Лекция 7

Вычислимость и разрешимость. Другие варианты МТ.

Кодирование и моделирование. Универсальная МТ.

Опр Частично определённая функция $f: \mathbb{N}^n \to \mathbb{N}$ называется вычислимой на МТ, если $\exists$ такая МТ M, что для $\forall$ набора $(m_1, m_2 \ldots m_n)$, принадлежащего области определения f, работа M на входе $\#\underbrace{11\ldots1}_{m_1+1}\#\underbrace{11\ldots1}_{m_2+1}\#\ldots\#\underbrace{11\ldots1}_{m_n+1}$ завершится результатом $\underbrace{11\ldots1}_{f(m_1,m_2\ldots m_n)+1}$

Опр Решающая машина Тьюринга имеет ровно 2 финальных состояния: q_{yes} и q_{no}.

Опр Язык L в конечном алфавите A называется разрешимым, если $\exists$ такая решающая МТ с алфавитом $B \supseteq A$, которая на $\forall$ входе $w \in L$ останавливается в состоянии q_{yes}, а на $\forall$ входе $w \notin L$ останавливается в состоянии q_{no}. При этом пустой символ $\Lambda \notin A$.

Опр Характеристическая функция χ_L языка L:

$$\chi_L = \begin{cases} 1; & w \in L \\ 0; & w \notin L \end{cases}$$

Утв L - разрешим $\Leftrightarrow$ χ_L - вычислима

Другие варианты МТ:

- Недетерминированная МТ:

$\delta: A \times Q \to 2^{A \times \{-1; 0; 1\} \times Q}$

Пример $\delta(a; q) = \{(b; +1; q_1); (a; 0; q_2)\}$

В недетерминированной МТ комбинация символа на ленте и текущего состояния может допускать одновременно параллельно несколько переходов в следующие состояния, то есть она может одновременно находиться во многих состояниях.

- МТ с лентой, бесконечной в одну сторону.

- K-ленточная МТ, где $K \in \mathbb{N}$

K-ленточная МТ не очень удобна в записи конфигураций. В ней мы записываем состояния всех лент подряд, но удобнее записывать их отдельно.

<u>Утв</u> Если язык разрешим / функция вычислима на какой-то МТ, то это выполняется на $\forall$ МТ.

<u>Опр</u> МТ M' моделирует работу МТ M, если она удовлетворяет следующему свойству: на входе вида $c(w)$, где w - вход M, результатом работы M' является $c(u)$, где u - результат работы M на входе w. Здесь $c(x)$ - код слова x, то есть отображение из множества слов над алфавитом M во множество слов над алфавитом M', позволяющее по $c(x)$ однозначно восстановить x.

Утв Для $\forall$ МТ M $\exists$ МТ в двухбуквенном алфавите M', моделирующая работу M.

Утв Для $\forall$ k-ленточной МТ M $\exists$ одноленточная МТ M', моделирующая работу M.

Опр Универсальной машиной Тьюринга называют такую МТ, которая моделирует работу $\forall$ другой МТ. Входом такой универсальной МТ является описание МТ и её входа.

Утв $\exists$ универсальная МТ с одной лентой и двухбуквенным алфавитом.