МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА
Специальность ИУ7, 6-й семестр

Домашнее задание №1 (модуль 1)

Задача №1 *(Предельные теоремы теории вероятностей)*

Вариант 1. Математическое ожидание числа солнечных дней в году для определенной местности равно 150 дням. Оценить вероятность того, что в данном году здесь будет не менее 200 солнечных дней. Как изменится искомая вероятность, если будет известно, что среднее квадратичное отклонение числа солнечных дней равно 10?

Вариант 2. Математическое ожидание годового количества осадков для данной местности равно 600 мм. Каково минимальное количество осадков выпадет за год с вероятностью, не превышающей 0.8?

Вариант 3. Математическое ожидание скорости ветра у земли в данной местности составляет 8 км/ч. Оценить вероятность того, что скорость ветра превысит 20 км/ч и что она будет меньше 50 км/ч. Как изменятся искомые вероятности, если будет известно, что среднее квадратичное отклонение скорости ветра равно 2 км/ч?

Вариант 4. Ежегодная потребность в электроэнергии для НИИ составляет в среднем 500 кВт·ч. Какой расход электроэнергии можно наблюдать в любой день недели с вероятностью не менее 0.85? Как изменится ответ задачи, если будет известно, что значение среднего квадратичного отклонения ежегодного расхода электроэнергии составит 50 кВт·ч? При решении считать, что НИИ потребляет энергию 365 дней в году.

Вариант 5. Математическое ожидание скорости ветра на высоте 10 км равно 30 км/ч, а среднеквадратичное отклонение — 5 км/ч. Какую скорость ветра на этой высоте можно ожидать с вероятностью, не меньшей 0.85?

Вариант 6. Генератор обеспечивает выходное напряжение, которое с вероятностью 0.95 может отклоняться от номинального не более чем на 1 В. Какие значения дисперсии выходного напряжения можно ожидать?

Вариант 7. Математическое ожидание суточного расхода воды в лаборатории составляет 10 м^3. Оценить вероятность того, что в некоторый день расход воды будет находиться в интервале $8 - 12$ м^3, если среднее квадратичное отклонение суточного расхода составит 1 м^3?

Вариант 8. С использованием неравенства Чебышева оценить вероятность того, что частота появления грани с номером "6" при 200 бросках правильной игральной кости отклонится от вероятности ее появления не более, чем на 0.05. Найденный ответ сравнить с результатом, полученным с использованием интегральной теоремы Муавра-Лапласа.

Вариант 9. С использованием неравенства Чебышева оценить вероятность того, что частота появления грани с четным числом очков при 10 000 бросках правильной игральной кости отклонится от вероятности ее появления не более чем на 0.01. Сравнить найденное значение с результатом, полученными с использованием интегральной теоремы Муавра-Лапласа.

Вариант 10. Исследователь зафиксировал по одной реализации каждой из независимых случайных величин $X_1, \ldots, X_{200}$. Известно, что $\mathrm{D}X_i \leqslant 4$, $i = \overline{1;200}$. Оценить вероятность того, что отклонение среднего арифметического этих случайных величин от среднего арифметического их математических ожиданий не превосходит 0.2.

Вариант 11. Для определения среднего сопротивления p-n перехода транзистора в партии из 50-ти одинаковых коробок проверено по одному транзистору из каждой коробки. Оценить вероятность того, что отклонение среднего арифметического значения сопротивления p-n перехода в выбранной совокупности от среднего значения во всей партии не превзойдет 10 Ом, если известно, что среднее квадратичное отклонение значения сопротивления p-n перехода отдельного транзистора не превышает 6 Ом.

Вариант 12. За значение некоторой величины принимают среднее арифметическое 500 измерений. Предполагая, что среднее квадратичное отклонение возможных результатов каждого измерения не превосходит 0.5, оценить вероятность того, что отклонение найденного таким образом значения величины от истинного не превосходит 0.2.

Вариант 13. Каждая повторная передача сигнала по каналу связи увеличивает вероятность искажения сигнала на 0.1%, а при передаче 1-го сигнала эта вероятность равна 0.05. Известно, что по каналу связи передано 100 сигналов. Найти границы, в которых с вероятностью $0,9$ заключено число переданных без искажения сигналов.

Вариант 14. В конденсаторе с вероятностью 0.01 возможен дефект диэлектрика и, независимо от этого, с вероятностью 0.005 возможен дефект корпуса. Проверена партия в 1000 конденсаторов. В каких границах с вероятностью 0.997 заключается число бракованных конденсаторов? Решить задачу, используя неравенство Чебышева и интегральную теорему Муавра-Лапласа.

Вариант 15. В Москве рождается в год около 122500 детей. Считая вероятность рождения мальчика равной 0.51, найти вероятность того, что число мальчиков, которые родятся в Москве в текущем году, превысит число родившихся девочек не менее, чем на 1500.

Вариант 16. Пусть ξ_1 – число выпадений герба при 10-ти подбрасываниях монеты, а ξ_2 – число выпавших очков на грани тетраэдра (грани перенумерованы числами 1, 2, 3, 4) при его однократном подбрасывании. Оценить вероятность осуществления неравенства $\xi_1 + \xi_2 < 10$. Решить задачу, используя 1-е и 2-е неравенства Чебышева.

Вариант 17. Стрелок поражает мишень с вероятностью 0.9. Какова вероятность того, что при 100 выстрелах число попаданий будет не менее 85 и не более 95?

Вариант 18. Дана последовательность $X_1, \ldots, X_n, \ldots$ независимых дискретных случайных величин. Удовлетворяет ли эта последовательность закону больших чисел, если ряд распределения случайной величины X_n имеет следующий вид?

$(X_n)_i$	$-n\lambda$	0	$n\lambda$
$P\{X_n = (X_n)_i\}$	$\frac{1}{2^n}$	$1 - \frac{1}{2^{n-1}}$	$\frac{1}{2^n}$

Вариант 19. Дана последовательность $X_1, \ldots, X_n, \ldots$ независимых дискретных случайных величин. Удовлетворяет ли эта последовательность закону больших чисел в форме Чебышева, если ряд распределения случайной величины X_n имеет следующий вид?

$(X_n)_i$	$-n^2\lambda$	0	$n^2\lambda$
$P\{X_n = (X_n)_i\}$	$\frac{1}{(n+1)^3}$	$1 - \frac{2}{(n+1)^3}$	$\frac{1}{(n+1)^3}$

Вариант 20. Дана последовательность $X_1, \ldots, X_n, \ldots$ независимых дискретных случайных величин. Удовлетворяет ли эта последовательность закону больших чисел, если ряд распределения случайной величины X_n имеет следующий вид?

$(X_n)_i$	$-\sqrt{n}$	$\sqrt{n}$
$P\{X_n = (X_n)_i\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Вариант 21. Производится 1000 бросков правильной монеты. Определить такое число X, для которого с $P\{400 \leqslant k \leqslant X\} = 0.85$, где k – число выпадений герба.

Вариант 22. Известно, что 80% изготовленных заводом электроламп выдерживают гарантийный срок службы. Найти вероятность того, что в партии из 500 электроламп число выдержавших гарантийный срок службы находится в пределах от 380 до 420. Использовать неравенство Чебышева и интегральную теорему Муавра-Лапласа.

Вариант 23. Вероятность некоторого случайного события равна 0.9. Какова вероятность того, что после 64 000 независимых испытаний наблюденная частота этого события лежит в интервале 0.9 ± 0.01? Решить задачу, используя неравенство Чебышева и интегральную теорему Муавра-Лапласа.

Вариант 24. Вероятность некотрого случайного события равна 0.81. В каком интервале с вероятностью 0.97 лежит наблюденная частота этого события после 5000 испытаний? Решить задачу, используя неравенство Чебышева и интегральную теорему Муавра-Лапласа.

Вариант 25. Вероятность некоторого случайного события равна 0.67. Сколько нужно произвести испытаний, чтобы с вероятностью 0.98 можно было ожидать, что наблюденная частота этого события отклонится от его вероятности не более, чем на 0.01? Решить задачу, используя неравенство Чебышева и интегральную теорему Муавра-Лапласа.

Вариант 26. Вероятность появления бракованной детали в партии из 1000 деталей равна 0.05. Найти нижнюю и верхнюю границы, в которых с вероятносттю 0.9 заключено число дефектных деталей в этой партии.

Вариант 27. Стрельба по цели ведется поочередно из трех орудий A, B и C, причем для каждого из них вероятность попадания в цель соответственно равна 0.2, 0.3 и 0.5. Известно, что каждое орудие выстрелило 100 раз (всего произведено 300 выстрелов). Найти нижнюю оценку вероятности того, что наблюденная частота попаданий отличается от средней вероятности попадания по абсолютной величине не более, чем на 0.1.

Вариант 28. Производится 360 бросков игральной кости.С какой вероятностью можно утверждать, что "шестерка" выпадет не менее а) 60-ти; б) 50-ти раз?

Вариант 29. Пусть ξ_1 – число выпадений герба при 10-ти подбрасываниях монеты, а ξ_2 – число выпавших очков при бросании игральной кости. Оценить вероятность осуществления неравенства $\xi_1 + \xi_2 \leqslant 13$. Решить задачу, используя первое и второе неравенства Чебышева.

Вариант 30. Известно, что вероятность того, что случайному покупателю обувного магазина требуются туфли размера 41, равна 0.15. Найти границы интервала, в котором с вероятностью 0.98 будет лежать число покупателей, спросивших туфли этого размера, после того, как магазин посетили 2000 человек.

Задача №2 *(метод моментов)*

С использованием метода моментов для случайной выборки $\vec{X} = (X_1, \ldots, X_n)$ из генеральной совокупности X найти точечные оценки указанных параметров заданного закона распределения.

№ вар.	Закон распределения	№ вар.	Закон распределения
1	$f_X(x) = \dfrac{\theta^3}{2!} x^2 e^{-\theta x}, \quad x > 0$	7	$f_X(x) = \dfrac{\theta^5}{4!} x^4 e^{-\theta x}, \quad x > 0$
2	$f_X(x) = \dfrac{\sqrt{\theta}}{\sqrt{\pi x}} e^{-\theta x}, \quad x > 0$	8	$f_X(x) = \dfrac{1}{2^\theta \Gamma(\theta)} x^{\theta-1} e^{-x/2}, \quad x > 0$
3	$f_X(x) = \dfrac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\lambda x}, \quad x > 0$	9	$f_X(x) = \dfrac{3\theta^3}{x^4}, \quad x > \theta$
4	$f_X(x) = \dfrac{\lambda\sqrt{\lambda x}}{\Gamma(3/2)} e^{-\lambda x}, \quad x > 0$	10	$f_X(x) = \dfrac{x^\theta}{\Gamma(\theta+1)} e^{-x}, \quad x > 0$
5	$f_X(x) = \dfrac{1}{\Gamma(\theta)} x^{\theta-1} e^{-x}, \quad x > 0$	11	$f_X(x) = \dfrac{1}{3!\theta^4} x^3 e^{-x/\theta}, \quad x > 0$
6	$f_X(x) = \theta x^{-(\theta+1)}, \quad x > 1$	12	$f_X(x) = \dfrac{1}{4!\theta^5} x^4 e^{-x/\theta}, \quad x > 0$

№ вар.	Закон распределения	№ вар.	Закон распределения
13	$f_X(x) = \dfrac{4}{\sqrt{\pi}} \theta^3 x^2 e^{-\theta^2 x^2}, \quad x > 0$	22	$f_X(x) = \dfrac{1}{4^\theta \Gamma(\theta)} x^{\theta-1} e^{-x/4}, \quad x > 0$
14	$f_X(x) = 5\theta x^4 e^{-\theta x^5}, \quad x > 0$	23	$f_X(x) = \theta^2 x e^{-\theta x}, \quad x > 0$
15	$f_X(x) = \dfrac{1}{2^{\theta/2} \Gamma(\theta/2)} x^{\theta/2-1} e^{-x/2}, \quad x > 0$	24	$f_X(x) = \dfrac{\theta^2}{2} \lvert x \rvert e^{-\theta \lvert x \rvert}$
16	$f_X(x) = 2\theta^2 x e^{-\theta^2 x^2}, \quad x > 0$	25	$f_X(x) = 2\theta x e^{-\theta x^2}, \quad x > 0$
17	$f_X(x) = 3\theta x^2 e^{-\theta x^3}, \quad x > 0$	26	$f_X(x) = \dfrac{\theta}{3} \left(\dfrac{3}{x}\right)^{\theta+1}, \quad x > 3$
18	$f_X(x) = \dfrac{1}{\theta} e^{-(x-2)/\theta}, \quad x > 2$	27	$f_X(x) = \dfrac{2\theta^5}{\Gamma(5/2)} x^4 e^{-\theta^2 x^2}, \quad x > 0$
19	$f_X(x) = \dfrac{\lambda^{\alpha+1}}{\Gamma(\alpha+1)} x^\alpha e^{-\lambda x}, \quad x > 0$	28	$f_X(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/(2\sigma^2)}$
20	$f_X(x) = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi x}} e^{-x/(2\sigma^2)}, \quad x > 0$	29	$f_X(x) = \theta e^{-\theta x}, \quad x > 0$
21	$f_X(x) = \dfrac{\theta^4}{3!} x^3 e^{-\theta x}, \quad x > 0$	30	$P\{X = k\} = \dfrac{\theta^k}{k!} e^{-\theta}, \quad k \in \mathbb{N}_0.$

Задача №3 *(метод максимального правдоподобия)*

С использованием метода максимального правдоподобия для случайной выборки $\vec{X} = (X_1, \ldots, X_n)$ из генеральной совокупности X найти точечные оценки параметров заданного закона распределения. Вычислить выборочные значения найденных оценок для выборки $\vec{x}_5 = (x_1, \ldots, x_5)$.

№ вар.	Закон распределения	Выборка $\vec{x}_5$
1.	$P\{X = k\} = \dfrac{\theta^k}{k!} e^{-\theta}, \quad k \in \mathbb{N}_0$	(1, 3, 4, 5, 7)
2.	$f_X(x) = \theta e^{-\theta x}, \quad x > 0$	(2, 3, 5, 8, 22)
3.	$f_X(x) = \dfrac{1}{\theta\sqrt{2\pi x}} e^{-x/(2\theta^2)}, \quad x > 0$	(4.2, 7.8, 16.3, 11.6, 8.3)
4.	$f_X(x) = 2\theta x e^{-\theta x^2}, \quad x > 0$	(2, 5, 6, 8, 10)
5.	$f_X(x) = \dfrac{\theta^3}{2!} x^2 e^{-\theta x}, \quad x > 0$	(4, 1, 3, 5, 7)
6.	$f_X(x) = \dfrac{1}{4!\theta^5} x^4 e^{-x/\theta}, \quad x > 0$	(1, 4, 5, 2, 7)
7.	$f_X(x) = 3\theta x^2 e^{-\theta x^3}, \quad x > 0$	(4, 7, 9, 5, 3)
8.	$f_X(x) = \dfrac{\theta^7}{6!} x^6 e^{-\theta x}, \quad x > 0$	(5, 10, 15, 17, 4)
9.	$f_X(x) = \theta x^{-(\theta+1)}, \quad x > 1$	(4, 16, 22, 7, 17)
10.	$f_X(x) = 2\theta x e^{-\theta x^2}, \quad x > 0$	(2, 4, 3, 6, 1)
11.	$f_X(x) = \dfrac{\theta\sqrt{\theta}}{\Gamma(3/2)} \sqrt{x} e^{-\theta x}, \quad x > 0$	(0.2, 0.7, 1.6, 0.8, 2.4)
12.	$f_X(x) = \dfrac{\theta^3}{2!} x^2 e^{-\theta x}, \quad x > 0$	(0.4, 1.5, 0.8, 0.7, 2.7)

№ вар.	Закон распределения	Выборка $\vec{x}_5$
13.	$f_X(x) = \frac{\theta}{2}\left(\frac{2}{x}\right)^{\theta+1}, \quad x > 2$	$(4,\ 7,\ 5,\ 3,\ 9)$
14.	$f_X(x) = \frac{\theta^{7/2}}{\Gamma(7/2)} x^{5/2} e^{-\theta x}, \quad x > 0$	$(0.8,\ 1.8,\ 1.4,\ 0.8,\ 0.7)$
15.	$f_X(x) = \frac{4\theta^3}{\sqrt{\pi}} x^2 e^{-\theta^2 x^2}$	$(1,\ 4,\ 7,\ 2,\ 3)$
16.	$f_X(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \mu)^2/(2\sigma^2)}, \quad x > 0$	$(e,\ e^2,\ e^3,\ e^4,\ e^5)$
17.	$f_X(x) = \frac{\theta}{2} e^{-\theta\lvert x-2\rvert}$	$(-2,\ 4,\ -3,\ 5,\ 1)$
18.	$f_X(x) = \theta^2 x e^{-\theta x}, \quad x > 0$	$(0.03,\ 0.04,\ 0.06,\ 0.05,\ 0.07)$
19.	$f_X(x) = \frac{\theta^4}{3!} x^3 e^{-\theta x}, \quad x > 0$	$(0.6,\ 1.6,\ 1.4,\ 1.8,\ 2.4)$
20.	$f_X(x) = \frac{x^3}{\theta^4 3!} e^{-x/\theta}, \quad x > 0$	$(2,\ 7,\ 4,\ 3,\ 6)$
21.	$f_X(x) = \frac{1}{2\theta^3} x^2 e^{-x/\theta}, \quad x > 0$	$(3,\ 5,\ 6,\ 2,\ 9)$
22.	$f_X(x) = \frac{\theta^5}{4!} x^4 e^{-\theta x}, \quad x > 0$	$(7,\ 4,\ 11,\ 5,\ 3)$
23.	$f_X(x) = \frac{1}{\theta^2} x e^{-x/\theta}, \quad x > 0$	$(4,\ 12,\ 6,\ 7,\ 9)$
24.	$f_X(x) = \frac{\theta}{3}\left(\frac{3}{x}\right)^{\theta+1}, \quad x > 3$	$(4,\ 9,\ 8,\ 5,\ 7)$
25.	$f_X(x) = \frac{\theta}{x^{\theta+1}}, \quad x > 1$	$(e,\ e^2,\ e^3,\ e^4,\ e^5)$
26.	$f_X(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, \quad x > 0$	$(5,\ 15,\ 11,\ 25,\ 30)$
27.	$f_X(x) = \frac{\theta^4}{3!} x^3 e^{-\theta x}, \quad x > 0$	$(3,\ 4,\ 8,\ 7,\ 15)$
28.	$f_X(x) = \frac{1}{4!\theta^5} x^4 e^{-x/\theta}, \quad x > 0$	$(2,\ 4,\ 3,\ 5,\ 7)$
29.	$f_X(x) = \frac{\theta}{2} e^{-\theta\lvert x\rvert}$	$(-2,\ 4,\ -6,\ 5,\ 3)$
30.	$f_X(x) = \frac{\theta^7}{6!} x^6 e^{-\theta x}, \quad x > 0$	$(8,\ 4,\ 16,\ 3,\ 6)$

Задача №4 *(доверительные интервалы)*

Вариант 1. Глубина моря измеряется прибором, систематическая ошибка измерения которого равна 0, а случайные ошибки распределены нормально со средним квадратичным отклонением 10 м. Сколько надо сделать независимых измерений, чтобы определить глубину с абсолютной погрешностью не более 5 м при доверительной вероятности 90%?

Вариант 2. Расстояние до навигационного знака оценивают средним арифметическим результатов независимых измерений, выполненных n однотипными дальномерами. Измерения не содержат систематической ошибки и производятся каждым дальномером 1 раз, а случайные ошибки распределены нормально со средним квадратичным отклонением $\sigma = 10$ м. Сколько надо иметь дальномеров, чтобы с вероятностью 0.9 абсолютная величина ошибки при определении расстояния до навигационного знака не превышала 10 м?

Вариант 3. Оценка значений сопротивления партии из $n = 100$ однотипных резисторов, составила $\overline{x}_n = 10$ кОм. Считая, что ошибки измерений распределены по нормальному закону со среднеквадратичным отклонением $\sigma = 1$ кОм, найти вероятность того, что для резисторов всей партии среднее значение сопротивления лежит в пределах 10 ± 0.1 кОм.

Вариант 4. В результате проведенных испытаний получены (в м/с) следующие значения начальной скорости снаряда:

$$422.2,\ 418.7,\ 425.6,\ 420.3,\ 425.8,\ 423.1,\ 431.5,\ 428.2,\ 438.3,\ 434.0,\ 411.3,\ 423.0.$$

Считая распределение начальной скорости снаряда нормальным, построить 90%-ые доверительные интервалы для ее математического ожидания и среднего квадратичного отклонения.

Вариант 5. Среднее арифметическое значение расстояния между двумя геодезическими пунктами, полученное по данным обработки $n = 9$ независимых измерений, составляет 3000 м. Значения ошибки дальномерного устройства подчинены нормальному закону распределения и характеризуются средним квадратичным отклонением $\sigma = 30$ м. Построить 90%-ый доверительный интервал для расстояния между этими геодезическими пунктами.

Вариант 6. При определении прочности стержня на разрыв проведены испытания $n = 8$ образцов, в результате которых получены следующие значения усилия разрыва (в кг):

$$500,\ 510,\ 545,\ 600,\ 560,\ 530,\ 525,\ 540.$$

Считая распределение величины усилия разрыва нормальным, построить доверительные интервалы уровня $\gamma = 0.95$ для ее среднего значения и ее среднего квадратичного отклонения.

Вариант 7. Средняя квадратичная ошибка измерения угла теодолитом составляет $7''$. Сколько независимых измерений следует произвести, чтобы с вероятностью $\gamma = 0.95$ гарантировать измерение угла с ошибкой, по абсолютной величине не превышающей $5''$? Предполагается, что ошибки измерений распределены по нормальному закону.

Вариант 8. Средняя квадратичная ошибка высотомера составляет $\sigma = 15$ м. Сколько надо иметь таких приборов на самолете, чтобы с вероятностью $\gamma = 0.99$ абсолютная величина ошибки измерения средней высоты была меньше 30 м? Предполагается, что случайные ошибки распределены по нормальному закону, а систематические ошибки отсутствуют.

Вариант 9. С помощью $n = 5$ секундомеров, позволяющих производить измерения со средним квадратичным отклонением $\sigma = 0.15$ с, получены следующие значения времени вывода космического аппарата на орбиту (в секундах):

$$425.5,\ 425.3,\ 426.1,\ 425.7,\ 425.9.$$

Полагая, что ошибки измерения секундомеров подчинены нормальному закону, построить 90%-ый доверительный интервал для среднего времени вывода аппарата на орбиту.

Вариант 10. После обработки $n = 8$ результатов независимых наблюдений нормально распределенной случайной величины X, получено значение $\hat{\sigma}^2(\overrightarrow{x}_n) = 5.75$ выборочной дисперсии (смещенной оценки). С какой вероятностью можно гарантировать выполнение неравенства $\overline{x}_n - 6.2 < \mathrm{M}[X] < \overline{x}_n + 6.2$?

Вариант 11. После проведения $n = 16$ испытаний инерционного звена получены следующие характеристики времени задержки X: $\overline{x}_n = 120.1$ с, $S^2(\overrightarrow{x}_n) = 9.64$ с^2. Считая закон распределения случайной величины X нормальным, построить доверительные интервалы уровней $\gamma_1 = 0.95$ и $\gamma_2 = 0.9$ для ее математического ожидания и среднеквадратического отклонения.

Вариант 12. Среднее значение дальности до ориентира, полученное по результатам $n = 10$ независимых измерений, равно 3230 м. Считая, что ошибки измерений распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием, а среднее квадратичное отклонение ошибки составляет $\sigma = 8$ м, найти 95%-ый доверительный интервал для дальности до ориентира.

Вариант 13. Известно, что измерительный прибор не имеет систематических ошибок, а случайные ошибки подчинены нормальному закону со среднеквадратическим отклонением σ. Сколько надо провести измерений одной и той же величины, чтобы с доверительной вероятностью $\gamma = 0.7$ абсолютное значение ошибки было не более 0.2σ?

Вариант 14. На основании $n = 100$ опытов определили, что среднее время производства детали составляет $\overline{x} = 5.5$ сек, а $S(\overrightarrow{x}_n) = 1.7$ сек. Считая, что время для производства детали распределено по нормальному закону, построить 90%-ый доверительный интервал для среднего времени производства детали и его среднеквадратического отклонения.

Вариант 15. По результатам $n = 10$ измерений прибором, не имеющим систематической ошибки, получены следующие отклонения емкости конденсатора от номинального значения (пФ):

$$5.4,\ -13.9,\ -11.0,\ 7.2,\ -15.6,\ 29.2,\ 1.4,\ -0.3,\ 6.6,\ -9.9.$$

Найти 90%-ые доверительные интервалы для среднего знчения отклонения емкости от номинального значения и ее среднего квадратичного отклонения.

Вариант 16. С использованием $n = 15$ независимых измерений однотипными приборами получены оценки $\overline{x}_n = 427.7$ м/с математического ожидания и $S(\overrightarrow{x}_n) = 8.7$ м/с среднего квадратичного отклонения максимальной скорости самолета. Считая, что контролирумый признак имеет нормальное распределение, построить доверительные интервалы уровня $\gamma = 0.9$ для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения максимальной скорости самолета. Найти вероятности, с которыми можно утверждать, что абсолютное значение ошибки в определении среднего значения и среднего квадратичного отклонения максимальной скорости с использованием имеющихся данных не превзойдет 2 м/с.

Вариант 17. Плотность распределения времени t безотказной работы радиоэлектронной аппаратуры между двумя последовательными отказами дается формулой $f(t) = (1/T)e^{-(t/T)}$, $t \geqslant 0$. Для оценки параметра T провели испытания аппаратуры до появления $d = 5$ отказов. Общая продолжительность S работы с начала испытания до последнего отказа оказалась равной 1600 ч. Определить границы 80%-го доверительного интервала для параметра T, если известно, что величина $2S/T$ распределена по закону $\chi^2(2d)$.

Вариант 18. На контрольных испытаниях $n = 16$ осветительных ламп были определены оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения их срока службы, которые оказались равными соответственно $\overline{x}_n = 3000$ ч и $S(\overrightarrow{x}_n) = 20$ ч. Считая, что срок службы каждой лампы является нормальной случайной величиной, определить значения границ доверительного интервала для среднего квадратичного отклонения при доверительной вероятности $\gamma = 0.9$.

Вариант 19. На основании $n = 20$ экспериментов было установлено, что в среднем для выполнения операции требуется 1.5 мс, а оценка среднего квадратичного отклонения времени операции составляет $S(\overrightarrow{x}_n) = 2.1$ мс. Полагая, что время операции подчиняется нормальному закону распределения, определить доверительные границы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения времени операции, отвечающих доверительным вероятностям $\gamma_1 = 0.95$ и $\gamma_2 = 0.9$ соответственно.

Вариант 20. После $n = 11$ независимых измерений случайной величины X получены следующие значения:

$$9.9,\ 12.5,\ 10.3,\ 9.2,\ 6.0,\ 10.9,\ 10.3,\ 11.8,\ 11.6,\ 9.8,\ 14.0.$$

Предполагая, что ошибки измерений распределены по нормальному закону, а систематические ошибки отсутствуют, определить: а) точечные оценки математическо ожидания измеряемой величины и ее среднего квадратичного отклонения; б) вероятность того, что абсолютное значение ошибки при определении теоретического значения измеряемой величины меньше 2% от $\overline{x}_n$.

Вариант 21. В результате пусков $n = 10$ ракет получены (в км) следующие значения боковых отклонений точек попадания от точки прицеливания:

$$1.0,\ 0.2,\ 1.0,\ -0.1,\ -0.5,\ 5.0,\ -1.0,\ 3.0,\ 0.5,\ 1.0.$$

Считая, что контролируемый признак имеет нормальное распределение, построить для него 99%-ый доверительный интервал.

Вариант 22. После $n = 8$ измерений давления в баке с горючим получены следующие результаты:

$$3.25,\ 2.82,\ 3.07,\ 3.12,\ 2.93,\ 2.87,\ 3.09,\ 3.17.$$

Считая ошибки измерений подчиненными нормальному закону, построить 90%-ные доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения давления в баке.

Вариант 23. При помощи вольтметра, точность которого характеризуется средним квадратичным отклонением $\sigma = 0.2$ В, произведено $n = 10$ измерений напряжения бортовой батареи, в результате которых получено $\overline{x}_n = 50.2$ В. Считая распределение контролируемого признака нормальным, построить для него доверительный интервал уровня $\gamma = 0.95$.

Вариант 24. Расстояние от станции слежения до точки падения ракеты определяется с использованием радиотехнической аппаратуры. Считая, что результаты измерений распределены по нормальному закону со среднеквадратическим отклонением $\sigma = 120$ м, построить 90%-ый доверительный интервал для рассматриваемого расстояния, если после $n = 3$ наблюдений получено $\overline{x}_n = 10500$ м.

Вариант 25. По результатам $n = 25$ измерений скорости снаряда получена оценка дисперсии $S^2(\overrightarrow{x}_n) = 5.8$ м/с^2. Считая распределение контролируемого признака нормальным, построить 90%-ые доверительные интервалы для дисперсии и среднего квадратичного отклонения скорости снаяда.

Вариант 26. Оценка дисперсии ошибки измерения гидротеодолита, вычисленная в результате обработки $n = 20$ измерений азимута неизвестного ориентировочного направления, оказалась равной $S(\overrightarrow{x}_n) = 20'$. Найти доверительный 90%-ый интервал для дисперсии ошибки измерений, если известно, что она распределена по нормальному закону.

Вариант 27. Построить 90%-ный доверительный интервал для вероятности попадания снаряда в цель, если после $n = 220$ выстрелов в цель попало 75 снарядов.

Вариант 28. В результате $n = 15$ независимых измерений давления в топливном баке найдена оценка среднеквадратического отклонения давления, равная $S(\overrightarrow{x}_n) = 0.2$ Па. Считая распределение контролируемого признака нормальным, построить 90%-ый доверительный интервал для дисперсии.

Вариант 29. Из большой партии транзисторов одного типа были случайным образом отобраны и проверены $n = 100$ шт, в результате чего выяснилось, что коэффициент усиления 36 транзисторов оказался меньше 10. Найти 95%-ный доверительный интервал для доли таких транзисторов во всей партии.

Вариант 30. Для определения загруженности автобусного маршрута водитель в течение $n = 5$ рабочих дней в 8.00 пересчитывал количество пассажиров машины на конечной остановке маршрута, в результате чего были получены значения $\overline{x}_n = 35.7$ чел., $S(\overrightarrow{x}_n) = 5.9$ чел. Считая распределение контролируемого признака нормальным, построить 90%-ый доверительный интервал для количества пассажиров автобуса на этой остановке в указанное время.