Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»
КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Отчёт

по лабораторной работе №1

Название «Программная реализация приближенного аналитического метода и численных алгоритмов первого и второго порядков точности при решении задачи Коши для ОДУ.»

Дисциплина «Моделирование»

Студент ИУ7-65Б (подпись, дата) Бугаенко А.П. (Фамилия И.О.)

Преподователь (подпись, дата) Градов В.М. (Фамилия И.О.)

Москва, 2022

1 Цели и задачи работы

Цель работы — получение навыков решения задачи Коши для ОДУ методами Пикара и явными методами первого порядка точности (Эйлера) и второго порядка точности (Рунге-Кутта).

2 Исходные данные

ОДУ, не имеющее аналитического решения:

$u'(x) = x^2 + u^2$

$u(0) = 0$

3 Результаты работы

1. Таблица, содержащая значения аргумента с заданным шагом в интервале [0, xmax] и результаты расчета функции u(x) в приближениях Пикара (от 1-го до 4-го), а также численными методами. Границу интервала xmax выбирать максимально возможной из условия, чтобы численные методы обеспечивали точность вычисления решения уравнения u(x) до второго знака после запятой. 2. График функции в диапазоне [-xmax, xmax].

4 Выполнение

4.1 Рассчёт x_{max}

Для рассчёта x_{max} для численных методов использовалось правило Рунге, заключающееся в том, что точность численных методов на i-ом шаге примерно равна $L = \frac{|y_{i,h} - y_{i,h/2}|}{2^p - 1}$, где h - шаг, p - степень точности. Для явного метода Эйлера она равна 1, для метода Рунге-Кутта, использующегося в данной рабораторной она равна 2.

5 Контрольные вопросы

1) В работе использовался явный метод Эйлера, для того, чтобы применять неявный метод. В явном методе Эйлера - $y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$, в неявном методе Эйлера - $y_{n+1} = y_n + hf(x_{n+1}, y_{n+1})$. В нашем случае получается $y_{n+1} = y_n + h(x_{n+1}^2 + y_{n+1}^2)$, то есть $y_{n+1} = y_n + hx_{n+1}^2 + hy_{n+1}^2$. В итоге мы имеем квадратное уравнение $y_{n+1}^2 - \frac{1}{h}y_{n+1} + \frac{1}{h}y_n + x_{n+1}^2 = 0$ относительно y_{n+1} (остальные величины известны). $D = (\frac{1}{h})^2 - 4 \cdot (hx_{n+1}^2 + \frac{1}{h}y_n)$, корни будут $y_{(n+1)_1} = \frac{-\frac{1}{2} - \sqrt{(\frac{1}{h})^2 - 4\cdot(hx_{n+1}^2 + \frac{1}{h}y_n)}}{2}$, $y_{(n+1)_2} = \frac{-\frac{1}{2} + \sqrt{(\frac{1}{h})^2 - 4\cdot(hx_{n+1}^2 + \frac{1}{h}y_n)}}{2}$.

2)

3)

4)

5)

6)