

Міністерство освіти і науки України
Національний університет “Львівська Політехніка”



Лабораторна робота №2-3
з дисципліни “Програмування частина 2”

Виконав:

Студент групи АП-11

Білий Анатолій

Прийняв:

Чайковський І.Б.

Тема: «Логічні основи комп'ютерів. Логічні операції»

Мета роботи: Розглянути основні арифметико-логічні операції. Навчитися працювати з логічними даними та логічними формулами.

Теоретичні відомості

Окрім числових даних, в інформатиці існують інші типи даних – логічні.

Логічні дані та дії над ними вивчаються методами алгебри логіки. Алгебра логіки – це розділ математики, який вивчає вислови, що розглядаються зі сторони їх логічних значень (істинності і хибності) і логічних операцій над ними. Ця

наука виникла в середині XIX століття у працях англійського математика Джорджа Буля, тому її ще називають булевою алгеброю. Створення даної науки було спробою розв'язувати традиційні логічні задачі алгебраїчними методами.

Математичний апарат алгебри логіки дуже зручний для опису того, як функціонують апаратні засоби комп'ютера. Основною системою числення в комп'ютері, як вже відомо, є двійкова, в якій використовується цифри 1 і 0, а значень логічних змінних також два: «1» і «0». Тому:

1. одні і ті ж пристрої комп'ютера можуть використовуватися для обробки і збереження як числової інформації, представленої в двійковій системі числення, так і логічних змінних;

2. на етапі конструювання апаратних засобів алгебра логіки дозволяє значно спростити логічні функції, які описують функціонування схем комп'ютера, і,

як наслідок, зменшують число елементарних логічних елементів, із десятків тисяч

яких складаються основні вузли комп'ютера.

Логічні змінні позначають латинськими літерами, наприклад, X, Y і т.д.

Основні логічні операції, які застосовують до логічних змінних – це заперечення, логічне множення та логічне додавання. Введемо означення даних операцій та відповідні позначення, які використовується в мові програмування "C":

НЕ - операція, яка виражається словом "не", називається запереченням і позначається знаком оклику ("!");

І - операція, яка виражається "і", називається кон'юнкцією (лат. *conjunctio* – сполучення) або логічним множенням і позначається двома знаками амперсанта (" && ").

АБО - операція, яка виражається "або", називається диз'юнкцією (лат. *disjunctio* – розділенням) або логічним додаванням і позначається наступним знаком "||".

Результати дії логічних операцій на логічні змінні записують у так звані таблиці істинності.

Таблиця істинності – це табличне представлення логічної операції, в якій перераховані всі можливі комбінації значень істинності вхідних операндів разом зі значеннями істинності результату операції для кожної з цих комбінацій

Завдання

1. Спростити наступні формули, використовуючи закони склеювання:

Лабораторна робота № 2-3

"Логічні основи комп'ютерів. Логічні операції"

Завдання

1. Спростити наведені формули, використовуючи закони спрощення:

1. $X \& Y \& Z \vee \bar{X} \& Y \& Z$

Закон співрозємності: $A \vee A = A$
 Вигляд: $Y \& Z$

X	Y	Z	$Y \& Z$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$$2. X \& \& Y \& \& Z \parallel X \& \& \overline{Y} \& \& \overline{Z}$$

$$1) X \& \& Y \& \& Z$$

$$2) X \& \& \overline{Y} \& \& \overline{Z}$$

За законом де Моргана переписываем
второй выраж как $X \& \& (\overline{Y} \& \& \overline{Z})$

Теперь объединяем выражения за помощью
закона дистрибутивности

$$X \& \& (Y \& \& Z \parallel \overline{Y} \& \& \overline{Z})$$

Теперь мы можем использовать закон
дистрибутивности для логического "OR" над
логическим "AND"

$$X \& \& Y \& \& Z \parallel X \& \& \overline{Y} \& \& \overline{Z}$$

X	Y	Z	\bar{Y}	\bar{Z}	$X \& Y \& Z$	$X \& \bar{Y} \& \bar{Z}$
0	0	0	1	1		0
0	0	1	1	0		0
0	1	0	0	1		0
0	1	1	0	0		0
1	0	0	1	1		1
1	0	1	1	0		0
1	1	0	0	1		0
1	1	1	0	0		1

$$3. (X \vee Y \vee Z) \wedge (X \vee \bar{Y} \vee Z)$$

1) Заменяем закон дистрибутивности:

$$(X \wedge (X \vee \bar{Y} \vee Z)) \vee (Y \wedge (X \vee \bar{Y} \vee Z)) \vee (Z \wedge (X \vee \bar{Y} \vee Z))$$

2) Закон дистрибутивности для второго уровня

$$((X \wedge X) \vee (X \wedge \bar{Y}) \vee (X \wedge Z)) \vee ((Y \wedge X) \vee$$

$$(Y \wedge \bar{Y}) \vee (Y \wedge Z)) \vee ((Z \wedge X) \vee (Z \wedge \bar{Y}) \vee$$

$$(Z \wedge Z))$$

3) Выносим общий закон идемпотентности
 $A \wedge A = A$:

$$(X \vee (X \wedge \bar{Y}) \vee (X \wedge Z)) \vee ((Y \wedge X) \vee (Y \wedge \bar{Y}) \vee (Y \wedge Z)) \vee ((Z \wedge X) \vee (Z \wedge \bar{Y}) \vee Z)$$

4) Закон дистрибутивности на идемпотентности:

$$(X \vee (X \wedge \bar{Y}) \vee (X \wedge Z)) \vee (Y \vee Y \wedge X) \vee$$

$$(Y \wedge Z) \vee (Z \vee (Z \wedge X) \vee (Z \wedge \bar{Y}))$$

5) Спрощено лугузу $X \wedge \bar{Y}$, $Y \wedge X$,
ма $Z \wedge \bar{Y}$ за сменава замена
мубности $A \wedge A \wedge B = B \wedge A$

$$(X \vee (X \wedge Z) \vee (X \wedge Z)) \vee (Y \vee (Y \wedge Z) \vee (Y \wedge X)) \vee$$

$$(Z \vee (Z \wedge X) \vee (Z \wedge \bar{Y}))$$

6) Спрощено гудедами лугузу

$$X \wedge Z \text{ ма } Y \wedge Z$$

$$(X \vee (X \wedge Z) \vee (Y \vee (Y \wedge X))) \vee (Z \vee (Z \vee (Z \wedge X)) \vee$$

$$(Z \wedge \bar{Y}))$$

7) Спрощено спрощено

$$X \vee Y \vee Z$$

X	Y	Z	X Y Z
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

4. $(\bar{X} || Y || Z) \&\& (X || \bar{Y} || Z)$

X	Y	Z	\bar{X}	\bar{Y}	\bar{Z}	$(\bar{X} \vee \bar{Y} \vee \bar{Z}) \& \& (X \vee Y \vee Z)$
0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1

5. $X \& \& Y \& \& Z \vee X \& \& Y \& \& \bar{Z} \vee \bar{W}$

$X \& \& Y \& \& (\bar{Z} \vee Z) \& \& \bar{W}$

$X \& \& Y \& \& \bar{W}$

X	Y	W	$X \& Y \& \bar{W}$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

Контрольні запитання

1. Алгебра логіки - це галузь математики, що вивчає математичні структури і операції, які пов'язані з логічними виразами та висловленнями. Вона використовується для вивчення та аналізу висловлення істинності логічних виразів, а також для розв'язання проблем, пов'язаних з логікою та обчисленнями. Алгебра логіки займається вивченням структур даних, що представляють собою вирази логічних функцій, таких як і, або, не, і інші.
2. Таблиця істинності — це математичний інструмент, який використовується для визначення значень булевих функцій в математичній логіці, зокрема в алгебрі логіки. Вона показує всі можливі комбінації значень істинності змінних (як правило, істина або хиба) та результати логічних операцій для кожної комбінації

3.

X	Y	$X \& \& Y$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

4.

X	$\neg X$
1	0
0	1

5.

X	Y	$X \parallel Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

6. Перше правило де Моргана стверджує, що заперечення кон'юнкції (логічного І) двох виразів дорівнює диз'юнкції (логічному АБО) заперечень цих виразів. Формально це можна записати як:

$$\neg(A \& B) = (\neg A) \vee (\neg B) \quad \neg(A \vee B) = (\neg A) \& (\neg B)$$

7. Сформулюйте комутативний закон. $X \& \& Y = Y \& \& X$; $X \parallel Y = Y \parallel X$

8. Сформулюйте асоціативний закон. $X \& \& (Y \& \& Z) = (X \& \& Y) \& \& Z$;
 $X \parallel (Y \parallel Z) = (X \parallel Y) \parallel Z$

9. Сформулюйте дистрибутивний закон $(X \& \& (Y \parallel Z) = X \& \& Y \parallel X \& \& Z$;
 $X \parallel (Y \& \& Z) = (X \parallel Y) \& \& (X \parallel Z)$

10. Сформулюйте закон поглинання. $X \parallel (X \& \& Y) = X$; $X \& \& (X \parallel Y) = X$

11. Сформулюйте закон склеювання. $(X \& \& \neg Y) \vee (X \parallel \neg Y) = \neg Y$

12. Сформулюйте закон ідемпотентності. $X \vee X = X$; $X \wedge X = X$