

Demostración de Fórmulas de Interés Simple e Interés Compuesto

1. Interés Simple

El *interés simple* se calcula sobre el capital inicial durante todo el período de tiempo. La fórmula para calcular el interés simple es:

$$I = C \cdot r \cdot t$$

donde:

- I es el interés simple.
- C es el capital inicial (o principal).
- r es la tasa de interés (expresada como decimal).
- t es el tiempo.

Demostración:

La fórmula del interés simple se basa en la definición de interés como un porcentaje del capital inicial que se paga (o se gana) en función del tiempo.

- Si el capital inicial es C y la tasa de interés es r , entonces, después de 1 unidad de tiempo, el interés ganado es $C \cdot r$.
- Después de 2 unidades de tiempo, el interés ganado es $C \cdot r + C \cdot r = 2C \cdot r$, y así sucesivamente.

Para cualquier número de periodos t , el interés ganado es:

$$I = C \cdot r \cdot t$$

Por lo tanto, la fórmula se demuestra al multiplicar el capital por la tasa de interés y el tiempo.

2. Interés Compuesto

El *interés compuesto* se calcula sumando el interés ganado al capital para calcular el interés del siguiente período. La fórmula general del monto final en el interés compuesto es:

$$A = C \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$$

donde:

- A es el monto total después de t periodos.
- C es el capital inicial.
- r es la tasa de interés anual.
- n es el número de veces que se capitaliza el interés por año.
- t es el tiempo en años.

Demostración:

Supongamos que el interés se capitaliza n veces al año. Cada vez que se capitaliza, la cantidad acumulada de capital aumenta.

1. Interés al final del primer período:

$$A_1 = C \left(1 + \frac{r}{n}\right)$$

2. Interés al final del segundo período:

$$A_2 = A_1 \left(1 + \frac{r}{n}\right) = C \left(1 + \frac{r}{n}\right) \left(1 + \frac{r}{n}\right) = C \left(1 + \frac{r}{n}\right)^2$$

3. Generalizando para nt periodos:

Después de nt periodos de capitalización, el monto final acumulado es:

$$A = C \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}$$

Esta fórmula muestra cómo el capital inicial C crece exponencialmente con la tasa de interés r en función del tiempo t y la frecuencia de capitalización n .