Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н. Э. Баумана)

#### ОТЧЕТ

По лабораторной работе №6

По курсу: «Анализ алгоритмов»

Тема: «Муравьиный алгоритм»

Студент: Керимов А. Ш.

Группа: ИУ7-54Б

Преподаватели: Волкова Л. Л.,

Строганов Ю. В.

# Оглавление

Bı	ведеі	ние	2									
1	Аналитическая часть											
	1.1	Описание алгоритмов	4									
2	Конструкторская часть											
	2.1	Разработка алгоритмов	6									
3	Tex	нологическая часть	9									
	3.1	Требования к ПО	S									
	3.2	Средства реализации	9									
	3.3	Листинг кода	9									
4	Исс	гледовательская часть	12									
	4.1	Технические характеристики	12									
	4.2	Постановка эксперимента	12									
		4.2.1 Класс данных 1	13									
		4.2.2 Класс данных 2	13									
За	клю	чение	19									
$\Pi_1$	итер	атура	20									

### Введение

Муравьиный алгоритм — алгоритм для нахождения приближённых решений задач оптимизации на графах, таких, как задача коммивояжера, транспортная задача и аналогичных задач поиска маршрутов на графах. Муравья нельзя назвать сообразительным. Отдельный муравей не в состоянии принять ни малейшего решения. Дело в том, что он устроен крайне примитивно: все его действия сводятся к элементарным реакциям на окружающую обстановку и своих собратьев. Муравей не способен анализировать, делать выводы и искать решения.

Эти факты, однако, никак не согласуются с успешностью муравьев как вида. Они существуют на планете более 100 миллионов лет, строят огромные жилища, обеспечивают их всем необходимым и даже ведут настоящие войны. В сравнении с полной беспомощностью отдельных особей, достижения муравьев кажутся немыслимыми.

Добиться таких успехов муравьи способны благодаря своей социальности. Они живут только в коллективах – колониях. Все муравьи колонии формируют так называемый роевой интеллект. Особи, составляющие колонию, не должны быть умными: они должны лишь взаимодействовать по определенным – крайне простым – правилам, и тогда колония целиком будет эффективна.

В колонии нет доминирующих особей, нет начальников и подчиненных, нет лидеров, которые раздают указания и координируют действия. Колония является полностью самоорганизующейся. Каждый из муравьев обладает информацией только о локальной обстановке, не один из них не имеет представления обо всей ситуации в целом — только о том, что узнал сам или от своих сородичей, явно или неявно. На неявных взаимодействиях муравьев, называемых стигмергией, основаны механизмы поиска кратчайшего пути от муравейника до источника пищи.

Каждый раз проходя от муравейника до пищи и обратно, муравьи оставляют за собой дорожку феромонов. Другие муравьи, почувствовав такие следы на земле, будут инстинктивно устремляться к нему. Поскольку эти муравьи тоже оставляют за собой дорожки феромонов, то чем больше муравьев проходит по определенному пути, тем более привлекательным он становится для их сородичей. При этом, чем короче путь до источника пи-

щи, тем меньше времени требуется муравьям на него – а следовательно, тем быстрее оставленные на нем следы становятся заметными.

В 1992 году в своей диссертации Марко Дориго (Marco Dorigo) предложил заимствовать описанный природный механизм для решения задач оптимизации [1]. Имитируя поведение колонии муравьев в природе, муравьиные алгоритмы используют многоагентные системы, агенты которых функционируют по крайне простым правилам. Они крайне эффективны при решении сложных комбинаторных задач – таких, например, как задача коммивояжера [2], первая из решенных с использованием данного типа алгоритмов [3].

### Задачи работы

Цель лабораторной работы: изучить муравьиный алгоритм на материале решения задачи Коммивояжера.

В рамках выполнения работы необходимо решить следующие задачи:

- дать постановку задачи;
- описать методы полного перебора и эвристический, основанный на муравьином алгоритме;
- реализовать данные методы;
- выбрать и подготовить классы данных;
- провести параметризацию метода, основанного на муравьином алгоритме;
- интерпретировать результаты и сравнить их с результатами метода полного перебора.

# 1 Аналитическая часть

#### 1.1 Описание алгоритмов

#### Алгоритм полного перебора

Алгоритм полного перебора для решения задачи коммивояжера предполагает рассмотрение всех возможных путей в графе и выбор наименьшего из них.

Такой подход гарантирует точное решение задачи, однако, так как задача относится к числу трансвычислительных, то уже при небольшом числе городов решение за приемлемое время невозможно.

#### Муравьиный алгоритм

Идея алгоритма основана на принципе работы колонии муравьев [4]. Колония муравьев рассматривается как многоагентная система, в которой каждый агент (муравей) функционирует автономно по очень простым правилам. В противовес почти примитивному поведению агентов, поведение всей системы получается разумным.

Каждый муравей определяет для себя маршрут, который необходимо пройти на основе феромона, который он ощущает, во время прохождения, каждый муравей оставляет феромон на своем пути, чтобы остальные муравьи могли по нему ориентироваться. В результате при прохождении каждым муравьем различного маршрута наибольшее число феромона остается на оптимальном пути.

Самоорганизация колонии является результатом взаимодействия следующих компонентов:

- случайность муравьи имеют случайную природу движения;
- многократность колония допускает число муравьев, достигающее от нескольких десятков до миллионов особей;
- положительная обратная связь во время движения муравей откладывает феромон, позволяющий другим особям определить для себя оптимальный маршрут;

- отрицательная обратная связь по истечении определенного времении феромон испаряется;
- целевая функция.

Пусть муравей обладает следующими характеристиками:

- зрение определяет длину ребра;
- обоняние чувствует феромон;
- память запоминает маршрут, который прошел.

Введем целевую функцию  $\eta_{ij}=1/D_{ij}$ , где  $D_{ij}$  — расстояние из текущего пункта i до заданного пункта j.

Посчитаем вероятности перехода в заданную точку по формуле (1.1):

$$P_{kij} = \begin{cases} \frac{t_{ij}^a \eta_{ij}^b}{\sum_{q=1}^m t_{iq}^a \eta_{iq}^b}, \text{ вершина не была посещена ранее муравьем k,} \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$$
 (1.1)

где a, b — настраиваемые параметры, t - концентрация феромона, причем a+b=const, а при a=0 алгоритм вырождается в жадный [5].

Когда все муравьи завершили движение происходит обновление феромона по формуле (1.2):

$$t_{ij}(t+1) = (1-p)t_{ij}(t) + \Delta t_{ij}, \Delta t_{ij} = \sum_{k=1}^{N} t_{ij}^{k}$$
(1.2)

где

$$\Delta t_{ij}^k = \begin{cases} Q/L_k, \text{ ребро посещено k-ым муравьем,} \\ 0, \text{ иначе} \end{cases}$$
 (1.3)

 $L_k$  — длина пути k-ого муравья, Q — настраивает концентрацию нанесения/испарения феромона, N — количество муравьев.

### Вывод

По итогам аналитического раздела были описаны алгоритмы полного перебора и муравьиный алгоритм.

# 2 Конструкторская часть

### 2.1 Разработка алгоритмов

#### Алгоритм полного перебора

В листинге 1 приведен псевдокод алгоритма полного перебора для решения задачи коммивояжера.

**Листинг 1** Алгоритм полного перебора для решения задачи коммивояжера ex search(G, E)

```
best\_path\_len \leftarrow -1
queue \leftarrow (0,0)
while \ queue \ is \ not \ empty \ do
u < -queue.pop()
for \ v \ in \ E(u[u.size()-1]) \ do
if \ v \ in \ u \ then
continue
new\_path \leftarrow u
new\_path.add(v)
update\_best\_path
```

На рис. 2.1 отображена работа одного муравья.



Рис. 2.1: Схема работы одного муравья

#### Описание этапов:

- инициализация муравья установка муравья в стартовый город;
- цикл продолжает работу до тех пор, пока все вершины не будут посещены, внутри тела цикла высчитывается вероятность посещения следующего города по формуле (1.1). Для определения конкретного города применяется метод рулетки, в котором случайно выбирается значение 0,...,1 и на основе полученного значения с учетом вероятностей перехода в непосещённые города определяется следующий город.

Описанный выше алгоритм применяется N раз, где N — количество вершин. Каждый муравей помещается в отдельную вершину на карте, после чего ищет маршрут. Когда последний муравей завершил обход всех вершин, производится поиск оптимального из полученных маршрутов, после чего феромон обновляется и в случае, если полученный результат не удовлетворяет поставленной задаче, алгоритм запускается заново.

На рис.2.2 представлена работа алгоритма для всей колонии.



Рис. 2.2: Схема работы колонии

# Вывод

В результате работы над конструкторским разделом была разработана схемы алгоритма полного перебора и муравьиного алгоритма.

### 3 Технологическая часть

В данном разделе приведены средства реализации и листинг кода.

### 3.1 Требования к ПО

Программа должна обрабатывать матрицу смежностей методами полного перебора и эвристическим, основанным на муравьином алгоритме, подбирать параметры, на основе которых производятся оптимальные вычисления, выводить заданную матрицу смежностей, результат работы полного перебора и муравьиного алгоритма.

# 3.2 Средства реализации

В качестве языка программирования для реализации данной лабораторной работы был выбран высокопроизводительный язык C++ [6], так как он предоставляет широкие возможности для эффективной реализации алгоритмов.

## 3.3 Листинг кода

В листингах 3.1 и 3.2 представлены алгоритм полного перебора и класса колонии соответственно.

```
std::copy(u.begin(), u.end(), new_path.begin());
                             new_path.push_back(v);
                             if (new_path.size() == graph.size()) {
                                     auto len = path_len(graph, new_path);
                                     if (len < best_path_len || std::abs(best_path_len +</pre>
                                         1) < std::numeric_limits<double>::epsilon()) {
                                            best_path_len = len;
                                            best_path = new_path;
                                     }
                             } else {
                                     queue.push(new_path);
                             }
                      }
              }
       }
       return std::make_pair(best_path, best_path_len);
}
```

Листинг 3.1: Алгоритм полного перебора

```
struct Parameters {
       double a;
       double b;
       double p;
       double q;
       double start_pheromone;
       size_t times;
};
struct SimulationResult {
       std::vector<size_t> path;
       size_t days;
       double path_len;
};
class Colony {
public:
       explicit Colony(Graph &graph);
       SimulationResult simulation(Parameters parameters, size_t days);
private:
       static constexpr const double START_PHEROMONE = 0.3f;
       std::default_random_engine generator;
       std::uniform_real_distribution<double> distribution =
           std::uniform_real_distribution<double>(0, 1);
       Graph graph_;
       Graph pheromone_graph_;
```

```
Parameters parameters_;

std::pair<std::vector<size_t>, double> antAlgorithm(size_t start_vert);
double random_probability();
std::vector<double> vertexes_probabilities(size_t curr_vertex, const std::vector<size_t> &available_vertexes);
size_t chose_vert(size_t vertex, const std::vector<size_t> &taboo_list);
void update_pheromone(const std::vector<std::vector<size_t>> &paths);
};
```

Листинг 3.2: Класс муравьиной колонии

### Вывод

Правильный выбор инструментов разработки позволил эффективно реализовать алгоритмы, настроить модульное тестирование и выполнить исследовательский раздел лабораторной работы.

# 4 Исследовательская часть

#### 4.1 Технические характеристики

• Операционная система: Ubuntu 19.10 64-bit.

• Память: 3,8 GiB.

• Процессор: Intel® Core $^{\rm TM}$ i<br/>3-6006 U CPU @ 2.00GHz

### 4.2 Постановка эксперимента

В муравьином алгоритме вычисления производятся на основе настраиваемых параметров. Рассмотрим два класса данных и подберем к ним параметры, при которых метод даст точный результат при минимальном количестве итераций.

Будем рассматривать матрицы размерности  $10 \times 10$ , так как иначе получение точного результата алгоритмом полного перебора слишком велико.

В качестве первого класса данных выделим матрицу смежностей, в которой все значения незначительно отличаются друг от друга, например, в диапазоне [0,10]. Вторым классом будут матрицы, где значения могут значительно отличаться, например [1,15000].

Будем запускать муравьиный алгоритм для всех значений  $\alpha, P \in [0, 1]$ , с шагом = 0.1, пока не будет найдено точное значение для каждого набора. Если будет превышено допустимое количество итераций работа алгоритма при данных параметров будет завершена.

В результате тестирования будет выведена таблица со значениями  $\alpha, \beta, P$ , iters, dist, где iters — число итераций, за которое алгоритм нашел оптимальный путь, dist — длина найденного пути, а  $\alpha, \beta, p$  — настроечные параметры.

Ниже будут представлены результаты работы алгоритма для двух классов данных.

#### 4.2.1 Класс данных 1

Матрица смежности для класса данных 1:

$$G = \begin{pmatrix} 0, & 3 & 10 & 9 & 8 & 2 & 1 & 7 & 2 & 10 \\ 3, & 0 & 8 & 10 & 3 & 9 & 6 & 8 & 4 & 2 \\ 10, & 8 & 0 & 10 & 3 & 2 & 7 & 3 & 10 & 7 \\ 9, & 10 & 10 & 0 & 3 & 2 & 2 & 5 & 10 & 4 \\ 8, & 3 & 3 & 3 & 0 & 3 & 6 & 8 & 5 & 1 \\ 2, & 9 & 2 & 2 & 3 & 0 & 10 & 10 & 2 & 9 \\ 1, & 6 & 7 & 2 & 6 & 10 & 0 & 10 & 4 & 8 \\ 7, & 8 & 3 & 5 & 8 & 10 & 10 & 0 & 6 & 2 \\ 2, & 4 & 10 & 10 & 5 & 2 & 4 & 6 & 0 & 10 \\ 10, & 2 & 7 & 4 & 1 & 9 & 8 & 2 & 10 & 0 \end{pmatrix}$$

В таблице 4.1 приведены результаты параметризаций метода решения задачи коммивояжера на основании муравьиного алгортима. Полный перебор определил оптимальную длину пути 22.

#### 4.2.2 Класс данных 2

Матрица смежности для класса данных 2:

$$G = \begin{pmatrix} 0, & 13220 & 5777 & 10272 & 2509 & 12737 & 11202 & 13053 & 2014 & 3140 \\ 13220, & 0 & 9305 & 8955 & 3974 & 12863 & 4135 & 509 & 13839 & 2603 \\ 5777, & 9305 & 0 & 10978 & 5521 & 9191 & 13678 & 3453 & 6444 & 13320 \\ 10272, & 8955 & 10978 & 0 & 13342 & 10270 & 8814 & 14032 & 1896 & 6665 \\ 2509, & 3974 & 5521 & 13342 & 0 & 6897 & 3215 & 1483 & 11523 & 6752 \\ 12737, & 12863 & 9191 & 10270 & 6897 & 0 & 9091 & 5338 & 9966 & 6815 \\ 11202, & 4135 & 13678 & 8814 & 3215 & 9091 & 0 & 3973 & 6879 & 10087 \\ 13053, & 509 & 3453 & 14032 & 1483 & 5338 & 3973 & 0 & 5463 & 8252 \\ 2014, & 13839 & 6444 & 1896 & 11523 & 9966 & 6879 & 5463 & 0 & 4997 \\ 3140, & 2603 & 13320 & 6665 & 6752 & 6815 & 10087 & 8252 & 4997 & 0 \end{pmatrix}$$

Таблица 4.1: Таблица коэффициентов для класса данных №1

a	b	р	iters	длина пути
0	1	0	50	22
0	1	0.1	50	22
0	1	0.2	50	$\frac{-}{22}$
0	1	0.3	50	22
0	1	0.4	50	22
0	1	0.5	50	22
0	1	0.6	50	22
0	1	0.7	50	22
0	1	0.8	50	22
0	1	0.9	50	22
0	1	1	7	22
0.1	0.9	0	7	22
0.1	0.9	0.1	24	22
0.1	0.9	0.2	174	22
0.1	0.9	0.3	174	22
0.1	0.9	0.4	24	23
0.1	0.9	0.5	24	22
0.1	0.9	0.6	24	22
0.1	0.9	0.7	174	22
0.1	0.9	0.8	174	22
0.1	0.9	0.9	119	23
0.1	0.9	1	22	23
0.2	0.8	0	24	22
0.2	0.8	0.1	24	23
0.2	0.8	0.2	24	22
0.2	0.8	0.3	24	22
0.2	0.8	0.4	174	22
0.2	0.8	0.5	174	22
0.2	0.8	0.6	24	22
0.2	0.8	0.7	24	22
0.2	0.8	0.8	24	22
0.2	0.8	0.9	30	22
0.2	0.8	1	2	22
0.3	0.7	0	20	22
0.3	0.7	0.1	20	22
0.3	0.7	0.1	20	22
0.3	0.7	0.2	20	22
0.3	0.7	0.3	20	22
0.3	0.7	$0.4 \\ 0.5$	20	22
0.3	0.7	0.6	20	23
0.3	0.7	0.7	20	23
0.3	0.7	0.7	20	23 23
0.3	0.7	0.8	$\frac{20}{102}$	23 22
0.3	$0.7 \\ 0.7$	1	34	22
0.0	0.7	Т	04	<u> </u>

a	b	р	iters	длина пути
0.4	0.6	0	20	22
0.4	0.6	0.1	20	22
0.4	0.6	0.2	20	22
0.4	0.6	0.3	20	22
0.4	0.6	0.4	20	22
0.4	0.6	0.5	20	22
0.4	0.6	0.6	20	22
0.4	0.6	0.7	49	22
0.4	0.6	0.8	20	22
0.4	0.6	0.9	20	22
0.4	0.6	1	8	22
0.5	0.5	0	20	22
0.5	0.5	0.1	20	22
0.5	0.5	0.2	20	22
0.5	0.5	0.3	20	22
0.5	0.5	0.4	20	22
0.5	0.5	0.5	20	22
0.5	0.5	0.6	20	22
0.5	0.5	0.7	20	22
0.5	0.5	0.8	85	22
0.5	0.5	0.9	163	22
0.5	0.5	1	26	22
0.6	0.4	0	20	22
0.6	0.4	0.1	20	22
0.6	0.4	0.2	20	22
0.6	0.4	0.3	20	22
0.6	0.4	0.4	20	22
0.6	0.4	0.5	20	22
0.6	0.4	0.6	20	22
0.6	0.4	0.7	124	22
0.6	0.4	0.8	49	22
0.6	0.4	0.9	14	22
0.6	0.4	1	65	22

В таблице 4.2 приведены результаты параметризаций метода решения задачи коммивояжера на основании муравьиного алгортима. Полный перебор определил оптимальную длину пути 22.

Таблица 4.2: Таблица коэффициентов для класса данных №2

a	b	p	iters	длина пути
0	1	0	12	40402
0	1	0.1	12	40402
0	1	0.2	12	40402
0	1	0.3	62	40402
0	1	0.4	62	40402
0	1	0.5	62	40402
0	1	0.6	62	40402
0	1	0.7	62	40402
0	1	0.8	62	40402
0	1	0.9	62	40402
0	1	1	62	40402
0.1	0.9	0	62	40402
0.1	0.9	0.1	62	40402
0.1	0.9	0.2	62	40402
0.1	0.9	0.3	62	40402
0.1	0.9	0.4	62	40402
0.1	0.9	0.5	62	40402
0.1	0.9	0.6	62	40402
0.1	0.9	0.7	62	40402
0.1	0.9	0.8	62	40402
0.1	0.9	0.9	62	40402
0.1	0.9	1	41	40402
0.2	0.8	0	62	40402
0.2	0.8	0.1	62	40402
0.2	0.8	0.2	62	40402
0.2	0.8	0.3	62	40402
0.2	0.8	0.4	62	40402
0.2	0.8	0.5	92	40402
0.2	0.8	0.6	62	40402
0.2	0.8	0.7	62	40402
0.2	0.8	0.8	10	40402
0.2	0.8	0.9	10	40402
0.2	0.8	1	10	40402

а b р iters длина пути  0.3 0.7 0 28 40402  0.3 0.7 0.1 28 40402  0.3 0.7 0.2 206 40402  0.3 0.7 0.3 102 40402  0.3 0.7 0.5 10 40402  0.3 0.7 0.5 10 40402  0.3 0.7 0.7 10 40402  0.3 0.7 0.8 10 40402  0.3 0.7 0.9 10 40402  0.3 0.7 1 10 40402  0.3 0.7 1 10 40402  0.4 0.6 0.1 28 40402  0.4 0.6 0.2 206 40402  0.4 0.6 0.5 28 40402  0.4 0.6 0.6 10 40402  0.4 0.6 0.5 28 40402  0.4 0.6 0.5 28 40402  0.4 0.6 0.6 10 40402  0.5 0.5 0.5 0.1 28 40402  0.6 0.4 0.6 1 10 40402  0.7 0.8 10 40402  0.8 40402  0.9 10 40
0.3 0.7 0.1 28 40402 0.3 0.7 0.2 206 40402 0.3 0.7 0.3 102 40402 0.3 0.7 0.4 28 40402 0.3 0.7 0.5 10 40402 0.3 0.7 0.6 10 40402 0.3 0.7 0.7 10 40402 0.3 0.7 0.8 10 40402 0.3 0.7 0.9 10 40402 0.3 0.7 1 10 40402 0.3 0.7 1 10 40402 0.3 0.7 1 10 40402 0.3 0.7 1 10 40402 0.3 0.7 1 10 40402 0.3 0.7 1 10 40402 0.4 0.6 0 28 40402 0.4 0.6 0.1 28 40402 0.4 0.6 0.3 206 40402 0.4 0.6 0.5 28 40402 0.4 0.6 0.5 28 40402 0.4 0.6 0.6 10 40402 0.4 0.6 0.7 10 40402 0.4 0.6 0.8 10 40402 0.4 0.6 0.9 10 40402 0.4 0.6 0.9 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.1 28 40402 0.5 0.5 0.5 0.2 28 40402 0.5 0.5 0.5 0.3 28 40402 0.5 0.5 0.5 0.4 54 40402 0.5 0.5 0.5 0.5 0.4 54 40402 0.5 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.6 0.4 0.1 28 40402 0.6 0.4 0.1 28 40402 0.6 0.4 0.2 28 40402 0.6 0.4 0.3 54 40402 0.6 0.4 0.7 150 40402 0.6 0.4 0.7 150 40402 0.6 0.4 0.7 150 40402 0.6 0.4 0.7 150 40402 0.6 0.4 0.8 139 40402 0.6 0.4 0.8 139 40402 0.6 0.4 0.8 139 40402 0.6 0.4 0.9 193 40402 0.6 0.4 0.9 193 40402
0.3       0.7       0.2       206       40402         0.3       0.7       0.3       102       40402         0.3       0.7       0.4       28       40402         0.3       0.7       0.5       10       40402         0.3       0.7       0.6       10       40402         0.3       0.7       0.7       10       40402         0.3       0.7       0.9       10       40402         0.3       0.7       0.9       10       40402         0.3       0.7       1       10       40402         0.4       0.6       0       28       40402         0.4       0.6       0.1       28       40402         0.4       0.6       0.2       206       40402         0.4       0.6       0.3       206       40402         0.4       0.6       0.5       28       40402         0.4       0.6       0.5       28       40402         0.4       0.6       0.7       10       40402         0.4       0.6       0.8       10       40402         0.4       0.6       0.9       10<
0.3       0.7       0.3       102       40402         0.3       0.7       0.4       28       40402         0.3       0.7       0.5       10       40402         0.3       0.7       0.6       10       40402         0.3       0.7       0.7       10       40402         0.3       0.7       0.9       10       40402         0.3       0.7       1       10       40402         0.4       0.6       0       28       40402         0.4       0.6       0.1       28       40402         0.4       0.6       0.1       28       40402         0.4       0.6       0.2       206       40402         0.4       0.6       0.2       206       40402         0.4       0.6       0.3       206       40402         0.4       0.6       0.5       28       40402         0.4       0.6       0.7       10       40402         0.4       0.6       0.7       10       40402         0.4       0.6       0.9       10       40402         0.5       0.5       0.1       28<
3       0.7       0.4       28       40402         3       0.7       0.5       10       40402         3       0.7       0.6       10       40402         3       0.7       0.7       10       40402         3       0.7       0.9       10       40402         3       0.7       1       10       40402         4       0.6       0       28       40402         4       0.6       0.1       28       40402         4       0.6       0.2       206       40402         4       0.6       0.2       206       40402         4       0.6       0.3       206       40402         4       0.6       0.4       28       40402         4       0.6       0.5       28       40402         4       0.6       0.5       28       40402         4       0.6       0.7       10       40402         4       0.6       0.9       10       40402         4       0.6       0.9       10       40402         5       0.5       0.1       28       40402
.3         0.7         0.5         10         40402         0         0.3         0.7         0.6         10         40402         0         0.3         0.7         0.6         10         40402         0         0         0.7         0.7         10         40402         0
0.3 0.7 0.6 10 40402 0.3 0.7 0.7 10 40402 0.3 0.7 0.8 10 40402 0.3 0.7 0.9 10 40402 0.3 0.7 1 10 40402 0.3 0.7 1 10 40402 0.3 0.7 1 10 40402 0.3 0.7 1 10 40402 0.3 0.7 1 10 40402 0.3 0.7 1 10 40402 0.3 0.7 1 10 40402 0.3 0.4 0.6 0.1 28 40402 0.3 0.4 0.6 0.2 206 40402 0.3 0.4 0.6 0.3 206 40402 0.3 0.4 0.6 0.4 28 40402 0.3 0.4 0.6 0.5 28 40402 0.3 0.4 0.6 0.6 10 40402 0.3 0.4 0.6 0.6 10 40402 0.3 0.4 0.6 0.7 10 40402 0.3 0.4 0.6 0.8 10 40402 0.3 0.4 0.6 0.8 10 40402 0.3 0.4 0.6 0.9 10 40402 0.3 0.4 0.6 0.9 10 40402 0.3 0.5 0.5 0.5 0.1 28 40402 0.3 0.5 0.5 0.5 0.1 28 40402 0.3 0.5 0.5 0.5 0.4 54 40402 0.3 0.5 0.5 0.5 0.4 54 40402 0.3 0.5 0.5 0.5 0.8 10 40402 0.3 0.5 0.5 0.5 0.9 10 40402 0.3 0.5 0.5 0.5 0.5 0.9 10 40402 0.3 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5
0.3       0.7       0.7       10       40402       0.7         0.3       0.7       0.8       10       40402       0.7         0.3       0.7       0.9       10       40402       0.7         0.4       0.6       0       28       40402       0.8         0.4       0.6       0.1       28       40402       0.8         0.4       0.6       0.2       206       40402       0.8         0.4       0.6       0.2       206       40402       0.8         0.4       0.6       0.2       206       40402       0.8         0.4       0.6       0.3       206       40402       0.8         0.4       0.6       0.4       28       40402       0.8         0.4       0.6       0.5       28       40402       0.8         0.4       0.6       0.6       10       40402       0.8         0.4       0.6       0.7       10       40402       0.8         0.4       0.6       0.8       10       40402       0.8         0.5       0.5       0.5       0.5       0.5       0.5       0.9       0.8<
0.3       0.7       0.8       10       40402       0.7         0.3       0.7       0.9       10       40402       0.7         0.3       0.7       1       10       40402       0.7         0.4       0.6       0       28       40402       0.8         0.4       0.6       0.1       28       40402       0.8         0.4       0.6       0.2       206       40402       0.8         0.4       0.6       0.3       206       40402       0.8         0.4       0.6       0.4       28       40402       0.8         0.4       0.6       0.5       28       40402       0.8         0.4       0.6       0.5       28       40402       0.8         0.4       0.6       0.7       10       40402       0.8         0.4       0.6       0.7       10       40402       0.8         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8         0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9         0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9
0.3       0.7       0.9       10       40402       0.7         0.3       0.7       1       10       40402       0.7         0.4       0.6       0       28       40402       0.8         0.4       0.6       0.1       28       40402       0.8         0.4       0.6       0.2       206       40402       0.8         0.4       0.6       0.3       206       40402       0.8         0.4       0.6       0.4       28       40402       0.8         0.4       0.6       0.5       28       40402       0.8         0.4       0.6       0.5       28       40402       0.8         0.4       0.6       0.6       10       40402       0.8         0.4       0.6       0.7       10       40402       0.8         0.4       0.6       0.8       10       40402       0.8         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8         0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9         0.5       0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402
0.3         0.7         1         10         40402         0.7           0.4         0.6         0         28         40402         0.8           0.4         0.6         0.1         28         40402         0.8           0.4         0.6         0.2         206         40402         0.8           0.4         0.6         0.3         206         40402         0.8           0.4         0.6         0.4         28         40402         0.8           0.4         0.6         0.5         28         40402         0.8           0.4         0.6         0.6         10         40402         0.8           0.4         0.6         0.6         10         40402         0.8           0.4         0.6         0.7         10         40402         0.8           0.4         0.6         0.8         10         40402         0.8           0.4         0.6         0.9         10         40402         0.8           0.5         0.5         0.2         28         40402         0.9           0.5         0.5         0.1         28         40402         0.9
0.4         0.6         0         28         40402         0.8         0           0.4         0.6         0.1         28         40402         0.8         0           0.4         0.6         0.2         206         40402         0.8         0           0.4         0.6         0.3         206         40402         0.8         0           0.4         0.6         0.4         28         40402         0.8         0           0.4         0.6         0.5         28         40402         0.8         0           0.4         0.6         0.6         10         40402         0.8         0           0.4         0.6         0.7         10         40402         0.8         0           0.4         0.6         0.7         10         40402         0.8         0           0.4         0.6         0.8         10         40402         0.8         0           0.4         0.6         0.9         10         40402         0.8         0           0.5         0.5         0.5         0.2         28         40402         0.9         0           0.5         0
0.4       0.6       0.1       28       40402       0.8       0.         0.4       0.6       0.2       206       40402       0.8       0.         0.4       0.6       0.3       206       40402       0.8       0.         0.4       0.6       0.4       28       40402       0.8       0.         0.4       0.6       0.5       28       40402       0.8       0.         0.4       0.6       0.6       10       40402       0.8       0.         0.4       0.6       0.7       10       40402       0.8       0.         0.4       0.6       0.8       10       40402       0.8       0.         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.         0.5       0.5       0.5       0.       28       40402       0.9       0.         0.5       0.5       0.5       0.       28       40402       0.9       0.         0.5       0.5       0.5       0.5       0.       10       40402       0.9       0
0.4       0.6       0.1       28       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.2       206       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.3       206       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.4       28       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.5       28       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.6       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.7       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.8       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.2         0.5       0.5       0.5       0.2       8       40402       0.8       0.2         0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.3         0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.3         0.5       0.5       0.5       0.5       10       40402       0.9
0.4       0.6       0.2       206       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.3       206       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.4       28       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.5       28       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.6       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.7       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.8       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.2         0.5       0.5       0.5       0       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.1       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       10       40402       0.9       0.1         0.5
0.4       0.6       0.3       206       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.4       28       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.5       28       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.6       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.8       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.2         0.5       0.5       0.5       0       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.1       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       10       40402       0.9       0.1         0.5
0.4       0.6       0.4       28       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.5       28       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.6       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.7       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.8       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.2         0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402       0.8       0.2         0.5       0.5       0.1       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.1       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       0.4       54       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1
0.4       0.6       0.5       28       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.6       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.7       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.8       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       1       10       40402       0.8       0.2         0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.1       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.1       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.4       54       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.4       54       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       10       40402       0.9       0.1         0.5       0.5
0.4       0.6       0.6       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.7       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.8       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       1       10       40402       0.8       0.2         0.5       0.5       0.5       0       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.1       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.1       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       0.4       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       10       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1         0.5
0.4       0.6       0.7       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.8       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       1       10       40402       0.8       0.2         0.5       0.5       0.       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.1       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.1       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       10       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1         0.5       0.5
0.4       0.6       0.8       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       1       10       40402       0.8       0.2         0.5       0.5       0.5       0       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.1       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.4       54       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       10       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.9       10       40402       0.9       0.1
0.4       0.6       0.9       10       40402       0.8       0.2         0.4       0.6       1       10       40402       0.8       0.2         0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.5       10       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.7       10       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.9       1       0.9       0.1         0.5       0.5       1       10       40402       0.9       0.1     <
0.4       0.6       1       10       40402       0.8       0.2         0.5       0.5       0       28       40402       0.9       0.1         0.5       0.5       0.1       28       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.5       0.4       54       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1       0         0.6       0.4       0.1       28
0.5       0.5       0       28       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.1       28       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.5       0.4       54       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.7       10       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1       0         0.5       0.5       0.9       10       40402       0.9       0.1       0         0.6       0.4       0.1
0.5       0.5       0.1       28       40402       0.9       0.1       0.5         0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.1       0.5         0.5       0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1       0.5         0.5       0.5       0.4       54       40402       0.9       0.1       0.6         0.5       0.5       0.5       10       40402       0.9       0.1       0.6         0.5       0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1       0.6         0.5       0.5       0.7       10       40402       0.9       0.1       0.6         0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1       0.8         0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1       0.8         0.5       0.5       1       10       40402       0.9       0.1       0.8         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.8         0.6       0.4       0.2       28       40402
0.5       0.5       0.2       28       40402       0.9       0.1       0.2         0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1       0.3         0.5       0.5       0.4       54       40402       0.9       0.1       0.4         0.5       0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1       0.5         0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1       0.6         0.5       0.5       0.5       0.7       10       40402       0.9       0.1       0.7         0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1       0.8         0.5       0.5       0.9       10       40402       0.9       0.1       0.8         0.5       0.5       0.9       10       40402       0.9       0.1       0.8         0.5       0.5       1       10       40402       1       0       0.9         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.2         0.6       0.4       0.4       1.27       40402       <
0.5       0.5       0.3       28       40402       0.9       0.1       0.3         0.5       0.5       0.4       54       40402       0.9       0.1       0.4         0.5       0.5       0.5       10       40402       0.9       0.1       0.5         0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1       0.6         0.5       0.5       0.7       10       40402       0.9       0.1       0.7         0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1       0.8         0.5       0.5       0.9       10       40402       0.9       0.1       0.8         0.5       0.5       0.9       10       40402       0.9       0.1       0.8         0.5       0.5       1       10       40402       0.9       0.1       1         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.1         0.6       0.4       0.2       28       40402       1       0       0.3         0.6       0.4       0.3       54       40402       1       0       0.5 </td
0.5       0.5       0.4       54       40402       0.9       0.1       0.4         0.5       0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1       0.5         0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1       0.6         0.5       0.5       0.7       10       40402       0.9       0.1       0.7         0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1       0.8         0.5       0.5       0.9       10       40402       0.9       0.1       0.9         0.5       0.5       1       10       40402       0.9       0.1       1         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.1         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.2         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.3         0.6       0.4       0.3       54       40402       1       0       0.3         0.6       0.4       0.5       89       40402       1       0
0.5       0.5       0.5       10       40402       0.9       0.1       0.5         0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1       0.6         0.5       0.5       0.5       0.7       10       40402       0.9       0.1       0.7         0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1       0.8         0.5       0.5       0.9       10       40402       0.9       0.1       0.9         0.5       0.5       1       10       40402       0.9       0.1       1         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.1         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.1         0.6       0.4       0.2       28       40402       1       0       0.2         0.6       0.4       0.3       54       40402       1       0       0.3         0.6       0.4       0.5       89       40402       1       0       0.5         0.6       0.4       0.6       26       40402       1       0 <t< td=""></t<>
0.5       0.5       0.6       10       40402       0.9       0.1       0.6         0.5       0.5       0.5       0.7       10       40402       0.9       0.1       0.7         0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1       0.8         0.5       0.5       0.9       10       40402       0.9       0.1       0.9         0.5       0.5       1       10       40402       0.9       0.1       1         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.1         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.1         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.2         0.6       0.4       0.2       28       40402       1       0       0.3         0.6       0.4       0.3       54       40402       1       0       0.4         0.6       0.4       0.5       89       40402       1       0       0.5         0.6       0.4       0.6       26       40402       1       0       0.
0.5       0.5       0.7       10       40402       0.9       0.1       0.7         0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1       0.8         0.5       0.5       0.9       10       40402       0.9       0.1       0.9         0.5       0.5       1       10       40402       0.9       0.1       1         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.1         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.1         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.2         0.6       0.4       0.2       28       40402       1       0       0.2         0.6       0.4       0.3       54       40402       1       0       0.3         0.6       0.4       0.5       89       40402       1       0       0.5         0.6       0.4       0.6       26       40402       1       0       0.7         0.6       0.4       0.8       139       40402       1       0       0.8      <
0.5       0.5       0.8       10       40402       0.9       0.1       0.8         0.5       0.5       0.9       10       40402       0.9       0.1       0.9         0.5       0.5       1       10       40402       1       0.9       0.1       1         0.6       0.4       0       28       40402       1       0       0.1         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.1         0.6       0.4       0.2       28       40402       1       0       0.2         0.6       0.4       0.3       54       40402       1       0       0.3         0.6       0.4       0.3       54       40402       1       0       0.3         0.6       0.4       0.5       89       40402       1       0       0.5         0.6       0.4       0.6       26       40402       1       0       0.7         0.6       0.4       0.8       139       40402       1       0       0.8         0.6       0.4       0.9       193       40402       1       0       0.9
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
0.5     0.5     1     10     40402     1     0     0       0.6     0.4     0.1     28     40402     1     0     0.1       0.6     0.4     0.1     28     40402     1     0     0.1       0.6     0.4     0.2     28     40402     1     0     0.2       0.6     0.4     0.3     54     40402     1     0     0.3       0.6     0.4     0.4     127     40402     1     0     0.4       0.6     0.4     0.5     89     40402     1     0     0.5       0.6     0.4     0.6     26     40402     1     0     0.7       0.6     0.4     0.8     139     40402     1     0     0.8       0.6     0.4     0.9     193     40402     1     0     0.9
0.6       0.4       0       28       40402       1       0       0         0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.1         0.6       0.4       0.2       28       40402       1       0       0.2         0.6       0.4       0.3       54       40402       1       0       0.3         0.6       0.4       0.4       127       40402       1       0       0.4         0.6       0.4       0.5       89       40402       1       0       0.5         0.6       0.4       0.6       26       40402       1       0       0.6         0.6       0.4       0.8       139       40402       1       0       0.8         0.6       0.4       0.8       139       40402       1       0       0.9
0.6       0.4       0.1       28       40402       1       0       0.1         0.6       0.4       0.2       28       40402       1       0       0.2         0.6       0.4       0.3       54       40402       1       0       0.3         0.6       0.4       0.4       127       40402       1       0       0.4         0.6       0.4       0.5       89       40402       1       0       0.5         0.6       0.4       0.6       26       40402       1       0       0.6         0.6       0.4       0.8       139       40402       1       0       0.8         0.6       0.4       0.9       193       40402       1       0       0.9
0.6       0.4       0.2       28       40402       1       0       0.2         0.6       0.4       0.3       54       40402       1       0       0.3         0.6       0.4       0.4       127       40402       1       0       0.4         0.6       0.4       0.5       89       40402       1       0       0.5         0.6       0.4       0.6       26       40402       1       0       0.6         0.6       0.4       0.8       139       40402       1       0       0.8         0.6       0.4       0.9       193       40402       1       0       0.9
0.6       0.4       0.3       54       40402       1       0       0.3         0.6       0.4       0.4       127       40402       1       0       0.4         0.6       0.4       0.5       89       40402       1       0       0.5         0.6       0.4       0.6       26       40402       1       0       0.6         0.6       0.4       0.8       139       40402       1       0       0.8         0.6       0.4       0.9       193       40402       1       0       0.9
0.6       0.4       0.3       54       40402       1       0       0.3         0.6       0.4       0.4       127       40402       1       0       0.4         0.6       0.4       0.5       89       40402       1       0       0.5         0.6       0.4       0.6       26       40402       1       0       0.6         0.6       0.4       0.8       139       40402       1       0       0.8         0.6       0.4       0.9       193       40402       1       0       0.9
0.6       0.4       0.4       127       40402       1       0       0.4         0.6       0.4       0.5       89       40402       1       0       0.5         0.6       0.4       0.6       26       40402       1       0       0.6         0.6       0.4       0.8       139       40402       1       0       0.8         0.6       0.4       0.9       193       40402       1       0       0.9
0.6     0.4     0.5     89     40402     1     0     0.5       0.6     0.4     0.6     26     40402     1     0     0.6       0.6     0.4     0.7     150     40402     1     0     0.7       0.6     0.4     0.8     139     40402     1     0     0.8       0.6     0.4     0.9     193     40402     1     0     0.9
0.6     0.4     0.6     26     40402     1     0     0.6       0.6     0.4     0.7     150     40402     1     0     0.7       0.6     0.4     0.8     139     40402     1     0     0.8       0.6     0.4     0.9     193     40402     1     0     0.9
0.6     0.4     0.7     150     40402     1     0     0.7       0.6     0.4     0.8     139     40402     1     0     0.8       0.6     0.4     0.9     193     40402     1     0     0.9
0.6     0.4     0.8     139     40402     1     0     0.8       0.6     0.4     0.9     193     40402     1     0     0.9
0.6 0.4 0.9 193 40402 1 0 0.9

#### Вывод

Таким образом, на основе полученных таблиц можно сделать вывод, что при классе данных, содержащем приблизительно равные значения наилучшими наборами стали ( $\alpha=0.2, \beta=0.8, P=1$ ), при данных значениях алгоритм нашел лучший путь за 2 запуска. При наборах ( $\alpha=0, \beta=1, P=1$ ), ( $\alpha=0.7, \beta=0.3, P=1$ ) алгоритм нашел путь за 7 итераций.

Для второго класса данных было определено, что при ( $\alpha=0.9,\beta=0.1,P=0.8$ ), ( $\alpha=0.9,\beta=0.1,P=0.9$ ), ( $\alpha=0.9,\beta=0.1,P=1$ ) алгоритм отработал за 3 итерации.

## Заключение

Таким образом, в ходе лабораторной работы было сделано следующее:

- дана постановку задачи;
- описаны методы полного перебора и эвристический, основанный на муравьином алгоритме;
- реализованы данные методы;
- выбраны и подготовлены классы данных;
- проведена параметризация метода, основанного на муравьином алгоритме;

Были также сделаны выводы на основе полученных данных. Эвристический метод, основанный на муравьином алгоритме имеет преимущество перед методом полного перебора за счет того, что способен работать с данными достаточно большого объема, в то время как полный перебор сильно ограничен размером данных. Также были подобраны параметры для оптимальной работы метода на двух классах данных. Однако, в отличии от полного перебора, эвристический алгоритм не гарантирует точность най-денного им пути, есть вероятность, что путь будет не оптимален.

# Литература

- [1] Dorigo M. Ottimizzazione, apprendimento automatico, ed algoritmi basati su metafora naturale (Optimization, Learning, and Natural Algorithms). Politecnico di Milano, 1992.
- [2] URL: http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/OR-MMF/TSPr.pdf (дата обращения: 25.11.2019).
- [3] Mueller-Merbach H. Zweimal travelling Salesman. DGOR-Bulletin, 1983.
- [4] E. Bonabeau M. Dorigo et G. Theraulaz. Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems. Oxford University Press, 1999. c. 320.
- [5] А. Левитин. Алгоритмы: введение в разработку и анализ. Вильямс, 2006. с. 575.
- [6] Working Draft, Standard for Programming Language C++. URL: http://www.open-std.org/jtc1/sc22/wg21/docs/papers/2017/n4713.pdf. 2017.