Доказательство Теоремы 3

Пусть φ_n – собственная функция оператора $\hat{A}$, т. е. $\hat{A}\varphi_n = a_n\varphi_n$ (1)

Подействуем на уравнение (1) оператором $\hat{B}$ слева (чтобы не испортить равенство)

$$\hat{B}(\hat{A}\varphi_n) = \hat{B}(a_n\varphi_n)$$

Так как оба оператора линейны, то a_n можно вынести из под оператора B

А так как операторы коммутируют, то их можно поменять местами

$$\hat{A}(\hat{B}\varphi_n) = a_n(\hat{B}\varphi_n) \quad \text{или } \hat{A}(\psi_n) = a_n(\psi_n)$$

то есть функция $\psi_n \equiv \hat{B}\varphi_n$ есть собственная функция оператора $\hat{A}$
и таким образом совпадает с φ_n в общем случае с точность до константы,
которую обозначим через b_n, → $\psi_n \equiv b_n\varphi_n$ Отсюда $\hat{B}\varphi_n \equiv b_n\varphi_n$

Другими словами, собственные функции коммутирующих операторов совпадают (с точностью до константы $b_n = ca_n$)

Доказательство Теоремы 3
Пусть – собственная функция оператора А, т. е.
Подействуем на уравнение (1) оператором В слева (чтобы не испортить равенство)
Так как оба оператора линейны, то можно вынести из под оператора В
А так как операторы коммутируют, то их можно поменять местами
или
то есть функция есть собственная функция оператора А
и таким образом совпадает с в общем случае с точностью до константы,
которую обозначим через Отсюда
Другими словами, собственные функции коммутирующих
операторов совпадают (с точностью до константы)

Постулат 4. Уравнение Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \widehat{\mathrm{H}}\Psi; \qquad \widehat{\mathrm{H}} = \widehat{\mathrm{T}} + \widehat{U}$$

Оператор Гамильтона =
сумме операторов кинетической энергии T
и потенциальной энергии U

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx 10^{-27}\ \text{эрг} \cdot \text{сек}; \qquad h \approx 6{,}626 \cdot 10^{-35}\ \text{Дж} \cdot \text{с}$$

$$\hat{T} = \frac{mv^2}{2} = \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

Постулат 4. Уравнение Шредингера
Оператор Гамильтона =
сумме операторов кинетической энергии T
и потенциальной энергии U

Одномерное уравнение Шредингера

$$\boxed{i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}=\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+U(x,t)\right]\Psi(x,t)}$$

Одномерное уравнение Шредингера

Стационарное уравнение Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\hat{H}\Psi;\quad \hat{H}=\hat{T}+\hat{U}\text{, если}\quad \hat{H}\neq f(t)$$

$$\Psi(x,t)=\varphi(x)\boxed{exp\left(-i\frac{E}{\hbar}t\right)}$$

$$\boxed{\hat{H}\varphi(x)=E\varphi(x)}$$

Стационарное уравнение Шредингера

$$\Psi=T(t)X(x);\quad i\hbar X\frac{\partial T}{\partial t}=T\hat{H}X;\quad \frac{1}{XT};\quad i\hbar\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{1}{X}\hat{H}X\equiv E;$$

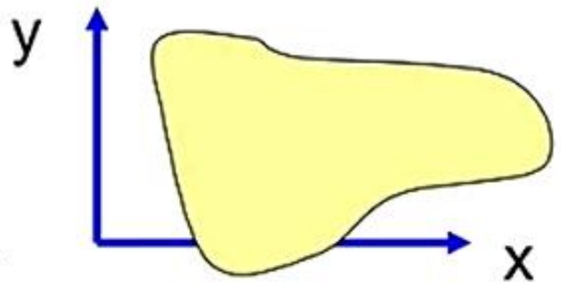
$$i\hbar\frac{dT}{T}=Edt;\quad T(t)=exp\left(-i\frac{E}{\hbar}t\right)$$

$$\hat{H}X(x)=EX(x)$$

Стационарное уравнение Шредингера

Двумерное уравнение Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi;$$



$$\Psi = \Psi(x, y, t);$$

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{U} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{\hat{p}_y^2}{2m} + \hat{U}(x, y, t);$$

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial y^2} + U\right]\Psi$$

Двумерное уравнение Шредингера

Трехмерное уравнение Шредингера

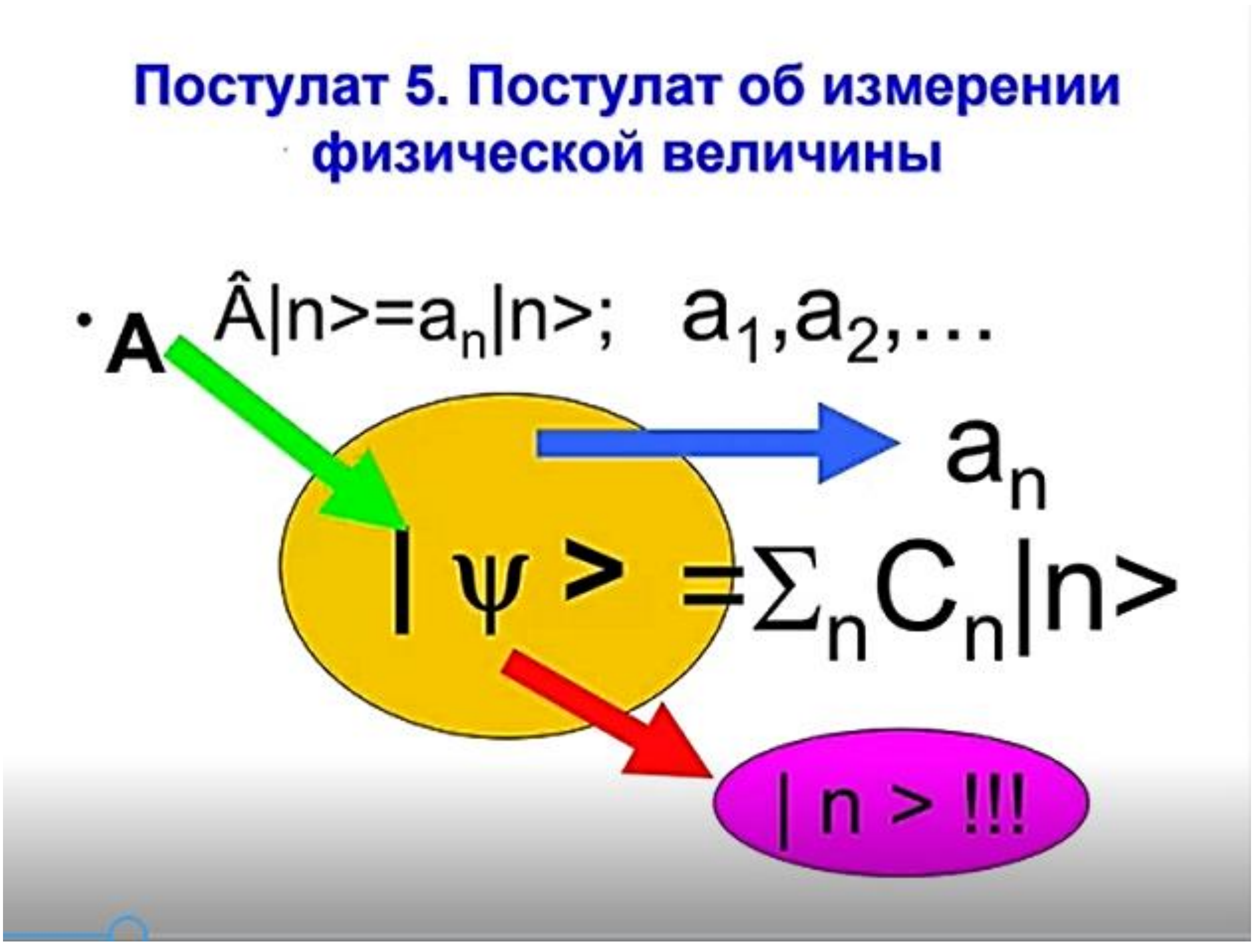
$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi; \qquad \Psi = \Psi(x, y, z, t) = \Psi(\vec{r})$$

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{U} = \frac{\hat{p}_x^2}{2m} + \frac{\hat{p}_y^2}{2m} + \frac{\hat{p}_z^2}{2m} + \hat{U}(x, y, z, t);$$

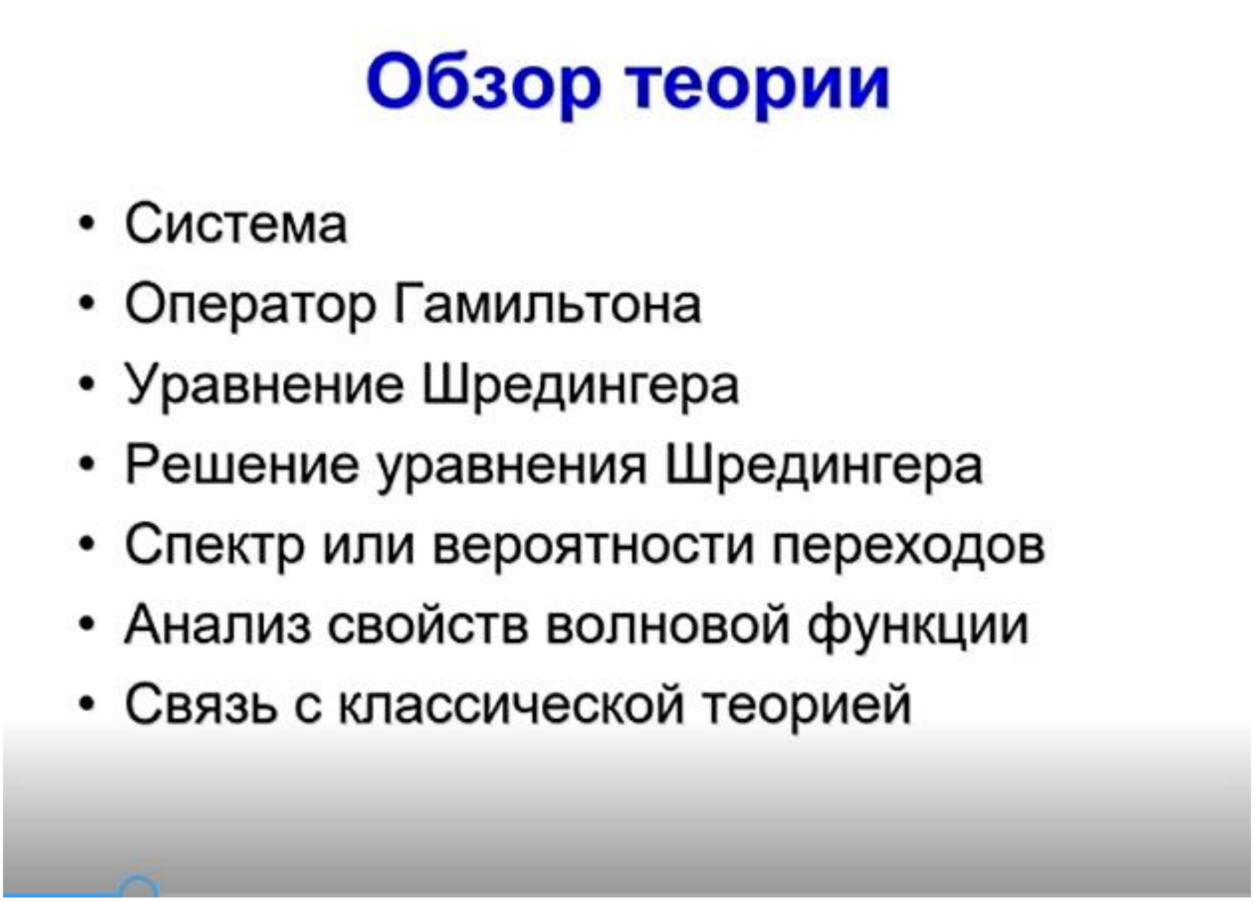
$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + U\right]\Psi$$

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r})}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U\right]\Psi(\vec{r})$$

Трехмерное уравнение Шредингера

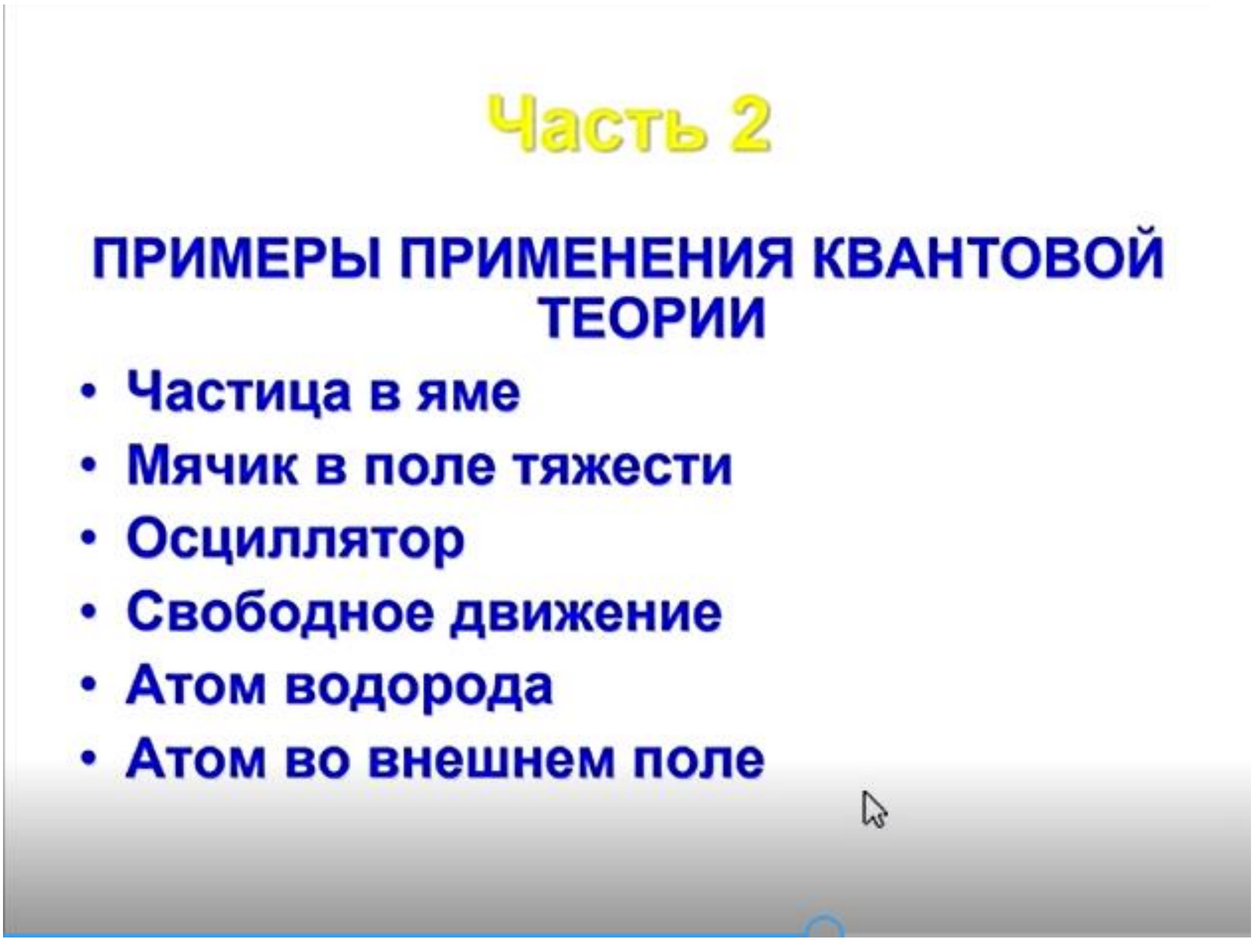


Постулат 5. Постулат об измерении физической величины

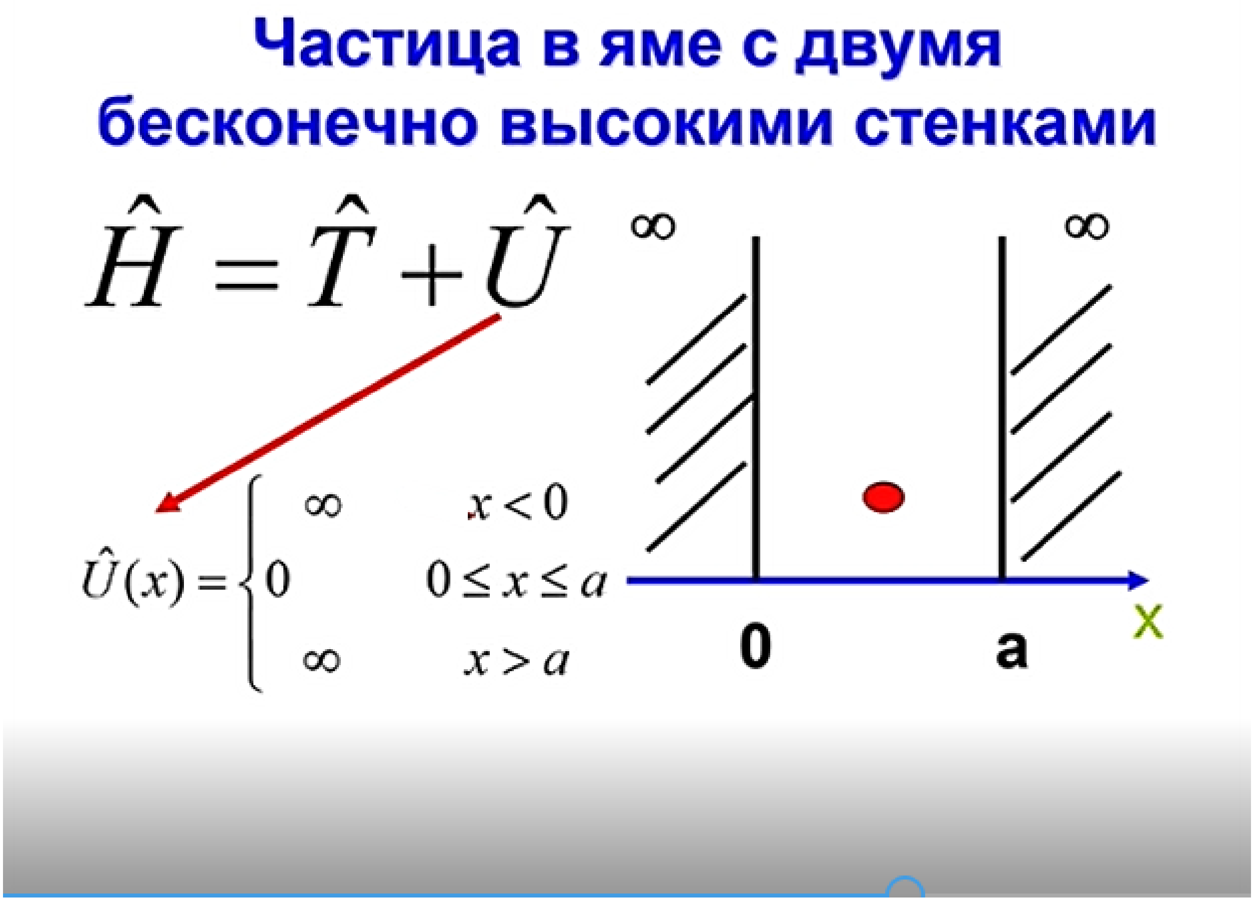


Обзор теории
Система
Оператор Гамильтона
Уравнение Шредингера
Решение уравнения Шредингера
Спектр или вероятности переходов
Анализ свойств волновой функции
Связь с классической теорией

Предельный переход от квантовой механики к классической
Сравнить



Часть 2
ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ
Частица в яме
Мячик в поле тяжести
Осциллятор
Свободное движение
Атом водорода
Атом во внешнем поле

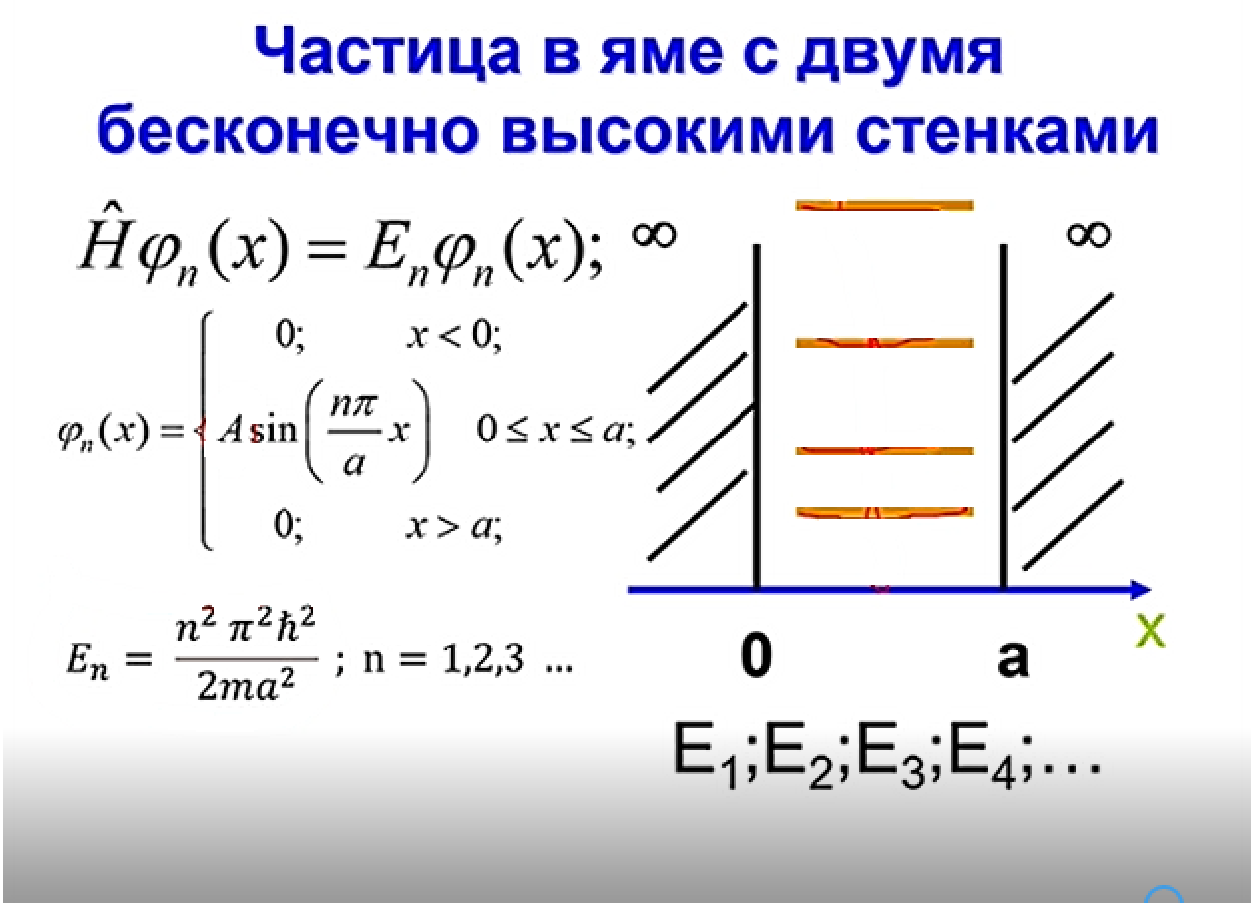


Частица в яме с двумя бесконечно высокими стенками

Частица в яме с двумя бесконечно высокими стенками

Частица в яме с двумя бесконечно высокими стенками

Частица в яме с двумя бесконечно высокими стенками



Частица в яме с двумя бесконечно высокими стенками

Частица в яме с двумя бесконечно высокими стенками

Состояние?