Домашнее задание

Текст задания:

Задача 1: Из колоды в 52 карты извлекаются случайным образом 4 карты. а) Найти вероятность того, что все карты – крести. б) Найти вероятность, что среди 4-х карт окажется хотя бы один туз.

Задача 2: На входной двери подъезда установлен кодовый замок, содержащий десять кнопок с цифрами от 0 до 9. Код содержит три цифры, которые нужно нажать одновременно. Какова вероятность того, что человек, не знающий код, откроет дверь с первой попытки?

Задача 3: В ящике имеется 15 деталей, из которых 9 окрашены. Рабочий случайным образом извлекает 3 детали. Какова вероятность того, что все извлеченные детали окрашены?

Задача 4: В лотерее 100 билетов. Из них 2 выигрышных. Какова вероятность того, что 2 приобретенных билета окажутся выигрышными?

Пример идеального решения:

Задание 1

а) Всего нужных случаев, удовлетворяющих условию — будет сочетание 4 из 13 (4 карты из 13 крести из всей колоды). А всего возможных исходов — 4 из 52. Значит:

$$P=\frac{C_{13}^4}{C_{52}^4}=\frac{\dfrac{13!}{4!(13-4)!}}{\dfrac{52!}{4!(52-4)!}}=\frac{\dfrac{13!}{4!9!}}{\dfrac{52!}{4!48!}}=\frac{13!48!}{9!52!}=\frac{10\cdot 11\cdot 12\cdot 13}{49\cdot 50\cdot 51\cdot 52}=\frac{11}{4165}\approx 0{,}00264=0{,}2\,\%$$

Ответ: $P=\dfrac{11}{4165}$

Решаем от обратного. Найдем вероятность, что в выбранной 4-ке карт ТОЧНО не окажется ни одного туза. А потом — вычтем полученное из 1, что даст нам правильный ответ. Всего благоприятных исходов — сочетание 4 из 48 (колода без тузов), а всего возможных ситуаций — сочетание 4 из 52. Отсюда:

$$P=1-\frac{C_{48}^4}{C_{52}^4}=1-\frac{\frac{48!}{4!(48-4)!}}{\frac{52!}{4!(52-4)!}}=1-\frac{\frac{48!}{4!44!}}{\frac{52!}{4!48!}}=1-\frac{48!48!}{44!52!}=$$

$$=1-\frac{45\cdot46\cdot47\cdot48}{49\cdot50\cdot51\cdot52}=1-\frac{38916}{54145}=\frac{15229}{54145}\approx0{,}28126=28{,}126\,\%$$

Ответ: $P=\frac{15229}{54145}$

Задание 2

На входной двери подъезда установлен кодовый замок, содержащий десять кнопок с цифрами от 0 до 9. Код содержит три цифры, которые нужно нажать одновременно. Какова вероятность того, что человек, не знающий код, откроет дверь с первой попытки?

Всего возможных исходов в этой ситуации — число сочетаний 3 из 10, а благоприятных исходов — всего один. Отсюда:

$$P=\frac{1}{C_{10}^3}=\frac{1}{\frac{10!}{3!(10-3)!}}=\frac{3!7!}{10!}=\frac{3!}{8\cdot9\cdot10}=\frac{1}{120}\approx0{,}0083333=0{,}83\,\%$$

Ответ: $P=\frac{1}{120}$

Задание 3

В ящике имеется 15 деталей, из которых 9 окрашены. Рабочий случайным образом извлекает 3 детали. Какова вероятность того, что все извлеченные детали окрашены?

Решение: Вероятность вытащить одну окрашенную деталь равна 9/15 . После этого в ящике остается 14 деталей, из них — 8 окрашенных. Следовательно вероятность вытащить окрашенную деталь снова равна 8/14 . Ну и в последнем случае — вероятность вытащить окрашенную деталь из оставшихся будет 7/13 . Детали вытаскиваются независимо друг от друга, поэтому общая вероятность достать подряд все три окрашенные детали будет равна произведению всех вероятностей, вычисленных выше.

$$P=\frac{9}{15}\cdot\frac{8}{14}\cdot\frac{7}{13}=\frac{12}{65}\approx 0{,}1846=18{,}46\%$$

Ответ: $P=\frac{12}{65}$

Задание 4

В лотерее 100 билетов. Из них 2 выигрышных. Какова вероятность того, что 2 приобретенных билета окажутся выигрышными?

Решение: Число сочетаний 2-х билетов из 100 будет равна C_{100}^{2}, а выигрышный исход — только один (когда оба выпавших билетов выигрышные). Соответственно вероятность такого события будет равна:

$$P=\frac{1}{C_{100}^{2}}=\frac{1}{\frac{100!}{2!(100-2)!}}=\frac{2!\,98!}{100!}=\frac{1\cdot 2}{99\cdot 100}=\frac{1}{4950}\approx 0{,}0002=0{,}02\%$$

Ответ: $P=\frac{1}{4950}$