

ЗАДАЧА 1, КРУГЛОВ А.И. БОС-207

1) ОЦЕНКА МЕТОДОМ МНК ПО ЯВНОЙ Ф-ЛЕ.

В лекции выводилось, что $\hat{\Theta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$, если $X^T X$ не вырождается. В нашей задаче $X = (x_1, \dots, x_n)^T$, $Y = (y_1, \dots, y_n)^T$,

$$X^T X = x_1 x_1 + \dots + x_n x_n = \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad X^T Y = x_1 y_1 + \dots + x_n y_n = \sum_{i=1}^n x_i y_i.$$

$$\text{Тогда } \hat{\Theta} = \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right) / \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right)$$

2) ИТЕРАЦИИ ГРАД. СПУСКА.

Формулы итераций град. спуска тоже выводились на лекции.

$$\begin{aligned} \text{GD: } \Theta_{t+1} &= \Theta_t - \eta X^T (X \Theta_t - Y). \text{ В нашей задаче } \Theta_{t+1} = \\ &= \Theta_t - \eta X^T X \Theta_t + \eta X^T Y = \Theta_t - \eta \Theta_t \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 + \eta \cdot \sum_{i=1}^n x_i y_i = \\ &= \Theta_t - \eta \left(\Theta_t \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i y_i \right) \end{aligned}$$

$$\text{SGD: } \Theta_{t+1} = \Theta_t - \eta \frac{1}{n} X_I^T (X_I \Theta_t - Y_I), \text{ где } I = \{i_1, \dots, i_k\},$$

$$i_1, \dots, i_k \sim U \{1, \dots, n\} \text{ - БАТУ. В нашей задаче } \Theta_{t+1} = \Theta_t - \eta \frac{1}{n} \left(\Theta_t \cdot \sum_{i \in I} x_i^2 - \sum_{i \in I} x_i y_i \right) \quad (\text{похоже на GD, но сумма оценин}$$

х складывают вместо всех n штук)

В обоих случаях $\Theta_t \rightarrow \hat{\Theta}$ (при хорошо подобранных η и начальных условиях сходимость будет лучше)