朗克时期开始的单调增大的尺度因子带来的  $\Omega$  的减小，从而把  $\Omega$  对 1 的偏离压得十分低。今天的宇宙密度参数值  $\Omega_0$  必定依然很接近于 1。
- 曲率因子宇宙密度参数的关系

$$\left| 1 - \frac{1}{\Omega} \right| = \frac{k}{8\pi G \rho R} \propto \begin{cases} a^2 (\text{辐射}), \\ a (\text{实物}), \\ a^{-2}, \text{ 真空} \end{cases}$$

## 7.7. 暴胀的启示及其产生机制

- **标准模型出现这些疑难的根源**
  1. 对经典宇宙提出了过分苛刻的初条件；
  2. 最原始的宇宙必须既超视界地均匀，又必须在超视界范围内有显著超过随机涨落的密度起伏；
  3. 初始宇宙的膨胀速率还必须与初始密度有精确的配合。
- **启示**
  1. 对宇宙学原理的再认识：全宇宙的均匀性是一个合理地假设，超视界的均匀不可能，但一块小的均匀区域可以通过暴胀而扩大，以至于我们的观测宇宙只是很小一部分。  
(为什么宇宙学原理可以用测证实)
  2. 甚早期的宇宙曾在一个短暂的阶段里膨胀了几十个量级，以暴胀后为初始条件，宇宙的视界已比当时的可观测宇宙小很多；今天的宇宙介质是宇宙重加热的产物。原始经典宇宙的初条件失去了重要作用，宇宙重加热后的状态才是今天宇宙的实际初条件；
  3. 相变中产生的涨落必定是结构形成种子的来源；
  4. 无论原来宇宙密度有多大，暴胀已经把  $\frac{1}{\Omega}$  对 1 的偏离压得十分低。

书上结论：

1. 没有论据说明暴胀确实发生过
2. 人们确信暴胀曾经发生过



## 7.8. 支持暴胀的证据

- 暴胀产生机制
  1. 额外维度的收缩诱发普通三维空间的暴胀。
  2. 引力常数在宇宙学时间尺度上的变化
- 检测：
  1. 今天的宇宙密度： $\Omega = 1$ ，说明暗物质占绝大部分；
  2. 宇宙微波背景辐射的密度起伏
- 热大爆炸宇宙学模型的成功之处
  1. 成功给出了宇宙约 140 亿年的演化图像，温度和密度都从极高的起点开始演化的，先后经历暴胀，大爆炸，辐射为主，物质为主，温度逐渐降低，曲率逐渐减小；
  2. 预言了轻粒子的丰度；
  3. 预言了宇宙微波背景辐射；

可以通过光信号相联系的边界，是可观测宇宙的最大范围，超过该边界，没有因果。

$$a = \begin{cases} t^{\frac{1}{2}}, \text{radiation,} \\ t^{\frac{2}{3}}, \text{matter.} \end{cases}$$

- 宇宙的重加热 (5)：
- 弱相互作用退耦 (4)：就是指指的是质子和中子的冻结吗？
- 中子与质子数目比的冻结过程 (20)
- 暴胀如何缓解均匀性疑难(20)
- 背景光子的可观测性质(20)
- 宇宙微波背景辐射为什么应该具有微小温度起伏？ (20)
- 银河系的运动可以称为绝对运动的原因 (20)
- 宇宙最初中性原子产生的过程 (20)
- 辐射定义(5)：静质量远小于动能，满足波粒二象性。
- 真空定义：密度是常数。
- 实物：静质量远大于动能，以实物粒子存在
- 无论宇宙本身是有限的还是无限的，宇宙可以被观测到的部分总是（有限）的？ 有限：体积有限
- 微波背景辐射的密度起伏：相变潜热的释放并不完全同步。
- 宇宙演化的图景
  - 奇点
  - 暴胀
  - 辐射为主：原初核合成
  - 物质为主：微波背景辐射 (CMB)、宇宙结构形成

- 今天