

# Apprentissage d'ensemble et forêts aléatoires

bouguessa.mohamed@uqam.ca



- 1 Apprentissage par combinaison de classificateurs
- 2 Bagging
- 3 Boosting
- 4 Forêt d'arbres décisionnels (Random Forest)

# 4

#### Apprentissage par combinaison de classificateurs

☐ Idée générale

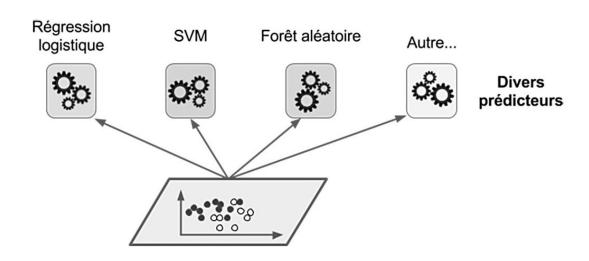
Réunir un « comité d'experts »: chacun peut se tromper, mais en combinant les avis, on a plus de chance d'avoir la bonne prédiction !...

Plusieurs experts valent mieux qu'un

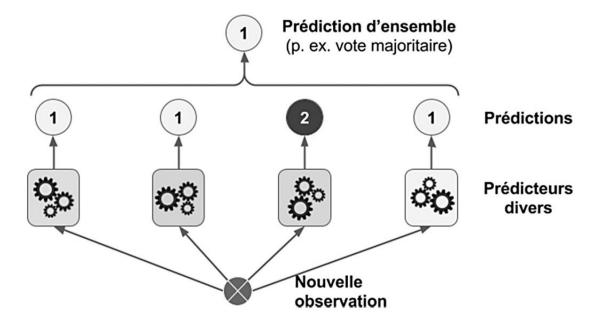
- Un expert peut être bien un algorithme d'apprentissage.
- En apprentissage artificiel, il est possible d'atteindre une décision aussi précise que souhaité par une combinaison judicieuse d'algorithmes correctement entraînés.
- → La décision finale est prise à partir du vote majoritaire des résultats des différents algorithmes utilisés.



Entraînement de différents classificateurs



Classification par vote





#### ☐ Formulation

- Supposons que nous avons N classificateurs, faisant chacun une erreur  $R_{Emb} = \varepsilon$ .
- Si on décide « à la majorité », alors on se trompe si et seulement si plus de la moitié du « comité » se trompe.
- Le taux d'erreur de l'ensemble des N classificateurs est donc:

$$E_{ensemble} = \sum_{i=\frac{N}{2}}^{N} C_N^i \, \varepsilon^i \, (1 - \varepsilon)^{N-i}$$

$$C_N^i = \binom{N}{i} = \frac{N!}{i! (N-i)!}$$



#### ☐ Exemple

- Supposons que nous avons 25 classificateurs, faisant chacun une erreur  $\varepsilon = 0.35$ . Un apprentissage par combinaison de classificateurs permet de prédire la classe d'un objet de l'échantillon de test par vote majoritaire (sélection de la classe majoritaire à partir des résultats des 25 classificateurs).
- Généralement, deux situations se présentent
  - 1. Si les 25 classificateurs fonctionnent de façon identique, il est clair que l'erreur de l'ensemble reste la même, c.-à-d. 0.35.



- ☐ Exemple (suite)
  - 2. Si les 25 classificateurs sont indépendants, l'erreur est donc

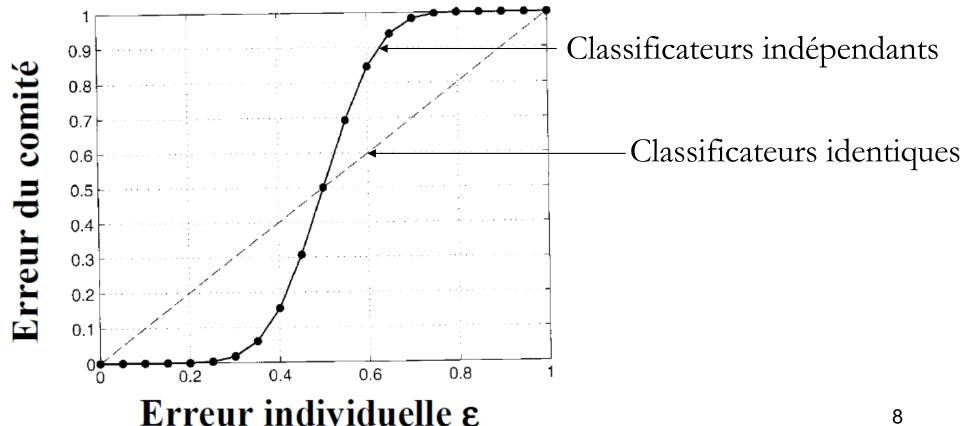
$$E_{ensemble} = \sum_{i=13}^{25} C_i^{25} \times 0.35^i (1 - 0.35)^{25 - i} = 0.06$$

qui est considérablement plus petite que le taux d'erreur de chaque classificateur.

 $\rightarrow$ Décision fortement améliorée (sous réserve que  $\varepsilon$  <0.5)...



La figure suivante montre le taux d'erreur pour 25 classificateurs combinés ( $E_{ensemble}$ ) pour différents taux d'erreur  $\varepsilon$  de chaque classificateur individuelle.





À partir du graphique précédent, on observe bien que le taux d'erreur de l'ensemble de classificateurs ( $E_{ensemble}$ ) s'améliore seulement lorsque  $\varepsilon < 0,5$ .

- Il y a donc deux conditions pour utiliser une combinaison de classificateurs :
- 1. Les classificateurs doivent être indépendants;
- 2.  $\epsilon$  < 0.5.



#### Méthodes de construction d'ensembles

- Manipulation des données d'apprentissage : entrainer N classificateurs sur différents ensembles d'apprentissage. Deux approches sont généralement utilisées : **Bagging** et **Boosting**.
- Manipulation des caractéristiques (attributs) : choisir un sousensemble d'attributs pour former un ensemble d'apprentissage. Les sous-ensembles d'attributs peuvent être choisis aléatoirement ou bien sous la recommandation d'un expert. Dans ce contexte, l'approche qui est généralement utilisée : Random forest.



- 1 Apprentissage par combinaison de classificateurs
- 2 Bagging
- 3 Boosting
- 4 Forêt d'arbres décisionnels (Random Forest)

# Bagging

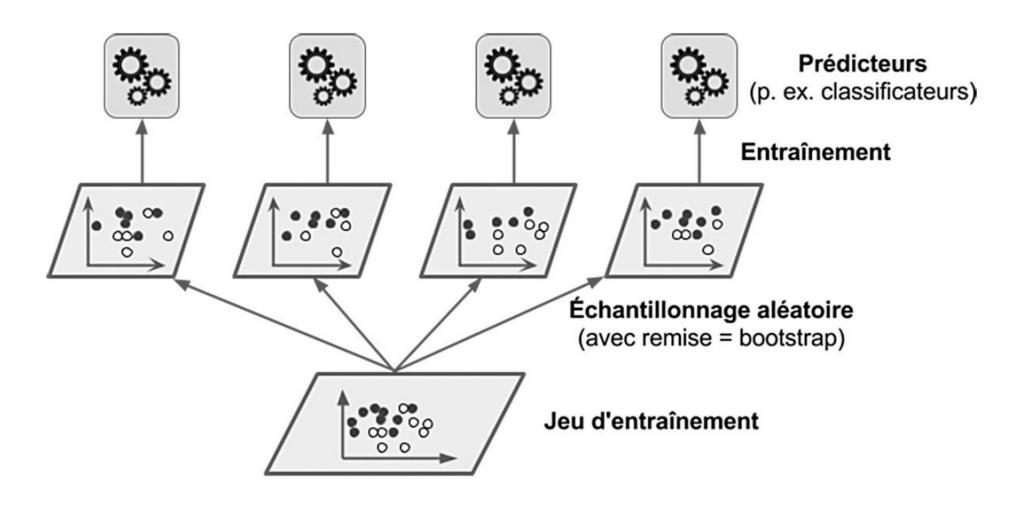
- Bagging est une contraction de bootstrap aggregating.
- L'idée de base est d'entrainer un algorithme d'apprentissage sur plusieurs échantillons d'apprentissage obtenus par tirage aléatoire avec remise à partir de l'ensemble d'apprentissage original.
- Chaque échantillon obtenu est appelé « bootstrap » (un tirage avec remise s'appelle bootstrapping en anglais).
- Généralement, un bootstrap a la même taille que l'ensemble d'apprentissage original.
- Comme la construction des échantillons bootstrap est faite de manière aléatoire avec remise, il est possible de trouver, dans un même bootstrap, que certains objets peuvent apparaître plusieurs fois alors que d'autres objets, qui existent toujours dans l'ensemble d'apprentissage original, sont omis.



Original Data	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bagging (Round 1)	7	8	10	8	2	5	10	10	5	9
Bagging (Round 2)	1	4	9	1	2	3	2	7	3	2
Bagging (Round 3)	1	8	5	10	5	5	9	6	3	7

• Chaque objet à une probabilité de 1 - (1 - 1/n)<sup>n</sup> d'être sélectionné.







# L'algorithme du Bagging

- 1. Soit k le nombre d'échantillons bootstrap et N la taille de l'ensemble d'apprentissage T.
- **2.** pour i = 1, ..., k faire
  - 2.1 Créer un échantillon bootstrap Di de taille N.
  - 2.2 Entrainer un classificateur Ci sur l'ensemble Di.
- 3. fin pour
- 4. pour chaque objet x de l'ensemble T faire
  - 4.1  $C^*(x) = \text{Vote-majoritaire}(C1(x), C2(x), ..., Ck(x))$
- 5. fin pour

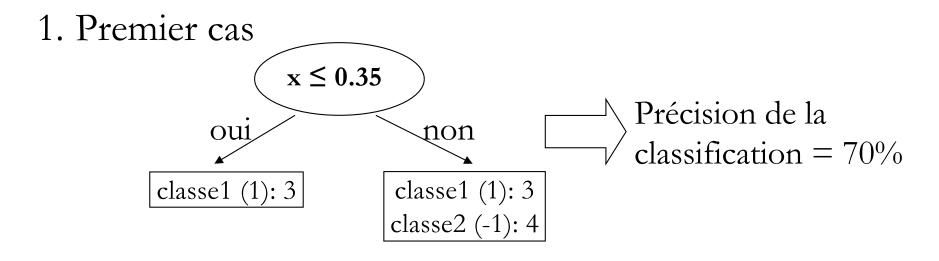


# Illustration du Bagging

• Soit l'ensemble de données suivant :

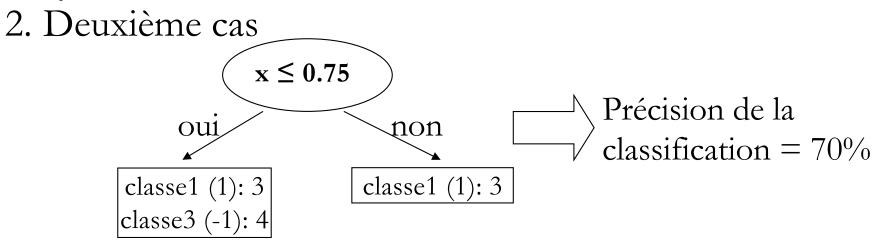
données —	$\rightarrow \chi$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
classe —	<b>→</b> <i>y</i>	1	1	1	<b>-</b> 1	<b>-</b> 1	-1	-1	1	1	1

• On suppose que notre algorithme d'apprentissage est un arbre de décision binaire à seul niveau. Dans ce contexte, deux cas sont possibles:





# Illustration du Bagging



- Les tableaux présentés dans l'acétate suivant illustrent le processus du Bagging.
- Prendre note que la partie de droite de chaque table montre la décision prise par un classificateur pour séparer les deux classes.



# Exemple

x       0.1       0.2       0.2       0.3       0.4       0.4       0.5       0.6       0.9       0.9       0.9       x <= 0.35 → y = 1         Bagging Round 2:         x       0.1       0.2       0.3       0.4       0.5       0.5       0.9       1       1       1       x <= 0.7 → y = 1         y       1       1       1       -1       -1       -1       1       1       1       1       1       x > 0.7 → y = 1         Bagging Round 3:         x       0.1       0.2       0.3       0.4       0.4       0.5       0.7       0.7       0.8       0.9       x <= 0.35 → y = 1         Bagging Round 4:         x       0.1       0.1       0.2       0.4       0.4       0.5       0.5       0.7       0.8       0.9       x <= 0.3 → y = 1         Bagging Round 5:         x       0.1       0.1       0.2       0.5       0.6       0.6       0.6       1       1       1       1       x <= 0.35 → y = 1	Baggin	ng Rour	nd 1:									
Bagging Round 2: $ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	X	0.1	0.2	0.2	0.3	0.4	0.4	0.5	0.6	0.9	0.9	
x       0.1       0.2       0.3       0.4       0.5       0.5       0.9       1       1       1       1       x <= 0.7 → y = 1	У	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	$x > 0.35 \rightarrow y = -1$
x       0.1       0.2       0.3       0.4       0.5       0.5       0.9       1       1       1       1       x <= 0.7 → y = 1												
y       1       1       1       -1       -1       1	Baggin	ng Rour										_
Bagging Round 3: $     \begin{array}{c cccccccccccccccccccccccccccccccc$	X	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.5	0.9	1	1	1	
x       0.1       0.2       0.3       0.4       0.4       0.5       0.7       0.7       0.8       0.9       x <= 0.35 → y = 1         y       1       1       1       -1       -1       -1       -1       -1       1       1         Bagging Round 4:       x       0.1       0.2       0.4       0.4       0.5       0.5       0.7       0.8       0.9       x <= 0.3 → y = 1         y       1       1       1       -1       -1       -1       -1       -1       1       1         Bagging Round 5:       3       4       0.5       0.5       0.7       0.8       0.9       0.9       0.3 → y = -1	У	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	$x > 0.7 \implies y = 1$
x       0.1       0.2       0.3       0.4       0.4       0.5       0.7       0.7       0.8       0.9       x <= 0.35 → y = 1         y       1       1       1       -1       -1       -1       -1       -1       1       1         Bagging Round 4:       x       0.1       0.2       0.4       0.4       0.5       0.5       0.7       0.8       0.9       x <= 0.3 → y = 1         y       1       1       1       -1       -1       -1       -1       -1       1       1         Bagging Round 5:       3       4       0.5       0.5       0.7       0.8       0.9       0.9       0.3 → y = -1												
y       1       1       -1       -1       -1       -1       -1       1       1       1 $x > 0.35 \Rightarrow y = -1$ Bagging Round 4:       x       0.1       0.1       0.2       0.4       0.4       0.5       0.5       0.7       0.8       0.9       0.3 ⇒ y = -1         y       1       1       1       -1       -1       -1       -1       1       1       1         Bagging Round 5:	Baggin	ng Rour	nd 3:									
Bagging Round 4:    x 0.1 0.1 0.2 0.4 0.4 0.5 0.5 0.7 0.8 0.9 $x < 0.3 \Rightarrow y = 1$ y 1 1 1 -1 -1 -1 -1 1 1 1      Bagging Round 5:	X	0.1	0.2	0.3	0.4	0.4	0.5	0.7	0.7	0.8	0.9	
x       0.1       0.1       0.2       0.4       0.4       0.5       0.5       0.7       0.8       0.9 $x < 0.3 \Rightarrow y = 1$ y       1       1       1       -1       -1       -1       -1       1 <td< td=""><td>У</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td><td>1</td><td>1</td><td><math>x &gt; 0.35 \rightarrow y = -1</math></td></td<>	У	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	$x > 0.35 \rightarrow y = -1$
x       0.1       0.1       0.2       0.4       0.4       0.5       0.5       0.7       0.8       0.9 $x < 0.3 \Rightarrow y = 1$ y       1       1       1       -1       -1       -1       -1       1 <td< td=""><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></td<>												
y 1 1 1 -1 -1 -1 -1 1 1 $x > 0.3 \Rightarrow y = -1$ Bagging Round 5:	Baggin	ng Rour	nd 4:									
Bagging Round 5:	X	0.1	0.1	0.2	0.4	0.4	0.5	0.5	0.7	8.0	0.9	
	У	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	$x > 0.3 \implies y = -1$
$x$ 0.1 0.1 0.2 0.5 0.6 0.6 0.6 1 1 1 $x \le 0.35 \Rightarrow y = 1$	Baggin	ng Rour	nd 5:									
	X	0.1	0.1	0.2	0.5	0.6	0.6	0.6	1	1	1	
y 1 1 1 -1 -1 -1 1 1 1 $x > 0.35 \Rightarrow y = -1$	У	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	$x > 0.35 \implies y = -1$



# Exemple (suite)

Baggir	ng Rour	nd 6:									_
X	0.2	0.4	0.5	0.6	0.7	0.7	0.7	8.0	0.9	1	$x \le 0.75 \Rightarrow y = -1$
У	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	$x > 0.75 \rightarrow y = 1$
Baggir	ng Rour	nd 7:									
X	0.1	0.4	0.4	0.6	0.7	0.8	0.9	0.9	0.9	1	$x \le 0.75 \Rightarrow y = -1$
У	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	$x > 0.75 \rightarrow y = 1$
Baggir	ng Rour	nd 8:									
X	0.1	0.2	0.5	0.5	0.5	0.7	0.7	8.0	0.9	1	$x \le 0.75 \rightarrow y = -1$
У	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	x > 0.75 → y = 1
Baggir	ng Rour	nd 9:									
X	0.1	0.3	0.4	0.4	0.6	0.7	0.7	8.0	1	1	$x \le 0.75 \rightarrow y = -1$
у	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	$x > 0.75 \Rightarrow y = 1$
Baggir	ng Rour	nd 10:									
X	0.1	0.1	0.1	0.1	0.3	0.3	8.0	8.0	0.9	0.9	$x \le 0.05 \Rightarrow y = 1$
У	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	x > 0.05 → y = 1



# Exemple (suite)

#### Résumé des décisions:

Round	<b>Split Point</b>	Left Class	Right Class
1	0.35	1	-1
2	0.7	1	1
3	0.35	1	-1
4	0.3	1	-1
5	0.35	1	-1
6	0.75	-1	1
7	0.75	-1	1
8	0.75	-1	1
9	0.75	-1	1
10	0.05	1	1



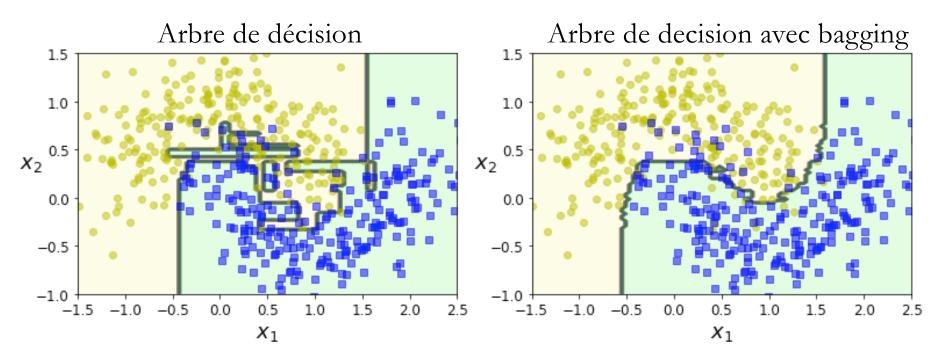
## Exemple (suite et fin)

Le tableau suivant montre comment combiner la prédiction des 10 classificateurs à l'aide de la méthode de Bagging. Dans ce tableau, tous les exemples sont parfaitement classés.

Round	x=0.1	x=0.2	x = 0.3	x=0.4	x=0.5	x=0.6	x = 0.7	x=0.8	x=0.9	x=1.0
1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
4	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
5	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
6	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
7	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
8	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
9	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Sum	2	2	2	-6	-6	-6	-6	2	2	2
Sign	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1

# Illustration

Comparaison entre un arbre de décision unique (à gauche) et un ensemble de type bagging de 500 arbres (à droite)



Figures tirées de : Aurélien Géron. Machine Learning avec Scikit-Learn : Mise en œuvre et cas concrets. Dunod, 2019.



### Bagging: conclusion

- La méthode du Bagging tente de réduire l'erreur de généralisation.
- La méthode du Bagging ne focalise pas sur des objets particuliers dans l'ensemble d'apprentissage, car chaque objet à la même probabilité d'être sélectionné dans l'échantillon bootstrap. Cette méthode souffre donc du problème de l'overfitting si les données d'apprentissage contiennent des objets mal étiquetés (bruit).



- 1 Apprentissage par combinaison de classificateurs
- 2 Bagging
- 3 Boosting
- 4 Forêt d'arbres décisionnels (Random Forest)



# Boosting: Principe

- Une question de Kearns : « Est-il possible de rendre aussi bon que l'on veut un algorithme d'apprentissage faible » (c'est-à-dire un peu meilleur que le hasard) ?
- La réponse de Schapire : « Oui ! », et le premier algorithme élémentaire de boosting, qui montre qu'un algorithme de classification binaire faible peut toujours améliorer sa performance en étant entraîné sur trois échantillons d'apprentissage bien choisis.
- → L'idée est d'utiliser un algorithme d'apprentissage sur trois sous-ensembles d'apprentissage.



# Le Boosting élémentaire

- 1. On obtient d'abord une première hypothèse  $h_1$  sur un souséchantillon S1 d'apprentissage de taille  $n_1 < n$  (n étant la taille de S l'échantillon d'apprentissage disponible).
- 2. On apprend alors une deuxième hypothèse  $h_2$  sur un échantillon S2 de taille  $n_2$  choisi dans S-S1 dont la moitié des exemples sont mal classés par  $h_1$ .
- 3. On apprend finalement une troisième hypothèse  $h_3$  sur  $n_3$  exemples tirés dans S S1 S2
- 4. L'hypothèse finale est obtenue par un vote majoritaire des trois hypothèses apprises :  $H = \text{vote majoritaire}(h_1, h_2, h_3)$

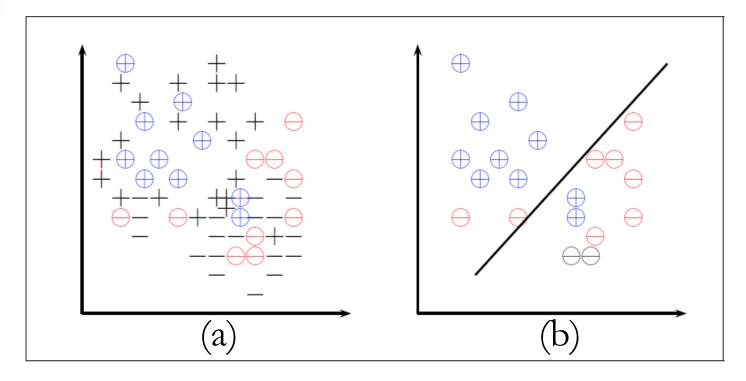


# Le Boosting élémentaire

- Schapire à démontré que H a une performance supérieure à celle de l'hypothèse qui aurait été apprise directement sur l'échantillon S.
- Une illustration graphique du boosting selon cette technique de base est présentée dans les figures suivantes.
- Le classificateur de base est un hyperplan.



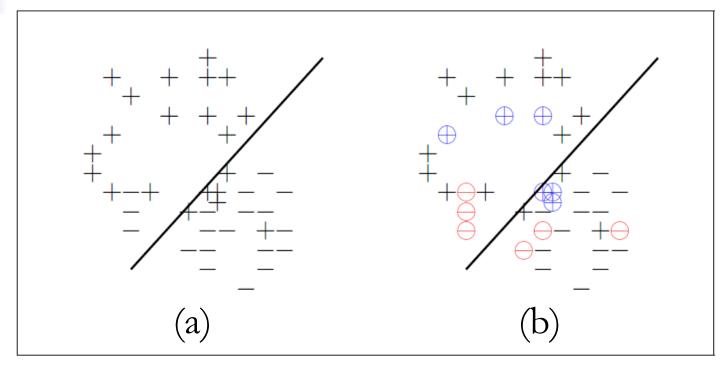
#### Début



- (a) : l'ensemble d'apprentissage S et le sous-ensemble S1 (points entourés).
- (b) : l'ensemble S1 et l'hypothèse  $h_1$  apprise sur cet ensemble.



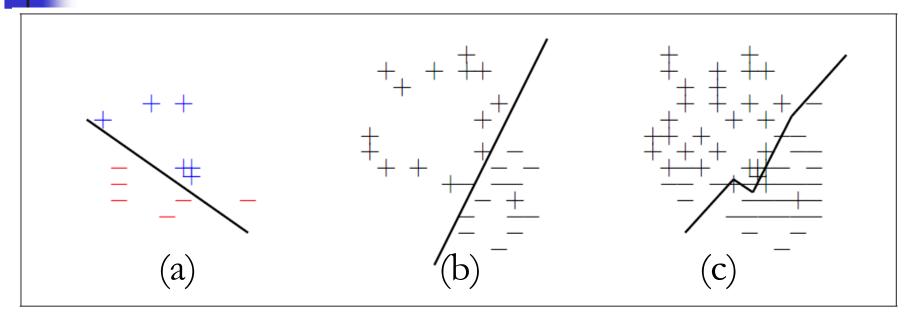
#### Suite



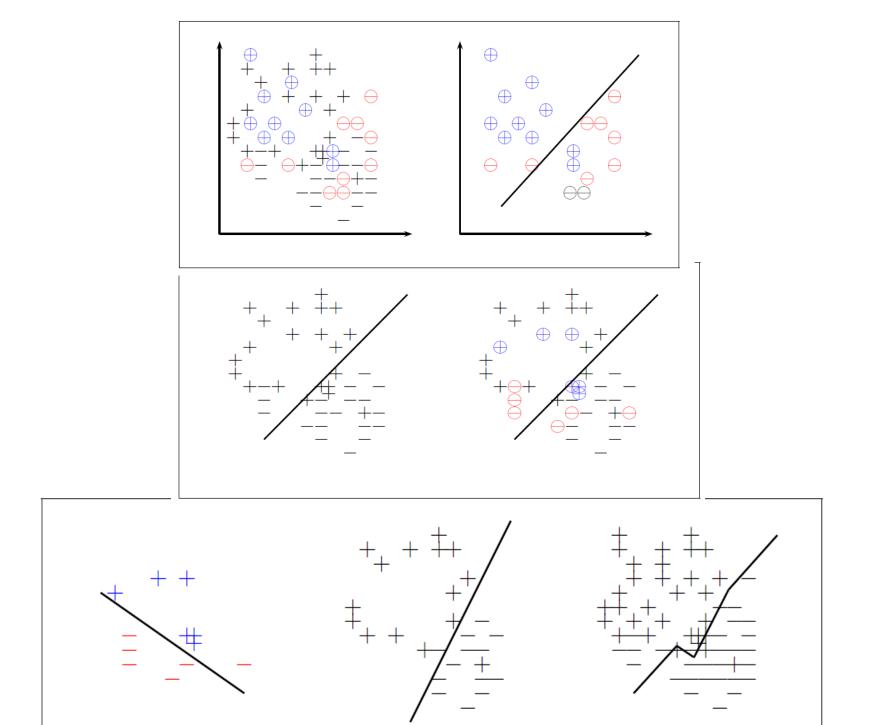
- (a) : l'ensemble S S1 et la droite  $h_1$  apprise sur S1.
- (b) : les points entourés représentent l'échantillon S2 (S2 est choisi à partir de S-S1). On observe que la moitié des points de S2 sont mal classés par  $h_1$ .



#### ... et fin.



- (a) : l'ensemble S2 et la droite séparatrice  $h_2$  apprise sur cet ensemble.
- (b) : l'ensemble S3 = S S1 S2 et la droite séparatrice  $h_3$  apprise sur cet ensemble.
- (c) : l'ensemble S et la combinaison de  $h_1$ ,  $h_2$  et  $h_3$ .





## Boosting probabiliste

Trois idées pour généraliser vers le boosting probabiliste :

- 1. L'utilisation d'un comité d'experts que l'on fait voter pour atteindre une décision.
- 2. La pondération adaptative des votes par une technique de mise à jour multiplicative.
- 3. La modification de la distribution des exemples disponibles pour entraîner chaque expert, en surpondérant au fur et à mesure les exemples mal classés aux étapes précédentes.



### La technique de base

**Paramètre :** Un apprenant faible h

**Entrée**: Un échantillon S

Initialisation: Tous les exemples ont le même poids

(ex. poids = 1/n avec n la taille de S)

**pour** i = 1, ..., k **faire** (k le nombre de round)

- Tirer un échantillon d'apprentissage  $S_i$  de S selon les poids des exemples.
- Appliquer h sur  $S_i$ .
- Renforcer le poids des exemples mal classés et diminuer le poids des exemples classés correctement.

#### fin pour

Sortie H: un vote majoritaire pondéré des hypothèses



# Boosting probabiliste

- L'idée de base consiste donc à affecter des poids pour chaque exemple dans l'ensemble d'apprentissage.
- Les exemples mal classés vont avoir leur poids augmenté.
- Les exemples correctement classés vont avoir leur poids diminué.
- → Le classificateur se concentre donc sur les données mal classées dans chaque étape du boosting.

#### ☐ Exemple

Original Data	1	4	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Boosting (Round 1)	7	,	3	2	8	7	9	4	10	6	3	
<b>Boosting (Round 2)</b>	5	4	4	9	4	2	5	1	7	4	2	
<b>Boosting (Round 3)</b>	(4)	T (	4	8	10	4	5	4	6	3	4	

L'exemple 4 est difficile a classé  $\rightarrow$  il est plus probable il sera choisi dans les prochaines étapes du boosting



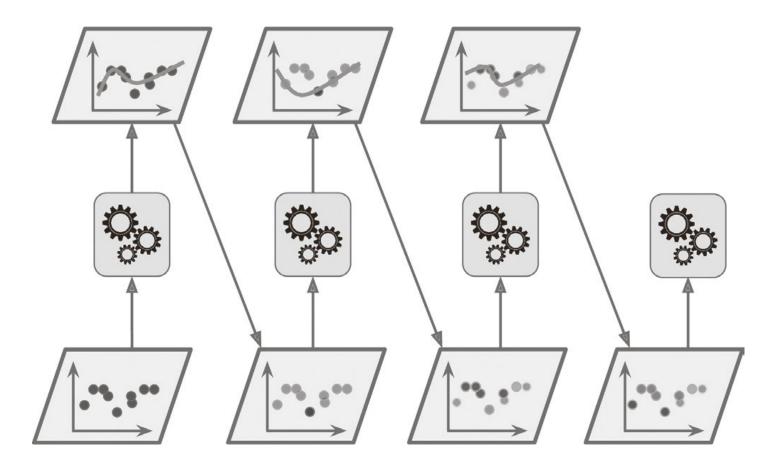
# AdaBoost (adaptive boosting)

- L'idée principale est de définir à chacune de ses étapes i:  $1 \le i \le k$ , une nouvelle distribution de probabilité *a priori* sur les exemples d'apprentissages en fonction des résultats de l'algorithme à l'étape précédente.
- Le poids à l'étape i d'un exemple  $x_j$  est noté  $w_i$
- Initialement, tous les exemples ont un poids identique, puis à chaque étape, les poids des exemples mal classés par l'apprenant sont augmentés.



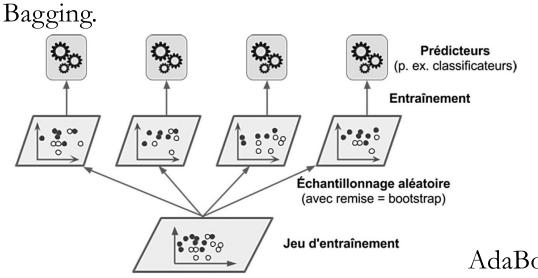
#### AdaBoost

Entraînement séquentiel AdaBoost avec modification des poids des observations.

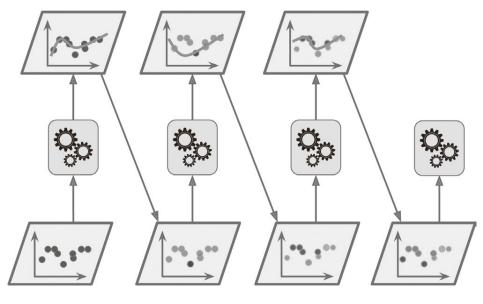




### Bagging vs AdaBoost



AdaBoost.





# AdaBoost (adaptive boosting)

- Soit  $\{(x_j, y_j) | j = 1, ..., n\}$  un ensemble de n exemples
- À chaque i ( $1 \le i \le k$ ) de AdaBoost, la performance de l'apprenant  $h_i$  dépend des poids  $w_i$  des exemples  $x_j$  sur lesquels  $h_i$  est entraîné. L'erreur de  $h_i$  est définie comme :

$$\varepsilon_i = \frac{1}{n} \left[ \sum_{j=1}^n w_j \times I(h_i(x_j) \neq y_j) \right]$$

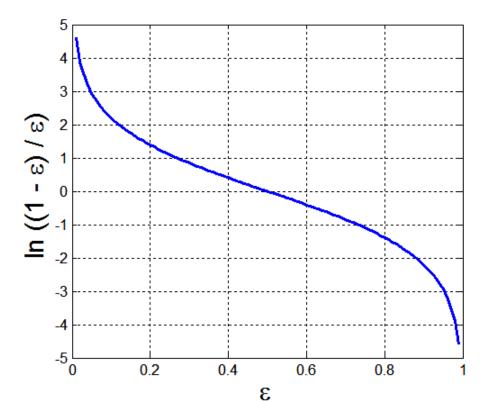
I(p) = 1 si p est vrai, sinon I(p) = 0.



• L'importance de  $h_i$  est déterminée par le paramètre suivant

$$\alpha_i = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 - \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \right)$$

•  $\mathbf{si} \ \varepsilon_i \le 0.5 \ \text{alors} \ \alpha_i > 0 \ \mathbf{sinon} \ \alpha_i < 0$ 





•  $\alpha_i$  est utilisé pour le calcul des mises à jour des poids  $w_j$  de chaque exemple  $x_j$  pour l'étape i+1 du boosting.

$$w_j^{(i+1)} = \frac{w_j^i}{Z_i} \times \begin{cases} \exp^{-\alpha_i} \sin h_i(x_j) = y_j - x_j \text{ bien classé par } h_i \\ \exp^{\alpha_i} \sin h_i(x_j) \neq y_j - x_j \text{ mal classé par } h_i \end{cases}$$

 $Z_i$  est un facteur de normalisation utilisé pour assurer que

$$\sum_{j=1}^{n} w_j^{(i+1)} = 1$$

Avec la formule d'estimation des  $w_j$ , les éléments mal classés vont avoir un poids élevé alors que les éléments correctement classés vont avoir un poids faible.



- 1.  $w = \{w_j = 1/n | j = 1, ..., n\}$  //initialisation des poids
- 2. pour i = 1, ..., k faire //k le nombre de round
  - 2.1. Tirer un échantillon d'apprentissage  $S_i$  de S selon les poids w.
  - 2.2. Apprendre une règle de classification  $b_i$  sur  $S_i$  par un algorithme d'apprentissage A.
  - 2.3. Calculer l'erreur  $\varepsilon_i$ .
  - 2.4. Calculer le paramètre  $\alpha_i$ .
  - 2.5. pour j = 1, ..., n faire Calculer  $w_j^{(i+1)}$  fin pour
- 3. fin pour
- 4. Fournir en sortie l'hypothèse finale :  $H(x) = sign\left(\sum_{i=1}^{k} \alpha_i h_i(x)\right)$



À la fin de cet algorithme, chaque hypothèse  $h_i$  est pondérée par une valeur  $\alpha_i$  calculée en cours de route. La classification d'un nouvel exemple (ou des points de S pour obtenir l'erreur apparente) se fait en utilisant la règle :

$$H(x) = sign\left(\sum_{i=1}^{k} \alpha_i h_i(x)\right)$$

 $\rightarrow$  le boosting construit l'hypothèse finale comme une série additive dans une base de fonctions, dont les éléments sont les hypothèses  $b_i$ .



### Exemple

• Soit l'ensemble S suivant :

données —	$\rightarrow \chi$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
classe —	<b>→</b> <i>y</i>	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1

• Les tableaux suivants montrent les échantillons  $S_i$  générés durant 3 rounds de boosting

Boostir	ng Roui	nd 1:								
X	0.1	0.4	0.5	0.6	0.6	0.7	0.7	0.7	8.0	1
У	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1
Boostir	ng Roui	nd 2:								
X	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.3
У	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Boostir	Boosting Round 3:									
X	0.2	0.2	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.6	0.6	0.7
У	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

\*Source: Tan et. Al "Introduction to Data Mining", 2nd edition, Pearson, 2018.

43



# Exemple (suite)

• Les poids estimés dans chaque étape de boosting :

Round	x = 0.1	x=0.2	x = 0.3	x=0.4	x=0.5	x=0.6	x = 0.7	x=0.8	x = 0.9	x = 1.0
1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
2	0.311	0.311	0.311	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
3	0.029	0.029	0.029	0.228	0.228	0.228	0.228	0.009	0.009	0.009

Boostii	ng Roui	nd 1:								
X	0.1	0.4	0.5	0.6	0.6	0.7	0.7	0.7	0.8	1
У	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1
Boostii	ng Roui	าd 2:								
X	0.1	0.1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.3	0.3	0.3	0.3
У	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Boostii	ng Roui	าd 3:								
X	0.2	0.2	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.6	0.6	0.7
у	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1



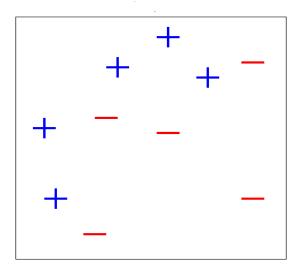
# Exemple (suite et fin)

Round	<b>Split Point</b>	Left Class	Right Class	alpha
1	0.75	-1	1	1.738
2	0.05	1	1	2.7784
3	0.3	1	-1	4.1195

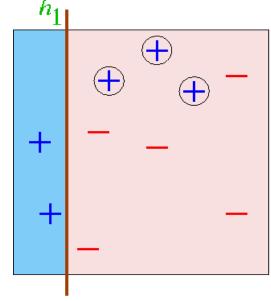
Round	x=0.1	x=0.2	x = 0.3	x=0.4	x=0.5	x=0.6	x=0.7	x=0.8	x=0.9	x = 1.0
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
Sum	5.16	5.16	5.16	-3.08	-3.08	-3.08	-3.08	0.397	0.397	0.397
Sign	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1

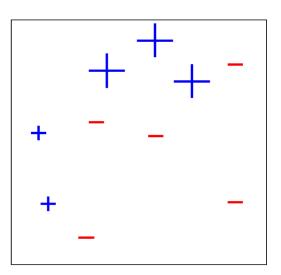
→ À la fin de l'algorithme AdaBoost, tous les exemples sont correctement classés.





☐ Étape 1



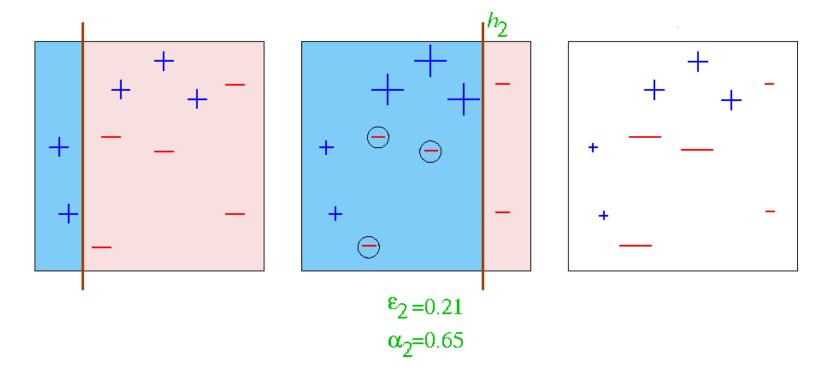


$$\varepsilon_1 = 0.30$$

$$\alpha_1 = 0.42$$

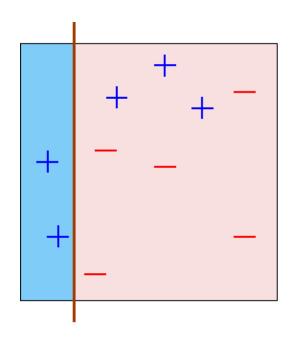


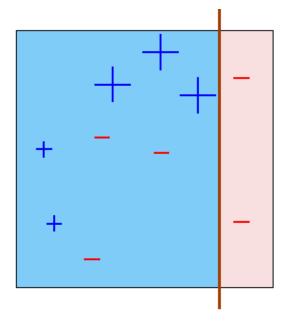
# ☐ Étape 2

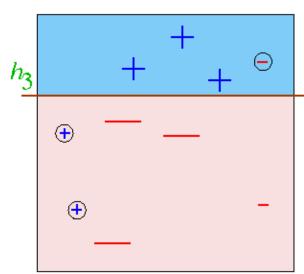




### ☐ Étape 3





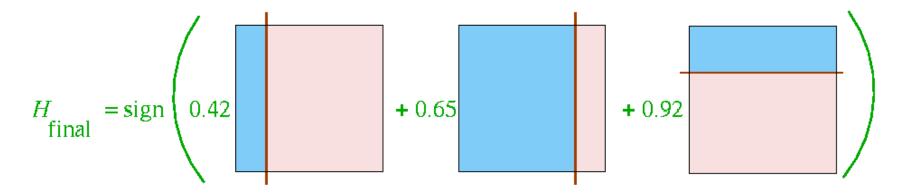


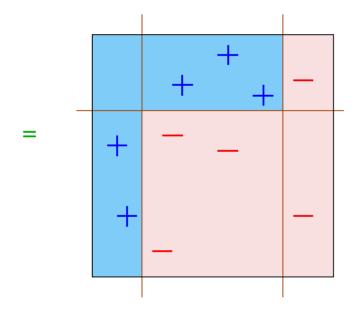
 $\varepsilon_3 = 0.14$ 

 $\alpha_3 = 0.92$ 



#### ☐ Hypothèse finale







### Boosting: résumé

• La prédiction finale est issue d'une combinaison (vote pondéré) de plusieurs prédictions

#### • Méthode:

- Itérative
- Chaque classificateur dépend des précédents (les classificateurs ne sont donc pas indépendants comme dans d'autres méthodes de vote)
- Les exemples sont pondérés différemment
- Le poids des exemples reflète la difficulté des classificateurs précédents à les apprendre



- 1 Apprentissage par combinaison de classificateurs
- 2 Bagging
- 3 Boosting
- 4 Forêt d'arbres décisionnels (Random Forest)



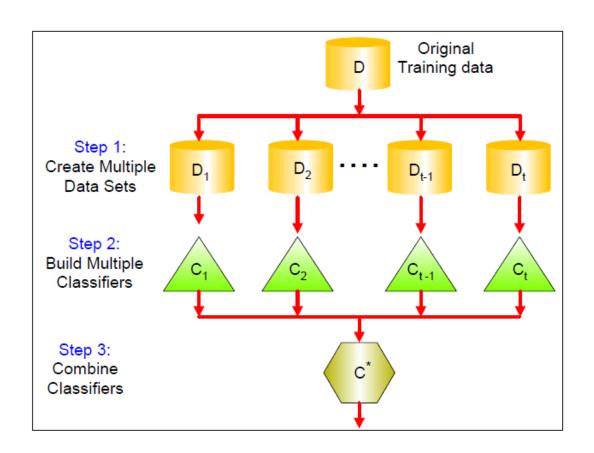
#### Random Forest

- Random Forest combine la sélection aléatoire d'enregistrements avec la sélection aléatoire des attributs.
- L'algorithme de base : les arbres de décision.
- La forêt = un ensemble d'arbres de décision.
- → Apprentissage d'un ensemble d'arbres de décision.
- → Combinaison des prédictions de l'ensemble des arbres appris pour prédire la (ou les) classes d'un exemple



### Apprentissage par combinaison de classificateurs

#### ☐ Idée générale





### Algorithme: Random Forests

- Soit l'ensemble S comportant n exemples et d attributs.
- Soit  $m \ll d$  le nombre d'attributs à utiliser à chaque nœud.
- Soit k le nombre d'arbres à générer
- Créer un échantillon bootstrap  $S_i$  de taille  $n_i$  partir de S.
- Apprentissage d'un arbre de décision sur  $S_i$ :
  - Pour chaque nœud de l'arbre, choisir aléatoirement *m* attributs parmi *d* (tirage sans remise) à partir desquels le meilleur attribut sera sélectionné.
- Itérer le processus k fois.



#### **Random Forests**

- Lors de la phase de prédiction, l'exemple à classer est propagé dans chaque arbre de la forêt et étiqueté en fonction des règles identifiées pour chaque arbre.
- La prédiction globale de la forêt est fournie par un vote à la majorité simple des attributions de classe des arbres individuels.



#### **Random Forests**

- Pour de nombreux jeux de données, le classificateur résultant fournit des prédictions de meilleure qualité.
- Permets de gérer des jeux de données ayant de grandes dimensions.
- Permets de déterminer l'importance des attributs dans le processus de classification (sélection d'attributs / feature selection)



### Exemple

petal.width 0.43362511928193903

Le code complet se trouve dans Moodle : Section Arbre de décision/Exemple – Iris dataset

```
Entrée [38]: from sklearn.ensemble import RandomForestClassifier
Entrée [39]: rnd forest = RandomForestClassifier()
Entrée [40]: #Entraînement avec Random Forest
             rnd forest.fit(train features,train labels)
 Out[40]: RandomForestClassifier()
Entrée [41]: # Prédiction sur les données de test en utilisant rnd forest
             predicted labels = rnd forest.predict(test features)
Entrée [42]: #Calcul de l'exactitude (Accuracy) de la classification
             from sklearn.metrics import accuracy score
             acc = accuracy score(test labels, predicted labels)
             print("Random Forest Accuracy Score = ", acc)
           Random Forest Accuracy Score = 1.0
Entrée [43]: #Mesure de l'importance des quatre attributs du dataset Iris en utlisant la mesure Mean Dcrease in Impurity
             #À noter que à la fin de l'entraînement du Random Forest,
                                                          Scikit-Learn calcule automatiquement cette valeur pour chaque attribut
             #Cela est possible grâce à la variable feature importances
             #Le code suivant imprime l'importance de chaque attribut : une grande valeur indique une plus grande importance
             for name, score in zip(iris_data[features], rnd_forest.feature_importances_):
                 print(name, score)
           sepal.length 0.08712563579243131
           sepal.width 0.0255705736201352
           petal.length 0.4536786713054945
```

# Comparaison entre arbre de décision et techniques d'apprentissage par ensemble

Data Set	Number of	Decision	Bagging	Boosting	RF
	(Attributes, Classes,	Tree (%)	(%)	(%)	(%)
	Records)				
Anneal	(39, 6, 898)	92.09	94.43	95.43	95.43
Australia	(15, 2, 690)	85.51	87.10	85.22	85.80
Auto	(26, 7, 205)	81.95	85.37	85.37	84.39
Breast	(11, 2, 699)	95.14	96.42	97.28	96.14
Cleve	(14, 2, 303)	76.24	81.52	82.18	82.18
Credit	(16, 2, 690)	85.8	86.23	86.09	85.8
Diabetes	(9, 2, 768)	72.40	76.30	73.18	75.13
German	(21, 2, 1000)	70.90	73.40	73.00	74.5
Glass	(10, 7, 214)	67.29	76.17	77.57	78.04
Heart	(14, 2, 270)	80.00	81.48	80.74	83.33
Hepatitis	(20, 2, 155)	81.94	81.29	83.87	83.23
Horse	(23, 2, 368)	85.33	85.87	81.25	85.33
Ionosphere	(35, 2, 351)	89.17	92.02	93.73	93.45
Iris	(5, 3, 150)	94.67	94.67	94.00	93.33
Labor	(17, 2, 57)	78.95	84.21	89.47	84.21
Led7	(8, 10, 3200)	73.34	73.66	73.34	73.06
Lymphography	(19, 4, 148)	77.03	79.05	85.14	82.43
Pima	(9, 2, 768)	74.35	76.69	73.44	77.60
Sonar	(61, 2, 208)	78.85	78.85	84.62	85.58
Tic-tac-toe	(10, 2, 958)	83.72	93.84	98.54	95.82
Vehicle	(19, 4, 846)	71.04	74.11	78.25	74.94
Waveform	(22, 3, 5000)	76.44	83.30	83.90	84.04
Wine	(14, 3, 178)	94.38	96.07	97.75	97.75
Zoo	(17, 7, 101)	93.07	93.07	95.05	97.03