



Домашнее задание

Текст задания:

Урок №3

1. Даны значения зарплат из выборки выпускников: 100, 80, 75, 77, 89, 33, 45, 25, 65, 17, 30, 24, 57, 55, 70, 75, 65, 84, 90, 150. Посчитать (желательно без использования статистических методов наподобие `std`, `var`, `mean`) среднее арифметическое, среднее квадратичное отклонение, смещенную и несмещенную оценки дисперсий для данной выборки.
2. В первом ящике находится 8 мячей, из которых 5 - белые. Во втором ящике - 12 мячей, из которых 5 белых. Из первого ящика вытаскивают случайным образом два мяча, из второго - 4. Какова вероятность того, что 3 мяча белые?
3. На соревновании по биатлону один из трех спортсменов стреляет и попадает в мишень. Вероятность попадания для первого спортсмена равна 0.9, для второго — 0.8, для третьего — 0.6. Найти вероятность того, что выстрел произведен: а). первым спортсменом б). вторым спортсменом в). третьим спортсменом.
4. В университет на факультеты А и В поступило равное количество студентов, а на факультет С студентов поступило столько же, сколько на А и В вместе. Вероятность того, что студент факультета А сдаст первую сессию, равна 0.8. Для студента факультета В эта вероятность равна 0.7, а для студента факультета С - 0.9. Студент сдал первую сессию. Какова вероятность, что он учился: а). на факультете А б). на факультете В в). на факультете С?
5. Устройство состоит из трех деталей. Для первой детали вероятность выйти из строя в первый месяц равна 0.1, для второй - 0.2, для третьей - 0.25. Какова вероятность того, что в первый месяц выйдут из строя: а). все детали б). только две детали в). хотя бы одна деталь г). от одной до двух деталей?

Пример идеального решения

Задание 1: Даны значения зарплат из выборки выпускников: 100, 80, 75, 77, 89, 33, 45, 25, 65, 17, 30, 24, 57, 55, 70, 75, 65, 84, 90, 150. Посчитать (желательно без использования статистических методов наподобие std, var, mean) среднее арифметическое, среднее квадратичное отклонение, смещенную и несмещенную оценки дисперсий для данной выборки.

Решение: Среднее арифметическое:

$$\bar{x} = \frac{100+80+75+77+89+33+45+25+65+17+30+24+57+55+70+75+65+84+90+150}{20} = \frac{1306}{20} = 65,3$$

Среднее квадратичное отклонение (смещенная дисперсия):

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = 950,11$$

Среднее квадратичное отклонение:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{950,11} = 30,82$$

Несмещенная дисперсия:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = 1000,12$$

Задание 2: В первом ящике находится 8 мячей, из которых 5 - белые. Во втором ящике - 12 мячей, из которых 5 белых. Из первого ящика вытаскивают случайным образом два мяча, из второго - 4. Какова вероятность того, что 3 мяча белые?

Решение: Всего возможны 3 варианта событий:

Варианты	Первый ящик	Второй ящик
1	ББ	БЧЧЧ
2	БЧ	ББЧЧ
3	ЧЧ	БББЧ

Таким образом:

$$P = \frac{C_5^2 \cdot C_3^0}{C_8^2} \cdot \frac{C_5^1 \cdot C_7^3}{C_{12}^4} + \frac{C_5^1 \cdot C_3^1}{C_8^2} \cdot \frac{C_5^2 \cdot C_7^2}{C_{12}^4} + \frac{C_5^0 \cdot C_3^2}{C_8^2} \cdot \frac{C_5^3 \cdot C_7^1}{C_{12}^4} = \frac{10 \cdot 1}{28} \cdot \frac{5 \cdot 35}{495} + \frac{5 \cdot 3}{28} \cdot \frac{10 \cdot 21}{495} + \frac{1 \cdot 3}{28} \cdot \frac{10 \cdot 7}{495} =$$

$$= \frac{1750+3150+210}{28 \cdot 495} = \frac{5110}{13860} = \frac{73}{198} \approx 0,3687$$

Ответ: P=0,3687

Задание 3: На соревновании по биатлону один из трех спортсменов стреляет и попадает в мишень. Вероятность попадания для первого спортсмена равна 0.9, для второго — 0.8, для третьего — 0.6. Найти вероятность того, что выстрел произведен:

- а) первым спортсменом
- б) вторым спортсменом
- с) третьим спортсменом.

Решение:

Используем формулу Байеса для вычисления поражения мишени конкретным стрелком:

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A)}, \text{ где}$$

$P(A)$ — Вероятность поражения мишени любым стрелком

$P(B)$ — Вероятность выбора стрелка (1 из 3-х)

$P(A|B)$ — Вероятность попадания i -ого стрелка

$P(B|A)$ — Вероятность того, что выстрел произведен i -м стрелком

Вероятность поражения мишени:

$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot 0,9 + \frac{1}{3} \cdot 0,8 + \frac{1}{3} \cdot 0,6 = \frac{23}{30} \approx 0,7677$$

- а) Вероятность поражения мишени первым стрелком:

$$P_1 = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,9}{P(A)} = \frac{9}{30} \cdot \frac{30}{23} = \frac{9}{23} \approx 0,3913$$

- б) Вероятность поражения мишени вторым стрелком:

$$P_2 = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,8}{P(A)} = \frac{8}{30} \cdot \frac{30}{23} = \frac{8}{23} \approx 0,3478$$

- с) Вероятность поражения мишени третьим стрелком:

$$P_3 = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,6}{P(A)} = \frac{6}{30} \cdot \frac{30}{23} = \frac{6}{23} \approx 0,2609$$

Ответ:

- а) $P_1 = 0,3913$
- б) $P_2 = 0,3478$
- с) $P_3 = 0,2609$

Задание 4: В университет на факультеты А и В поступило равное количество студентов, а на факультет С студентов поступило столько же, сколько на А и В вместе. Вероятность того, что студент факультета А сдаст первую сессию, равна 0.8. Для студента факультета В эта вероятность равна 0.7, а для студента факультета С - 0.9. Студент сдал первую сессию. Какова вероятность, что он учится:

- а) на факультете А?

б)на факультете В?

с)на факультете С?

Решение: Используем формулу Байеса для вычисления вероятности сдачи сессии студентом с конкретного факультета:

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A)}, \text{ где}$$

$P(A)$ — Вероятность сдачи сессии студента с любого факультета

$P(B)$ — Вероятность того, что студент будет с i -ого факультета

$P(A|B)$ — Вероятность сдачи сессии студентом с i -ого факультета

$P(B|A)$ — Вероятность того, что студент, который сдал сессию учится на i -м факультете

Вероятность сдачи сессии студента с любого факультета

$$P(A) = \frac{1}{4} \cdot 0,8 + \frac{1}{4} \cdot 0,7 + \frac{1}{2} \cdot 0,9 = \frac{33}{40} = 0,825$$

а) Вероятность того, что студент, который сдал сессию учится на 1-м факультете:

$$P_1 = \frac{\frac{1}{4} \cdot 0,8}{P(A)} = \frac{8}{40} \cdot \frac{40}{33} = \frac{8}{33} \approx 0,2424$$

б) Вероятность того, что студент, который сдал сессию учится на 2-м факультете:

$$P_2 = \frac{\frac{1}{4} \cdot 0,7}{P(A)} = \frac{7}{40} \cdot \frac{40}{33} = \frac{7}{33} \approx 0,2121$$

с) Вероятность того, что студент, который сдал сессию учится на 3-м факультете:

$$P_3 = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,9}{P(A)} = \frac{18}{40} \cdot \frac{40}{33} = \frac{18}{33} \approx 0,5455$$

Ответ:

а) $P_1=0,2424$

б) $P_2=0,2121$

с) $P_3=0,5455$

Задание 5: Устройство состоит из трех деталей. Для первой детали вероятность выйти из строя в первый месяц равна 0.1, для второй - 0.2, для третьей - 0.25. Какова вероятность того, что в первый месяц выйдут из строя:

а)все детали

б)только две детали

с)хотя бы одна деталь

д)от одной до двух деталей?

Решение:

$p_1=0,1$ — Вероятность выхода из строя 1-й детали

$p_2=0,2$ — Вероятность выхода из строя 2-й детали

$p_3=0,25$ — Вероятность выхода из строя 3-й детали

a) $P = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 = 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,25 = 0,005$

b) $P = p_1 \cdot p_2 \cdot (1 - p_3) + p_1 \cdot (1 - p_2) \cdot p_3 + (1 - p_1) \cdot p_2 \cdot p_3 =$
 $= 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,75 + 0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,25 + 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,25 = 0,015 + 0,02 + 0,045 = 0,08$

c) $P = 1 - (1 - p_1) \cdot (1 - p_2) \cdot (1 - p_3) = 1 - (0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,75) = 1 - 0,54 = 0,46$
 $P = p_1 \cdot (1 - p_2) \cdot (1 - p_3) + (1 - p_1) \cdot p_2 \cdot (1 - p_3) + (1 - p_1) \cdot (1 - p_2) \cdot p_3 +$
 $+ p_1 \cdot p_2 \cdot (1 - p_3) + p_1 \cdot (1 - p_2) \cdot p_3 + (1 - p_1) \cdot p_2 \cdot p_3 =$

d) $= 0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,75 + 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,75 + 0,9 \cdot 0,8 \cdot 0,25 +$
 $+ 0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,75 + 0,1 \cdot 0,8 \cdot 0,25 + 0,9 \cdot 0,2 \cdot 0,25 = (0,06 + 0,135 + 0,18) + (0,015 + 0,02 + 0,045) =$
 $= 0,375 + 0,08 = 0,455$

Ответ:

a) $P = 0,005$

b) $P = 0,08$

c) $P = 0,46$

d) $P = 0,455$