Системы уравнений для описания динамики массивов антиферромагнитных осцилляторов

Митрофанова А.Ю., Кравченко О.В.

начато: 20 мая 2025 г., *обновление от:* 26 мая 2025 г.

Содержание

1 Единичный осциллятор

Рассмотрим безразмерную систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающую динамику фазового угла $x(t)$ и угловой скорости $y(t)$ намагниченности ферромагнитного под действием спинового тока. Точкой будем обозначать дифференцирование по безразмерному времени.

$$\begin{cases} \dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= -\dfrac{\alpha\omega_{\text{ex}}}{\omega_0} y - \dfrac{1}{2}\sin 2x + \dfrac{\sigma j_{\text{DC}}\omega_{\text{ex}}}{\omega_0^2}. \end{cases} \tag{1}$$

2 Резистивно-связанные осцилляторы

На N отдельных шинах нормального металла расположим N осцилляторов. Свяжем их общей шиной, по которой протекает общий ток (по отдельным шинам могут протекать как одинаковые, так и разные токи). Данная система — система резистивно связанных осцилляторов, описываемая уравнениями

$$\begin{cases} \dot{x}_k &= y_k, \\ \dot{y}_k &= -\dfrac{\alpha\omega_{\text{ex}}}{\omega_0} y_k - \dfrac{1}{2}\sin 2x_k + \dfrac{\sigma j_{\text{DC}_k}\omega_{\text{ex}}}{\omega_0^2} - \dfrac{\kappa\omega_{\text{ex}}}{\omega_0}\sum\limits_{k', k'\neq k}^{N} \dot{y}_{k'}. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь и далее будем предполагать, что осцилляторы идентичны.

3 Консервативно-связанные осцилляторы

Консервативно, т.е. посредством дипольного поля, можно связать только скошенные антиферромагнетики с ненулевым внутренним дипольным полем, обусловленным взаимодействием Дзялошинского–Мории. К числу таких антиферромагнетиков относится, например, гематит. Из-за зависимости действия дипольного поля k–ого осциллятора на соседей от расстояния появляется возможность связать осцилляторы в различных конфигурациях. Здесь рассматриваются: цепочка, кольцо и решётка. Математическая модель, описывающая таким образом связанные осциляторы, имеет общий вид

$$\left\{\begin{array}{rcl} \dot{x}_k & = & y_k, \\ \dot{y}_k & = & -\dfrac{\alpha\omega_{\mathrm{ex}}}{\omega_0}y_k - \dfrac{1}{2}\sin 2x_k + \dfrac{\sigma j_{\mathrm{DC}_k}\omega_{\mathrm{ex}}}{\omega_0^2} - \\ & - & \dfrac{3}{2\omega_0^2}\sum\limits_{k',k'\neq k}^{N}\kappa_{kk'}^{(1)}\cos(x_k + x_{k'}) + \dfrac{1}{2\omega_0^2}\sum\limits_{k',k'\neq k}^{N}\kappa_{kk'}^{(2)}\sin(x_k - x_{k'}) - \dfrac{3}{2\omega_0^2}\sum\limits_{k',k'\neq k}^{N}\kappa_{kk'}^{(3)}\sin(x_k + x_{k'}). \end{array}\right. \tag{3}$$

Конфигурация, в которую объединены осцилляторы, влияет на вид коэффициентов связи. Для всех коэффициентов

$$\zeta = 2\gamma^2\frac{V_0}{d^3}\frac{M_0 H_{\mathrm{DMI}}^2}{H_{\mathrm{ex}}},$$

где d — кратчайшее расстояние между двумя соседними осцилляторами, V_0 — объём осциллятора.

3.1 Цепь

$$\begin{array}{rcl} \kappa_{kk'}^{(1)} & = & 0, \\ \kappa_{kk'}^{(2)} & = & \kappa_{kk'}^{(3)} = \dfrac{\zeta}{|k-k'|^3}. \end{array} \tag{4}$$

3.2 Кольцо

$$\begin{array}{rcl} a & = & \sin^3\dfrac{\pi}{N}\left|\sin^{-3}\dfrac{\pi(k-k')}{N}\right|, \\ \kappa_{kk'}^{(1)} & = & \zeta a \sin\dfrac{2\pi(k+k')}{N}, \\ \kappa_{kk'}^{(2)} & = & \zeta a, \\ \kappa_{kk'}^{(3)} & = & \zeta a \cos\dfrac{2\pi(k+k')}{N}. \end{array} \tag{5}$$

3.3 Решётка

$$
\begin{aligned}
b &= (q^{\mathrm{r}}_k - q^{\mathrm{r}}_{k'})^2 + (q^{\mathrm{c}}_k - q^{\mathrm{c}}_{k'})^2, \\
\kappa^{(1)}_{kk'} &= 2\zeta b^{-5/2}(q^{\mathrm{r}}_k - q^{\mathrm{r}}_{k'})(q^{\mathrm{c}}_k - q^{\mathrm{c}}_{k'}), \\
\kappa^{(2)}_{kk'} &= \zeta b^{-3/2}, \\
\kappa^{(3)}_{kk'} &= \zeta b^{-5/2}[(q^{\mathrm{c}}_k - q^{\mathrm{c}}_{k'})^2 - (q^{\mathrm{r}}_k - q^{\mathrm{r}}_{k'})^2].
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Здесь $q^{\mathrm{r,c}}_k$ — номера строки и столбца, на которых расположен k-тый осциллятор. Счёт осцилляторов в решётке идёт слева-направо, сверху-вниз.

4 Осцилляторы со смешанным типом связи

Речь идёт об осцилляторах, которые помимо дипольной связи имеют ещё и резистивную, т.е. соединены общей шиной нормального металла. В данном разделе есть готовые формулы только для связанных в цепочку осцилляторов. В таком случае

$$
\left\{
\begin{aligned}
\dot{x}_k &= y_k, \\
\dot{y}_k &= -\frac{\alpha\omega_{\mathrm{ex}}}{\omega_0} y_k - \frac{1}{2}\sin 2x_k + \frac{\sigma j_{\mathrm{DC}_k}\omega_{\mathrm{ex}}}{\omega_0^2} - \frac{\kappa\omega_{\mathrm{ex}}}{\omega_0}\sum_{k',k'\neq k}^{N} \dot{y}_{k'} - \\
&- \frac{3}{2\omega_0^2}\sum_{k',k'\neq k}^{N} \kappa^{(1)}_{kk'}\cos(x_k + x_{k'}) + \frac{1}{2\omega_0^2}\sum_{k',k'\neq k}^{N} \kappa^{(2)}_{kk'}\sin(x_k - x_{k'}) - \frac{3}{2\omega_0^2}\sum_{k',k'\neq k}^{N} \kappa^{(3)}_{kk'}\sin(x_k + x_{k'}).
\end{aligned}
\right.
\tag{7}
$$

Коэффициенты связи определяются формулами (4).