

Soit la constante a

Supposons que $G(a) \Rightarrow (\exists x, F(x))$ (1)

Supposons que $\neg(\exists x, (G(a) \Rightarrow F(x)))$ (2)

Supposons que $G(a)$ (3)

$\exists x, F(x)$ (4)

d'après (3)(1), ($\Rightarrow E$)

Soit l'élément x

Supposons que $F(x)$ (5)

Supposons que $\neg(F(a))$ (6)

Supposons que $G(a)$ (7)

Montrons $F(x)$ (8)

d'après (5)

$\exists y, G(a) \Rightarrow F(y)$ (9)

d'après (?), ($\exists I$)

Montrons \perp (10)

d'après (9)(2), ($\neg E$)

Montrons $F(a)$ (11)

d'après (?), (A)

Montrons $F(a)$ (12)

d'après (4)(?), ($\exists E$)

$\exists x, G(a) \Rightarrow F(x)$ (13)

d'après (?), ($\exists I$)

Montrons \perp (14)

Montrons \perp (14)

d'après (13)(2), ($\neg E$)

Montrons $\exists x, G(a) \Rightarrow F(x)$ (15)

d'après (?), (A)

Supposons que $\exists x, G(a) \Rightarrow F(x)$ (16)

Montrons $G(a) \Rightarrow (\exists x, F(x))$ (22)

Supposons que $G(a)$ (17)

Soit l'élément x

Supposons que $G(a) \Rightarrow F(x)$ (18)

$F(x)$ (19)

d'après (17)(18), ($\Rightarrow E$)

Montrons $\exists x, F(x)$ (20)

d'après (19), ($\exists I$)

Montrons $\exists x, F(x)$ (21)

d'après (16)(?), ($\exists E$)

Montrons $(G(a) \Rightarrow (\exists x, F(x))) \Leftrightarrow \exists x, (G(a) \Rightarrow F(x))$ (23)

d'après (?)(?), ($\Leftrightarrow I$)