

Круглов А.И. 605-207 ЗАДАЧА 1

1) Докажем на плоскости, потом экстраполируем на n -во произвольной размерности

а) Пусть X -мн-во совелся и мы получили X центров. Для каждой точки плоскости определим ближайшую центроиду, и так классифицируем все точки плоскости.

Заметим: результат классификации эквивалентен диаграмме Вороного с локусами вокруг центроид. Действительно, по определению, диаграмма Вороного — это разбиение плоскости (n -ва) на области (локусы) так, что все точки i -й области лежат ближе всего к i -й "центроиде"

б) Исследуем границу такого локуса. Ее участок, лежащий между центроидами i, j , лежит на серединном перпендикуляре к ребру ij (по определению сер. пер. как ГМТ, равноудаленных от концов отрезка). Значит, граница локуса — это ломаная, звенья которой лежат на сер. перп.-ах к ребрам, т.е. на прямых, разделяющих пары ^{полу-}плоскостей. Тогда локус есть пересечение множества полуплоскостей. Полуплоскость — выпуклое мн-во, а значит, локусы — выпуклые (возможно, незамкнутые) многоугольники

2) в пространстве произвольной размерности $n \geq 1$, но вместо прямых — гиперплоскостей, а диаграммы Вороного обобщаются известным образом