МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Н.Э. Баумана

Факультет «Информатика и системы управления»
Кафедра «Систем обработки информации и управления»

ОТЧЕТ

Лабораторная работа №__5__
по дисциплине «Методы машинного обучения»

Тема: «Обучение на основе временны’х различий»

ИСПОЛНИТЕЛЬ: ___Алексеев_А_С__
ФИО
группа ИУ5-25 _____
подпись
"__"_____2024 г.

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ: ___Гапанюк_Ю_Е__
ФИО
_____
подпись
"__"_____2024 г.

Москва - 2024

Задание

На основе рассмотренного на лекции примера реализуйте следующие алгоритмы:

- SARSA
- Q-обучение
- Двойное Q-обучение

для любой среды обучения с подкреплением (кроме рассмотренной на лекции среды Toy Text / Frozen Lake) из библиотеки Gym (или аналогичной библиотеки).

SARSA очень напоминает Q-learning. Ключевое отличие SARSA от Q-learning заключается в том, что это алгоритм с политикой (on-policy). Это означает, что SARSA оценивает значения Q на основе действий, выполняемых текущей политикой, а не жадной политикой. Двойное обучение Q (Double Q-learning) представляет собой модификацию алгоритма обучения Q, который использует две функции ценности для уменьшения переоценки ценности действий. Этот метод помогает уменьшить переоценку ценности действий, которая может возникнуть в обычном алгоритме обучения Q.

In [1]:
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import gym
from tqdm import tqdm

# ************************************ БАЗОВЫЙ АГЕНТ ***********************************

class BasicAgent:
    '''
    Базовый агент, от которого наследуются стратегии обучения
    '''

    # Наименование алгоритма
    ALGO_NAME = '---'

    def __init__(self, env, eps=0.1):
        # Среда
        self.env = env
        # Размерности Q-матрицы
        self.nA = env.action_space.n
        self.nS = env.observation_space.n
        #и сама матрица
        self.Q = np.zeros((self.nS, self.nA))
        # Значения коэффициентов
        # Порог выбора случайного действия
        self.eps=eps
        # Награды по эпизодам
        self.episodes_reward = []


    def print_q(self):
        print('Вывод Q-матрицы для алгоритма ', self.ALGO_NAME)
        print(self.Q)


    def get_state(self, state):
        '''
        Возвращает правильное начальное состояние
        '''
        if type(state) is tuple:
            # Если состояние вернулось с виде кортежа, то вернуть только номер состояния
            return state[0]
        else:
            return state


    def greedy(self, state):
        '''
        <<Жадное>> текущее действие
        Возвращает действие, соответствующее максимальному Q-значению
        для состояния state
        '''
        return np.argmax(self.Q[state])


    def make_action(self, state):
        '''
        Выбор действия агентом
        '''
        if np.random.uniform(0,1) < self.eps:

            # Если вероятность меньше eps
            # то выбирается случайное действие
            return self.env.action_space.sample()
        else:
            # иначе действие, соответствующее максимальному Q-значению
            return self.greedy(state)


    def draw_episodes_reward(self):
        # Построение графика наград по эпизодам
        fig, ax = plt.subplots(figsize = (15,10))
        y = self.episodes_reward
        x = list(range(1, len(y)+1))
        plt.plot(x, y, '-', linewidth=1, color='green')
        plt.title('Награды по эпизодам')
        plt.xlabel('Номер эпизода')
        plt.ylabel('Награда')
```

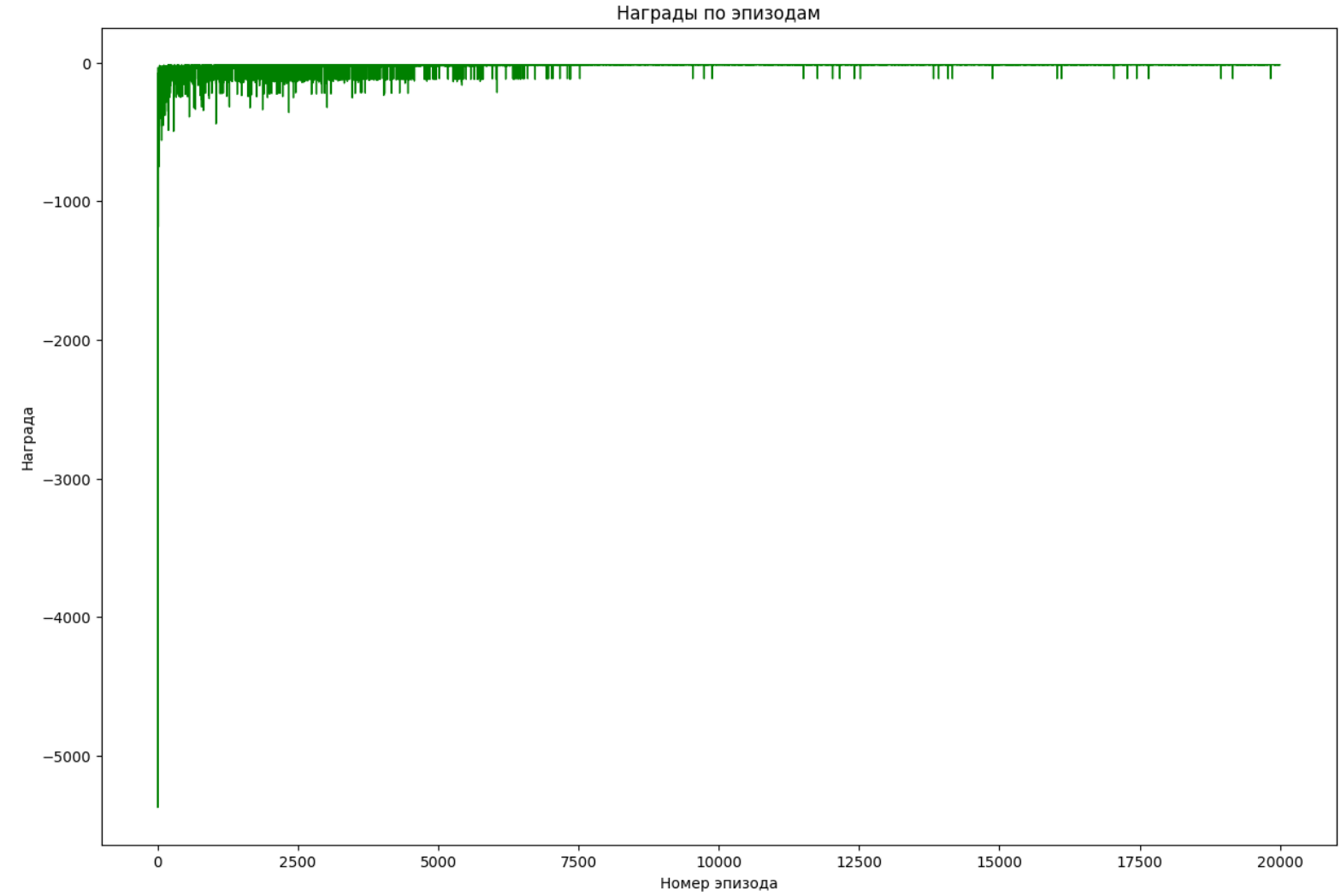
```
        plt.show()


    def learn():
        '''
        Реализация алгоритма обучения
        '''
        pass

# ************************************ SARSA ****************************************

class SARSA_Agent(BasicAgent):
    '''
    Реализация алгоритма SARSA
    '''
    # Наименование алгоритма
    ALGO_NAME = 'SARSA'


    def __init__(self, env, eps=0.4, lr=0.1, gamma=0.98, num_episodes=20000):
        # Вызов конструктора верхнего уровня
        super().__init__(env, eps)
        # Learning rate
        self.lr=lr
        # Коэффициент дисконтирования
        self.gamma = gamma
        # Количество эпизодов
        self.num_episodes=num_episodes
        # Постепенное уменьшение eps
        self.eps_decay=0.00005
        self.eps_threshold=0.01


    def learn(self):
        '''
        Обучение на основе алгоритма SARSA
        '''
        self.episodes_reward = []
        # Цикл по эпизодам
        for ep in tqdm(list(range(self.num_episodes))):
            # Начальное состояние среды
            state = self.get_state(self.env.reset())
            # Флаг штатного завершения эпизода
            done = False
            # Флаг нештатного завершения эпизода
            truncated = False
            # Суммарная награда по эпизоду
            tot_rew = 0

            # По мере заполнения Q-матрицы уменьшаем вероятность случайного выбора действия
            if self.eps > self.eps_threshold:
                self.eps -= self.eps_decay

            # Выбор действия
            action = self.make_action(state)

            # Проигрывание одного эпизода до финального состояния
            while not (done or truncated):

                # Выполняем шаг в среде
                next_state, rew, done, truncated, _ = self.env.step(action)

                # Выполняем следующее действие
                next_action = self.make_action(next_state)

                # Правило обновления Q для SARSA
                self.Q[state][action] = self.Q[state][action] + self.lr * \
                    (rew + self.gamma * self.Q[next_state][next_action] - self.Q[state][action])

                # Следующее состояние считаем текущим
                state = next_state
                action = next_action
                # Суммарная награда за эпизод
                tot_rew += rew
                if (done or truncated):
                    self.episodes_reward.append(tot_rew)

# ************************************ Q-обучение ***************************************
```

```
class QLearning_Agent(BasicAgent):
    '''
    Реализация алгоритма Q-Learning
    '''
    # Наименование алгоритма
    ALGO_NAME = 'Q-обучение'


    def __init__(self, env, eps=0.4, lr=0.1, gamma=0.98, num_episodes=20000):
        # Вызов конструктора верхнего уровня
        super().__init__(env, eps)
        # Learning rate
        self.lr=lr
        # Коэффициент дисконтирования
        self.gamma = gamma
        # Количество эпизодов
        self.num_episodes=num_episodes
        # Постепенное уменьшение eps
        self.eps_decay=0.00005
        self.eps_threshold=0.01


    def learn(self):
        '''
        Обучение на основе алгоритма Q-Learning
        '''
        self.episodes_reward = []
        # Цикл по эпизодам
        for ep in tqdm(list(range(self.num_episodes))):
            # Начальное состояние среды
            state = self.get_state(self.env.reset())
            # Флаг штатного завершения эпизода
            done = False
            # Флаг нештатного завершения эпизода
            truncated = False
            # Суммарная награда по эпизоду
            tot_rew = 0

            # По мере заполнения Q-матрицы уменьшаем вероятность случайного выбора действия
            if self.eps > self.eps_threshold:
                self.eps -= self.eps_decay

            # Проигрывание одного эпизода до финального состояния
            while not (done or truncated):

                # Выбор действия
                # В SARSA следующее действие выбиралось после шага в среде
                action = self.make_action(state)

                # Выполняем шаг в среде
                next_state, rew, done, truncated, _ = self.env.step(action)

                # Правило обновления Q для SARSA (для сравнения)
                # self.Q[state][action] = self.Q[state][action] + self.lr * \
                #     (rew + self.gamma * self.Q[next_state][next_action] - self.Q[state][action])

                # Правило обновления для Q-обучения
                self.Q[state][action] = self.Q[state][action] + self.lr * \
                    (rew + self.gamma * np.max(self.Q[next_state]) - self.Q[state][action])

                # Следующее состояние считаем текущим
                state = next_state
                # Суммарная награда за эпизод
                tot_rew += rew
                if (done or truncated):
                    self.episodes_reward.append(tot_rew)

# ********************************** Двойное Q-обучение ****************************************

class DoubleQLearning_Agent(BasicAgent):
    '''
    Реализация алгоритма Double Q-Learning
    '''
    # Наименование алгоритма
    ALGO_NAME = 'Двойное Q-обучение'
```

```
def __init__(self, env, eps=0.4, lr=0.1, gamma=0.98, num_episodes=20000):
    # Вызов конструктора верхнего уровня
    super().__init__(env, eps)
    # Вторая матрица
    self.Q2 = np.zeros((self.nS, self.nA))
    # Learning rate
    self.lr=lr
    # Коэффициент дисконтирования
    self.gamma = gamma
    # Количество эпизодов
    self.num_episodes=num_episodes
    # Постепенное уменьшение eps
    self.eps_decay=0.00005
    self.eps_threshold=0.01


def greedy(self, state):
    '''
    <<Жадное>> текущее действие
    Возвращает действие, соответствующее максимальному Q-значению
    для состояния state
    '''
    temp_q = self.Q[state] + self.Q2[state]
    return np.argmax(temp_q)


def print_q(self):
    print('Вывод Q-матриц для алгоритма ', self.ALGO_NAME)
    print('Q1')
    print(self.Q)
    print('Q2')
    print(self.Q2)


def learn(self):
    '''
    Обучение на основе алгоритма Double Q-Learning
    '''
    self.episodes_reward = []
    # Цикл по эпизодам
    for ep in tqdm(list(range(self.num_episodes))):
        # Начальное состояние среды
        state = self.get_state(self.env.reset())
        # Флаг штатного завершения эпизода
        done = False
        # Флаг нештатного завершения эпизода
        truncated = False
        # Суммарная награда по эпизоду
        tot_rew = 0

        # По мере заполнения Q-матрицы уменьшаем вероятность случайного выбора действия
        if self.eps > self.eps_threshold:
            self.eps -= self.eps_decay

        # Проигрывание одного эпизода до финального состояния
        while not (done or truncated):

            # Выбор действия
            # В SARSA следующее действие выбиралось после шага в среде
            action = self.make_action(state)

            # Выполняем шаг в среде
            next_state, rew, done, truncated, _ = self.env.step(action)

            if np.random.rand() < 0.5:
                # Обновление первой таблицы
                self.Q[state][action] = self.Q[state][action] + self.lr * \
                    (rew + self.gamma * self.Q2[next_state][np.argmax(self.Q[next_state])] - self.Q[state][action])
            else:
                # Обновление второй таблицы
                self.Q2[state][action] = self.Q2[state][action] + self.lr * \
                    (rew + self.gamma * self.Q[next_state][np.argmax(self.Q2[next_state])] - self.Q2[state][action])

            # Следующее состояние считаем текущим
            state = next_state
            # Суммарная награда за эпизод
            tot_rew += rew
```

```
            if (done or truncated):
                self.episodes_reward.append(tot_rew)


    def play_agent(agent):
        '''
        Проигрывание сессии для обученного агента
        '''
        env2 = gym.make('CliffWalking-v0', render_mode='human')
        state = env2.reset()[0]
        done = False
        while not done:
            action = agent.greedy(state)
            next_state, reward, terminated, truncated, _ = env2.step(action)
            env2.render()
            state = next_state
            if terminated or truncated:
                done = True


    def run_sarsa():
        env = gym.make('CliffWalking-v0')
        agent = SARSA_Agent(env)
        agent.learn()
        agent.print_q()
        agent.draw_episodes_reward()
        play_agent(agent)


    def run_q_learning():
        env = gym.make('CliffWalking-v0')
        agent = QLearning_Agent(env)
        agent.learn()
        agent.print_q()
        agent.draw_episodes_reward()
        play_agent(agent)


    def run_double_q_learning():
        env = gym.make('CliffWalking-v0')
        agent = DoubleQLearning_Agent(env)
        agent.learn()
        agent.print_q()
        agent.draw_episodes_reward()
        play_agent(agent)


    def main():
        run_sarsa()


    if __name__ == '__main__':
        main()
100%|████████████████████████████████████████████████████████████████████████████████| 20000/20000 [00:31<00:00, 642.52it/s]
Вывод Q-матрицы для алгоритма  SARSA
[[ -13.23846439  -12.43575788  -14.15296673  -13.23906418]
 [ -12.57393284  -11.68265846  -13.26272108  -13.40416663]
 [ -11.73743793  -10.88639791  -12.73441871  -12.67589973]
 [ -10.91102581  -10.01770791  -11.93845494  -11.85605729]
 [ -10.11259282   -9.19693638  -10.94258346  -11.06042397]
 [  -9.26679856   -8.35466765  -10.80563635  -10.22592345]
 [  -8.39601688   -7.49578496   -9.24642378   -9.49581423]
 [  -7.50973504   -6.63287799   -8.4669939    -8.56588987]
 [  -6.65261657   -5.75885582   -7.61019498   -7.84330743]
 [  -5.77129954   -4.84801643   -5.45061648   -6.86452227]
 [  -4.85555309   -3.89993022   -4.11386078   -5.94998607]
 [  -3.89451461   -3.94887767   -2.9404       -5.04558289]
 [ -13.19524292  -13.57141373  -14.88008092  -13.93302342]
 [ -12.42240188  -15.41849597  -24.80989156  -17.61480255]
 [ -11.72363369  -15.34049731  -22.55384561  -18.69584821]
 [ -10.91905824  -16.03713897  -21.47023865  -17.44949866]
 [ -10.05103974  -14.60737002  -37.5414677   -17.37563264]
 [  -9.26609002  -15.25521558  -16.80737838  -15.78069455]
 [  -8.37559681  -12.71411061  -43.19757991  -14.42659776]
 [  -7.53804403  -10.35755958  -17.66176886  -12.83592094]
 [  -6.65418161   -9.43701793  -28.84795221  -11.66615764]
 [  -8.0041381    -3.90653422  -18.99053768  -10.94600394]
```

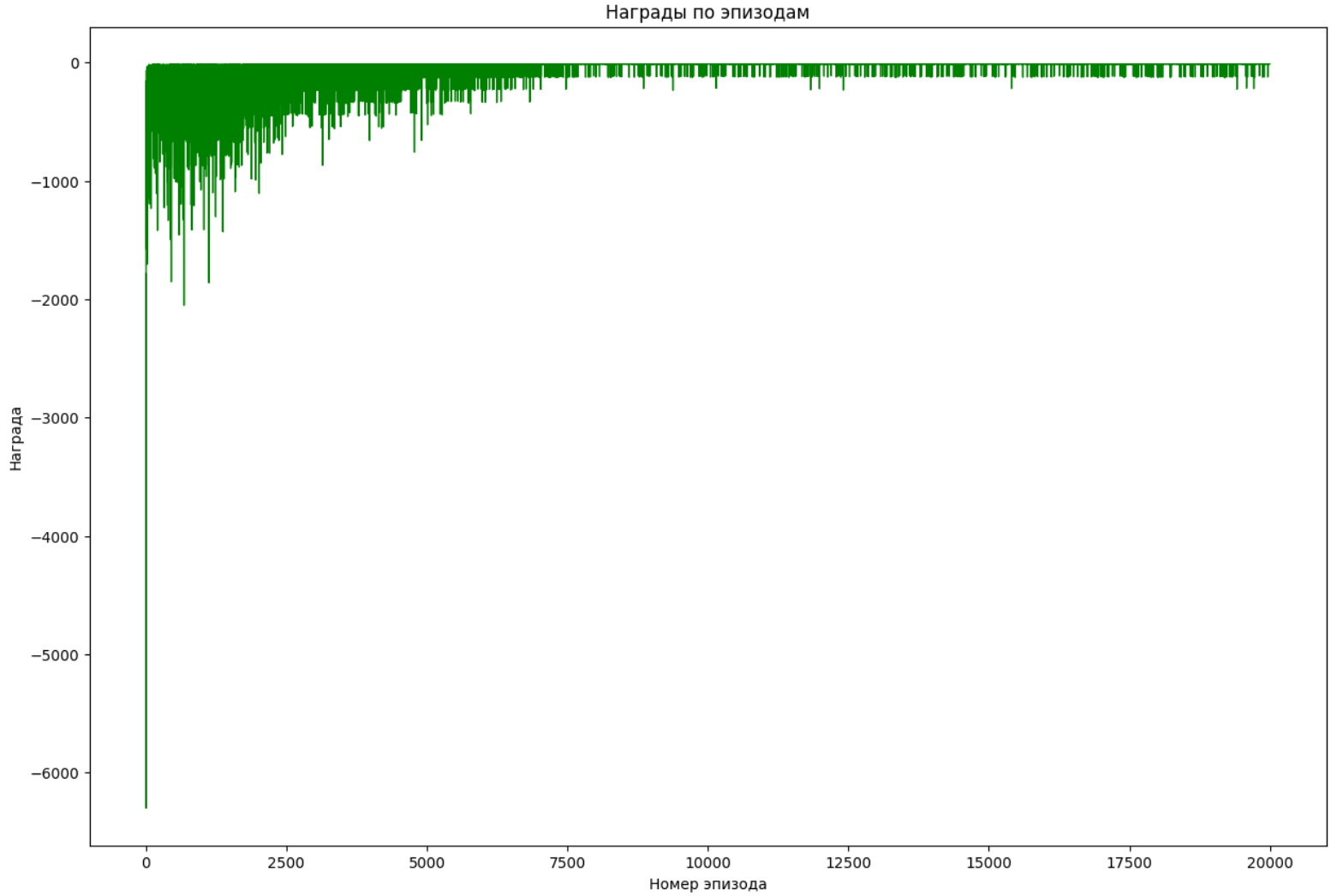
```
[  -5.5511317    -2.96245939  -11.86534445   -5.83527266]
[  -4.11275367   -3.06706838   -1.98         -3.96054657]
[ -13.95200333  -14.19202248  -15.61615878  -14.70042337]
[ -13.25594522  -40.09171765 -124.10250453  -20.12509393]
[ -17.50117859  -27.78776985 -137.3359153   -24.57002086]
[ -16.59629769  -39.1551856  -113.88328322  -22.83341158]
[ -16.94252237  -21.78199173 -127.58714201  -24.2376068 ]
[ -13.56445322  -27.69184265  -99.00667449  -38.39136545]
[ -13.97971829  -15.50397111 -112.59359946  -25.21942708]
[ -11.94811989  -16.22943302 -102.71650315  -14.48839151]
[ -11.59358952  -14.04757657 -113.24648898  -13.7670485 ]
[  -7.4384299    -9.6752833  -120.91778934  -14.26458015]
[  -6.13402534   -2.18101874 -122.07378151  -13.81211263]
[  -3.23043435   -1.98009575   -1.          -3.16522256]
[ -14.68293413 -114.53631402  -15.4708133   -15.79900739]
[  0.           0.           0.           0.        ]
[  0.           0.           0.           0.        ]
[  0.           0.           0.           0.        ]
[  0.           0.           0.           0.        ]
[  0.           0.           0.           0.        ]
[  0.           0.           0.           0.        ]
[  0.           0.           0.           0.        ]
[  0.           0.           0.           0.        ]
[  0.           0.           0.           0.        ]
[  0.           0.           0.           0.        ]
[  0.           0.           0.           0.        ]]
```



In [2]:run_q_learning()

```
100%|██████████| 20000/20000 [00:17<00:00, 1138.08it/s]
Вывод Q-матрицы для алгоритма  Q-обучение
[[ -12.65068321  -12.31234588  -12.31286591  -12.77198199]
 [ -12.15372748  -11.54873869  -11.5487351   -12.81217421]
 [ -11.44006738  -10.76414741  -10.76414828  -12.18884749]
 [ -10.70446606   -9.96342994   -9.96342987  -11.40312183]
 [  -9.90661774   -9.14635925   -9.14635928  -10.73306004]
 [  -9.12623288   -8.31261184   -8.31261184   -9.9453808 ]
 [  -8.29377416   -7.46184886   -7.46184886   -9.11819485]
 [  -7.45824465   -6.59372334   -6.59372334   -8.29251683]
 [  -6.59061771   -5.70788096   -5.70788096   -7.44456287]
 [  -5.70257285   -4.80396016   -4.80396016   -6.55977764]
```

[-4.79371978 -3.881592   -3.881592   -5.66728606]
[-3.87602897 -3.86803556 -2.9404   -4.74403622]
[-13.05834732 -11.54888054 -11.54888054 -12.3178789]
[-12.31751736 -10.76416381 -10.76416381 -12.31790193]
[-11.54882497   -9.96343246   -9.96343246 -11.54888047]
[-10.76415106   -9.14635966   -9.14635966 -10.7641638]
[-9.96342965 -8.31261189 -8.31261189 -9.96343246]
[-9.14635943 -7.46184887 -7.46184887 -9.14635965]
[-8.31261184 -6.59372334 -6.59372334 -8.31261189]
[-7.46184885 -5.70788096 -5.70788096 -7.46184887]
[-6.59372328 -4.80396016 -4.80396016 -6.59372334]
[-5.70788092 -3.881592   -3.881592   -5.70788095]
[-4.80396016 -2.9404   -2.9404   -4.80396016]
[-3.881592   -2.9404   -1.98   -3.881592]
[-12.31790293 -10.76416381 -12.31790293 -11.54888054]
[-11.54888054   -9.96343246 -111.31790293 -11.54888054]
[-10.76416381   -9.14635966 -111.31790293 -10.76416381]
[-9.96343246   -8.31261189 -111.31790293   -9.96343246]
[-9.14635966   -7.46184887 -111.31790293   -9.14635966]
[-8.31261189   -6.59372334 -111.31790293   -8.31261189]
[-7.46184887   -5.70788096 -111.31790293   -7.46184887]
[-6.59372334   -4.80396016 -111.31790293   -6.59372334]
[-5.70788096   -3.881592   -111.31790293   -5.70788096]
[-4.80396016   -2.9404   -111.31790293   -4.80396016]
[-3.881592   -1.98   -111.31790293   -3.881592]
[-2.9404   -1.98   -1.   -2.9404   ]
[-11.54888054 -111.31790293 -12.31790293 -12.31790293]
[0.   0.   0.   0.   ]
[0.   0.   0.   0.   ]
[0.   0.   0.   0.   ]
[0.   0.   0.   0.   ]
[0.   0.   0.   0.   ]
[0.   0.   0.   0.   ]
[0.   0.   0.   0.   ]
[0.   0.   0.   0.   ]
[0.   0.   0.   0.   ]
[0.   0.   0.   0.   ]]



In [3]:run_double_q_learning()

100%|| 20000/20000 [00:15<00:00, 1285.18it/s]

Вывод Q-матриц для алгоритма Двойное Q-обучение
Q1
```
[[ -15.60781804  -12.35266695  -15.83234315  -15.56014015]
 [ -13.5529045   -13.09383122  -11.54891015  -15.2822    ]
 [ -13.24337513  -14.03509962  -10.78238258  -14.83734687]
 [ -13.33181932  -12.87054631  -10.02730659  -13.91111558]
 [ -12.97315235  -13.60262992   -9.22331449  -13.96861097]
 [ -12.11686501   -8.49146935  -10.52111723  -12.06556619]
 [ -10.39742612   -7.46698675   -9.3077384   -11.88122483]
 [  -8.70100024   -6.59374574   -8.86690137   -9.49424252]
 [  -7.14870831   -6.39171162   -5.70788097   -7.74935789]
 [  -6.92101376   -4.88107944   -7.68493878   -7.69182621]
 [  -6.51823412   -3.88215417   -4.14771291   -6.35954566]
 [  -4.41629459   -4.39046445   -2.94040966   -5.29087703]
 [ -13.15337152  -11.54888054  -11.58339152  -12.3353402 ]
 [ -12.32117573  -10.76476382  -10.76416381  -12.31813641]
 [ -11.6398431    -9.99069351   -9.96343246  -11.56368534]
 [ -11.09178853   -9.28441097   -9.14635966  -10.80440075]
 [ -10.60574487   -8.31261189   -8.51220145   -9.98844222]
 [  -9.43193212   -7.49053476   -7.46184887   -9.17878235]
 [  -8.70286357   -6.59372334   -6.77629922   -8.36862173]
 [  -7.47101908   -5.70788096   -5.72185573   -7.4946635 ]
 [  -6.60061505   -4.81157122   -4.80396016   -6.59606498]
 [  -6.10413227   -3.90351444   -3.881592     -5.78636865]
 [  -5.08686663   -2.9404       -4.36917048   -5.46520924]
 [  -3.89151444   -2.9671124    -1.98         -3.87432661]
 [ -12.31790293  -10.76416381  -12.31790293  -11.54888054]
 [ -11.54888054   -9.96343246 -111.31790293  -11.54888054]
 [ -10.76416381   -9.14635966 -111.31790293  -10.76416381]
 [  -9.96343246   -8.31261189 -111.31790293   -9.96343246]
 [  -9.14635966   -7.46184887 -111.31790293   -9.14635966]
 [  -8.31261189   -6.59372334 -111.31790293   -8.31261189]
 [  -7.46184887   -5.70788096 -111.31790293   -7.46184887]
 [  -6.59372334   -4.80396016 -111.31790293   -6.59372334]
 [  -5.70788096   -3.881592   -111.31790293   -5.70788096]
 [  -4.80396016   -2.9404     -111.31790293   -4.80396016]
 [  -3.881592     -1.98       -111.31790293   -3.881592  ]
 [  -2.9404       -1.98         -1.           -2.9404    ]
 [ -11.54888054 -111.31790293  -12.31790293  -12.31790293]
 [   0.            0.            0.            0.       ]
 [   0.            0.            0.            0.       ]
 [   0.            0.            0.            0.       ]
 [   0.            0.            0.            0.       ]
 [   0.            0.            0.            0.       ]
 [   0.            0.            0.            0.       ]
 [   0.            0.            0.            0.       ]
 [   0.            0.            0.            0.       ]
 [   0.            0.            0.            0.       ]
 [   0.            0.            0.            0.       ]]
```
Q2
```
[[ -16.18037032  -12.32854     -14.79330728  -14.75692416]
 [ -13.10248251  -12.78202981  -11.54888163  -14.71939397]
 [ -14.13280958  -13.63342026  -10.77521995  -13.2930076 ]
 [ -13.82145874  -14.17277543  -10.0151928   -14.72737419]
 [ -12.65989991  -12.91510771   -9.31383784  -13.68900962]
 [ -11.78141116   -8.37774551  -11.49657163  -12.92774846]
 [  -9.44792825   -7.46563286   -9.48989584  -10.64859996]
 [  -8.86427966   -6.59374369   -7.82975565   -9.58021674]
 [  -6.85613128   -6.95011406   -5.70788132   -8.13252839]
 [  -7.63828248   -4.83430899   -5.1491614    -7.04143969]
 [  -5.25744611   -3.88749159   -7.31534274   -7.32988921]
 [  -4.39425883   -4.38959936   -2.94040938   -5.2512676 ]
 [ -13.29368973  -11.54888054  -11.63499601  -12.40434605]
 [ -12.31933251  -10.76424416  -10.76416381  -12.31794733]
 [ -11.71038621   -9.99899947   -9.96343246  -11.57219514]
 [ -11.03629509   -9.23328926   -9.14635966  -10.77847981]
 [ -10.69183139   -8.31261189   -8.55205744  -10.22938403]
 [  -9.77498619   -7.47737233   -7.46184887   -9.15648549]
 [  -8.75236126   -6.59372334   -7.05389519   -8.74021723]
 [  -7.57034127   -5.70788096   -5.72942051   -7.5513079 ]
 [  -6.59491342   -4.80914676   -4.80396016   -6.59707052]
 [  -6.72107989   -6.65139743   -3.881592     -5.98369779]
 [  -4.91406581   -2.9404       -2.91675167   -4.78424944]
 [  -3.89050651   -2.94610952   -1.98         -6.01593777]
 [ -12.31790293  -10.76416381  -12.31790293  -11.54888054]
 [ -11.54888054   -9.96343246 -111.31790293  -11.54888054]
 [ -10.76416381   -9.14635966 -111.31790293  -10.76416381]
```

```
[  -9.96343246   -8.31261189 -111.31790293   -9.96343246]
[  -9.14635966   -7.46184887 -111.31790293   -9.14635966]
[  -8.31261189   -6.59372334 -111.31790293   -8.31261189]
[  -7.46184887   -5.70788096 -111.31790293   -7.46184887]
[  -6.59372334   -4.80396016 -111.31790293   -6.59372334]
[  -5.70788096   -3.881592   -111.31790293   -5.70788096]
[  -4.80396016   -2.9404     -111.31790293   -4.80396016]
[  -5.2932106    -1.98       -111.31790293   -3.881592  ]
[  -2.9404       -1.98        -1.            -2.9404    ]
[ -11.54888054 -111.31790293  -12.31790293  -12.31790293]
[   0.           0.           0.           0.        ]
[   0.           0.           0.           0.        ]
[   0.           0.           0.           0.        ]
[   0.           0.           0.           0.        ]
[   0.           0.           0.           0.        ]
[   0.           0.           0.           0.        ]
[   0.           0.           0.           0.        ]
[   0.           0.           0.           0.        ]
[   0.           0.           0.           0.        ]
[   0.           0.           0.           0.        ]]
```