

Круглов А.И. БО5-202 ML5

1) ПОКАЗАТЬ ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ МИНИМИЗАЦИИ ЛОГ. ЛОССА И МАКСИМИЗАЦИИ ПРАВОПОДОБИЯ.

1) $Q(y) = \sum_{i=1}^n \ln(1 + \exp(-Y_i y)) \rightarrow \min$ (ПОСТАВИМ ЛОСС ИЗ УСЛОВИЯ)

2) $L(y) = \prod_{i=1}^n p^{I\{Y_i=1\}} (1-p)^{1-I\{Y_i=1\}} \rightarrow \max$, где $p = \sigma(y)$. ПОСТАВИМ: $-L(y) = \prod_{i=1}^n \sigma(y)^{I\{Y_i=1\}} \cdot (1-\sigma(y))^{1-I\{Y_i=1\}} \rightarrow \min$, т.е. $-L(y) = \sum_{i=1}^n [-I\{Y_i=1\} \ln \sigma(y) - I\{Y_i=-1\} \ln(1-\sigma(y))]$ $\rightarrow \min$. ПОСТАВИМ

$\sigma(y) = \frac{1}{1+e^{-y}}$, $1-\sigma(y) = \frac{e^{-y}}{1+e^{-y}}$: $-L(y) = \sum_{i=1}^n [-I\{Y_i=1\} \ln \frac{1}{1+e^{-y}} - I\{Y_i=-1\} \ln \frac{1}{1+e^y}] = \sum_{i=1}^n \ln(1+e^{-Y_i y}) \rightarrow$

$\rightarrow \min$ (ОБЪЕДИНИМ 2 СЛАГАЕМЫХ В ОДНО, ВЫРАЗЯВ ЗНАК ПОКАЗАТЕЛЯ ЭКСПОНЕНТЫ ЧЕРЕЗ Y_i). ВИДНО,

ЧТО ПОЛУЧИЛИ ЭКВИВАЛЕНТНО ПОСТАВЛЕННУЮ ЗАДАЧУ: $\sum_{i=1}^n \ln(1 + \exp(-Y_i y)) \rightarrow \min$, Ч.Т.Д.

2) ДЛЯ ГРАД. БУДУЩА С ЛОГ. ЛОССОМ ВЫПИСАТЬ Ф-Н ВЕКТОРА СВЯЗОВ ПРЕДСКАЗАНИЙ И ЭТАЙ БУДУЩА КОВАРИАТ. МАТРИЦЫ

ПО АНАЛОГИИ С ЛЕРУЧЕЙ: $L(y, z) = \ln(1 + e^{-yz})$, $\frac{\partial L}{\partial z} = \frac{-y e^{-yz}}{1 + e^{-yz}}$, $\tilde{g}^{\pm} = \frac{\partial L(Y_i, \hat{y}_{\pm 1}(x_i))}{\partial z} =$

$= \frac{-Y_i \exp(-Y_i \hat{y}_{\pm 1}(x_i))}{1 + \exp(-Y_i \hat{y}_{\pm 1}(x_i))} \Rightarrow$ бт ОБУЧ. НА ВЫБОРКЕ $(X_i, -\tilde{g}^{\pm})_{i=1}^n = (X_i, \frac{Y_i \exp(-Y_i \hat{y}_{\pm 1}(x_i))}{1 + \exp(-Y_i \hat{y}_{\pm 1}(x_i))})_{i=1}^n$