Теормин

① СКНФ, СДНФ, полином Жегалкина

Опр СКНФ (совершенная конъюнктивная нормальная форма) – такая КНФ, что каждый дизъюнкт содержит все переменные ровно по одному разу, и все дизъюнкты различны.

СКНФ: $\wedge(x_1^{\sigma_1} \vee x_2^{\sigma_2} \vee \ldots \vee x_n^{\sigma_n})$, где $x^{\sigma_i} = \begin{cases} \overline{x_i}; \sigma_i = 1 \\ x_i; \sigma_i = 0 \end{cases}$

СКНФ $\exists$ для $\forall$ функции, кроме тождественной 1 и строится по нулевым строчкам.

Опр СДНФ (совершенная дизъюктивная нормальная форма) – такая ДНФ, что каждый конъюнкт содержит все переменные по одному разу, и они все различны.

СДНФ: $\vee(x_1^{\sigma_1} \wedge x_2^{\sigma_2} \wedge \ldots \wedge x_n^{\sigma_n})$

СДНФ $\exists$ для $\forall$ функции кроме тождественного 0 и строится по единичным строчкам.

Опр Форма функции вида $\alpha_0 \oplus \alpha_1 x_1 \oplus \alpha_2 x_2 \oplus \ldots \oplus \alpha_{2^n-1} x_1 x_2 \ldots x_n$, $\alpha_i \in \{0;1\}$ называется полиномом Жегалкина.

Для $\forall$ функции $\exists!$ полином Жегалкина.

② Определение существенных и фиктивных переменных

Опр Переменная x_i называется существенной для функции $f(x_1, x_2 \ldots x_n)$ $i \in \overline{1..n}$, если $\exists$ набор значений $\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_{i-1}, \alpha_{i+1} \ldots \alpha_n$; $\alpha_j \in \{0;1\}$ такой, что

$f(\alpha_1;\alpha_2 \ldots \alpha_{i-1};0;\alpha_{i+1};\ldots \alpha_n) \neq f(\alpha_1;\ldots \alpha_{i-1};1;\alpha_{i+1}\ldots\alpha_n)$. В противном случае переменная называется фиктивной.

③ Определение замкнутых классов

Опр Класс функций K называется замкнутым, если ∀ суперпозиция функций из данного класса и замена переменных в том числе с отождествлением даёт функцию из этого же класса.

④ Понятие формальной системы

Опр Формальная система - набор $(\Sigma; F; A; R)$, где:

- Σ - алфавит (счётное множество
- F - формулы (~~счётное множество конечных слов~~); $(F \subseteq \Sigma^*$, где Σ^* - множество конечных слов)
- A - аксиомы $(A \subseteq F)$
- R - правила вывода $((f_1; f_2 \ldots f_k) \vdash f_{k+1})$

⑤ Определение выводимости и условной выводимости

Опр f выводится из множества гипотез Г, если ∃ цепочка $(f_1; f_2 \ldots f_n) \vdash f$; где f_i - аксиома или гипотеза (~~синтаксическое следствие~~)

Опр f условно выводится из множества гипотез Г, если f истинна на всех наборах, на которых истинны все функции из Г

⑥ Определение синтаксического и семантического следствие

Опр Синтаксическое следствие - выводимость в ФС. Обозначается $\Gamma \vdash f$.

функция f - условная

Опр Семантическое следствие – условная выводимость в ФС

Обозначается $\Gamma \models f$

функция f истовая

⑦ Определение сигнатуры и модели

Опр Сигнатура – конечное количество предикатных и функциональных символов с указанием арности в исчислении предикатов.

Опр Модель – это:

1) Сигнатура

2) Область интерпретации (M)

3) Интерпретация символов сигнатуры (придаём предикатам и функциям смысл)

⑧ Определение общезначимости

Опр Формула в исчислении предикатов называется общезначимой, если она истинна в $\forall$ интерпретации

⑨ Определение машины Тьюринга

Опр Машина Тьюринга – это набор $(A; Q; Q_f; \delta; q_0; \lambda)$, где:

- A – алфавит (конечное множество
- Q – конечное множество состояний
- Q_f – множество финальных состояний ($Q_f \subseteq Q$
- δ – таблица переходов $\delta: A \times Q \to A \times \{-1; 0; 1\} \times Q$.

• q_0 - начальное состояние; $q_0 \in Q$

• Λ - пустой символ; $\Lambda \in A$

⑩ Определение разрешимого языка

Опр Язык L в конечном алфавите A называется разрешимым, если $\exists$ такая решающая МТ с алфавитом $B \supseteq A$, которая на $\forall$ входе $w \in L$ останавливается в состоянии q_{yes}, а на $\forall$ входе $w \notin L$ останавливается в состоянии q_{no}.

При этом пустой символ $\Lambda \notin A$.

⑪ Пример неразрешимого языка

$L_{stop} = \{M \mid M$ останавливается на входе $\varepsilon\}$

⑫ Определение вычислимой функции

Опр Частично определённая функция $f: \mathbb{N}^n \to \mathbb{N}$ называется вычислимой на МТ, если $\exists$ такая МТ M, что для $\forall$ набора $(m_1; m_2 \ldots m_n)$, принадлежащего области определения f, работа M на входе $\#\underbrace{11..1}_{m_1+1}\#\underbrace{11..1}_{m_2+1}\#\ldots\#\underbrace{1..1}_{m_n+1}$ завершается результатом $\underbrace{11..1}_{f(m_1;m_2..m_n)+1}$

⑬ Функция трудолюбия Радо

Опр Функция трудолюбия Радо $R(n)$ определяется как максимальное число единиц, которое может оказаться на ленте в результате работы МТ с n состояниями и алфавитом $\{\Lambda; 1\}$ на пустом входе при условии, что МТ останавливается на пустом входе

Функция трудолюбия Радо невычислима.

(14) Формулировка теоремы Райса

Пусть $\mathcal{A}$ - некоторое нетривиальное семейство вычислимых функций, т.е. $\exists$ такие вычислимые f_1 и f_2, что $f_1 \in \mathcal{A}$; $f_2 \notin \mathcal{A}$.

Теорема (Райса) Алгоритмически неразрешима следующая проблема: По описанию МТ М решить, принадлежит ли вычисляемая М функция f семейству $\mathcal{A}$.

(15) m-сводимость языков. Определение и свойства.

Опр Язык $A \in \mathbb{N}$ m-сводится к языку $B \in \mathbb{N}$ (обозначается $A \leq_m B$), если $\exists$ всюду определённая вычислимая функция $f: \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ такая, что: $x \in A \Leftrightarrow f(x) \in B$

Свойства m-сводимости:

1) $A \leq_m A$ (рефлексивность)

2) $A \leq_m B$; $B \leq_m C \Rightarrow A \leq_m C$ (транзитивность)

3) $A \leq_m B \Rightarrow \mathbb{N} \setminus A \leq_m \mathbb{N} \setminus B$

4) $A \leq_m B$; B - разрешим $\Rightarrow$ A - разрешим.

5) $A \leq_m B$; B - перечислим $\Rightarrow$ A - перечислим.

(16) Арифметическая иерархия

Опр Язык /свойство A принадлежит множеству Σ_n, если его можно представить в виде $A(x) \Leftrightarrow \exists y_1 \forall y_2 \exists y_3 \ldots ? y_n B(x; y_1; y_2 .. y_n)$, где B - разрешимое свойство. Кванторы чередуются. ? - квантор, зависит от чётности n.

Опр Свойство A принадлежит классу Π_n, если его можно представить в виде $A(x) \Leftrightarrow \forall y_1 \exists y_2 \forall y_3 \ldots ?y_n B(x, y_1 \ldots y_n)$, где B - разрешимое свойство. Кванторы чередуются.

Опр Семейство всех классов Σ_n и Π_n $\forall n \in \mathbb{N}$ называют арифметической иерархией.

17) Формальный язык

Опр Формальный язык - множество конечных слов над конечным алфавитом

18) Определение регулярного языка и регулярного выражения

Опр Пусть задан конечный алфавит Σ. Определим на нём индуктивно регулярные языки и регулярные выражения, их задающие:

РЯ	РВ
1) $\varnothing \in REG$	$\varnothing$
2) $\forall a \in \Sigma \hookrightarrow \{a\} \in REG$	a
3) $\forall X, Y \in REG \hookrightarrow XY \in REG$	XY
4) $\forall X, Y \in REG \hookrightarrow X+Y \in REG$	$X+Y$
5) $\forall X \in REG \hookrightarrow X^* \in REG$	X^*

19) Детерминированный конечный автомат. Распознавание языка на ДКА

Опр Детерминированный конечный автомат (ДКА) - это набор $\{\Sigma; Q; Q_F; \delta; q_0\}$ где:

- Σ - алфавит, слова над которым обрабатывает ДКА
- Q - конечное множество состояний автомата
- Q_f - множество принимающих состояний ($Q_f \subseteq Q$)
- δ - таблица переходов $\delta: \Sigma \times Q \to Q$
- q_0 - начальное состояние; $q_0 \in Q$

ДКА читает слово один раз слева направо. Если слово дочитано до конца, и ДКА находится в принимающем состоянии, то слово принято, то есть лежит в языке, иначе - нет.

20 Недетерминированный конечный автомат (НКА). Распознавание языка на НКА.

Опр Недетерминированный конечный автомат (НКА) - это набор $(\Sigma; Q; Q_f; \delta; q_0)$

где:

- Σ - алфавит
- Q - конечное множество состояний автомата
- Q_f - множество принимающих состояний $Q_f \subseteq Q$
- δ - таблица переходов $\delta: \{\Sigma \cup \varepsilon\} \times Q \to 2^Q$
- q_0 - начальное состояние; $q_0 \in Q$

НКА ~~читает слово~~ принимает слово, если возможно достичь принимающего состояния при полном считывании слова.

(21) Замкнутость регулярных языков относительно теоретико-множественных операций

Пусть $A, B \in REG$ над Σ^*. Тогда:

1) $A+B$; AB; $A^* \in REG$

2) $\overline{A} = \Sigma^* \setminus A \in REG$

3) $A \cap B \in REG$

4) $A \setminus B \in REG$

(22) Разделяющие суффиксы. Теорема Майхилла-Нерода.

Опр Пусть дан $L \subset \Sigma^*$. Определим отношение Майхилла-Нерода ($\equiv_L$) на Σ^* следующим образом: $x \equiv_L y \Leftrightarrow \forall z \in \Sigma^* \hookrightarrow xz \in L \Leftrightarrow yz \in L$

Теорема (Майхилла-Нерода)

Язык L регулярен $\Leftrightarrow$ число классов эквивалентности по отношению Майхилла-Нерода конечно.

Что такое разделяющие суффиксы? Без понятия. Думаю, что имелось в виду это:

Теорема (Лемма о накачке)

Пусть $L \subset \Sigma^*$ - регулярен. Тогда $\exists k \in \mathbb{N} : \forall w \in L : |w| > k$ $\exists$ слова x, y, z ст $\hookrightarrow w = xyz$; $|y| > 0$; $|xy| \leq k$; $xy^n z \in L$ $\forall n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

похоже на разделяющий суффикс