

Розрахункова робота з дисципліни. Рекурсія
«Теорія алгоритмів»
Для студентів ФБМІ груп БС-01, БС-02, БС-03
Викладач: доц. каф. БМК Федорін І.В.

Термін здачі: 10 травня

Форма здачі: підготовлений роздрукований звіт

Основна мета: навчитися алгоритмічному мисленню, аналіз постановки завдання, розвиток абстрактного мислення та погляду на задачу, опанувати основи вирішення задач рекурсивним методом

Що повинен містити звіт: титульний аркуш, зміст(на якій сторінці конкретна задача), постановка задачі, код програми з поясненнями ключових елементів програми та функцією тестування роботи програми (на вхід якої подаються тестові послідовності для перевірки алгоритму, та на виході видає відповідь).

Увага: завдання, що наведені у розрахунковій роботі, будуть включені до списку можливих практичних завдань на екзамені/заліку.

Мінімальна кількість завдань до виконання – будь-які 10. Але рекомендується вирішити всі завдання.

Задачі (всі задачі повинні бути вирішені РЕКУРСИВНО!, посилання на джерело:

<https://habr.com/ru/post/275813/> - там наведено код рішення на Java):

A: Від 1 до n

Дано натуральне число n. Виведіть всі числа від 1 до n.

B: Від A до B

Дано два цілих числа A і B (кожне в окремому рядку). Виведіть всі числа від A до B включно, в порядку зростання, якщо $A < B$, або в порядку убутання в іншому випадку.

C: Функція Аккермана

В теорії обчислюваності важливу роль відіграє функція Аккермана $A(m, n)$, що знаходиться в такий спосіб:

Дано два цілих невід'ємних числа m і n, кожне в окремому рядку. Виведіть $A(m, n)$.

D: Точна ступінь двійки

Дано натуральне число N. Виведіть слово YES, якщо число N є точною ступенем двійки, або слово NO в іншому випадку.

Операцією зведення в ступінь користуватися не можна!

Рішення

Е: Сума цифр числа

Дано натуральне число N . Обчисліть суму його цифр.

При вирішенні цього завдання не можна використовувати рядки, списки, масиви (ну і цикли, зрозуміло).

Г: Цифри числа справа наліво

Дано натуральне число N . Виведіть всі його цифри по одній, в зворотному порядку, розділяючи їх пробілами або новими рядками.

При вирішенні цього завдання не можна використовувати рядки, списки, масиви (ну і цикли, зрозуміло). Дозволена тільки рекурсія і арифметика.

Г: Цифри числа зліва направо

Дано натуральне число N . Виведіть всі його цифри по одній, в звичайному порядку, розділяючи їх пробілами або новими рядками.

При вирішенні цього завдання не можна використовувати такі рядки, списки, масиви (ну і цикли, зрозуміло). Дозволена тільки рекурсія і арифметика.

Н: Перевірка числа на простоту

Дано натуральне число $n > 1$. Перевірте, чи є воно простим. Програма повинна вивести слово YES, якщо число просте і NO, якщо число складене. Алгоритм повинен мати складність $O(\log n)$.

Вказівка. Зрозуміло, що завдання саме по собі нерекурсивне, тому що перевірка числа n на простоту ніяк не зводиться до перевірки на простоту менших чисел. Тому потрібно зробити ще один параметр рекурсії: дільник числа, і саме за цим параметром і робити рекурсію.

І: Розкладання на множники

Дано натуральне число $n > 1$. Виведіть всі прості множники цього числа в порядку неспадання з урахуванням кратності. Алгоритм повинен мати складність $O(\log n)$.

Рішення

Д: Палиндром

Дано слово, що складається лише з малих латинських букв. Перевірте, чи є це слово паліндромом. Виведіть YES або NO.

При вирішенні цього завдання не можна користуватися циклами, в рішеннях на Python можна використовувати зрізи з кроком, відмінним від 1.

К: Вивести непарні числа послідовності

Дана послідовність натуральних чисел (одне число в рядку), що завершується числом 0.

Виведіть всі непарні числа з цієї послідовності, зберігаючи їх порядок.

У цьому завданні не можна використовувати глобальні змінні і передавати будь-які параметри в рекурсивну функцію. Функція отримує дані, зчитуючи їх з клавіатури. Функція не повертає значення, а відразу ж виводить результат на екран. Основна програма повинна складатися тільки з виклику цієї функції.

Л: Вивести члени послідовності з непарними номерами

Дана послідовність натуральних чисел (одне число в рядку), що завершується числом 0.

Виведіть перше, третє, п'яте і т.д. з введених чисел. Завершальний нуль виводити не треба.

У цьому завданні не можна використовувати глобальні змінні і передавати будь-які параметри в рекурсивну функцію. Функція отримує дані, зчитуючи їх з клавіатури. Функція не повертає значення, а відразу ж виводить результат на екран. Основна програма повинна складатися тільки з виклику цієї функції.

М: Максимум послідовності

Дана послідовність натуральних чисел (одне число в рядку), що завершується числом 0. Визначте найбільше значення числа в цій послідовності.

У цьому завданні не можна використовувати глобальні змінні і передавати будь-які параметри в рекурсивну функцію. Функція отримує дані, зчитуючи їх з клавіатури. Функція повертає єдине значення: максимум ліченої послідовності. Гарантується, що послідовність містить хоча б одне число (крім нуля).

Н: Середнє значення послідовності

Дана послідовність натуральних чисел (одне число в рядку), що завершується числом 0. Визначте середнє значення елементів цієї послідовності (без врахування останнього нуля).

У цьому завданні не можна використовувати глобальні змінні. Функція отримує дані, зчитуючи їх з клавіатури, а не отримуючи їх у вигляді параметра. У програмі на мові Python функція повертає кортеж з пари чисел: число елементів в послідовності і їх сума. Гарантується, що послідовність містить хоча б одне число (крім нуля).

О: Другий максимум

Дана послідовність натуральних чисел (одне число в рядку), що завершується числом 0. Визначте значення другого за величиною елемента в цій послідовності, тобто елемента, який буде найбільшим, якщо з послідовності видалити найбільший елемент.

У цьому завданні не можна використовувати глобальні змінні. Функція отримує дані, зчитуючи їх з клавіатури, а не отримуючи їх у вигляді параметра. У програмі на мові Python функція повертає результат у вигляді кортежу з кількох чисел і функція взагалі не отримує ніяких параметрів. Інших параметрів, крім як використовуваних для повернення значення, функція не отримує.

Гарантується, що послідовність містить хоча б два числа (крім нуля).

Р: Кількість елементів, рівних максимуму

Дана послідовність натуральних чисел (одне число в рядку), що завершується числом 0. Визначте, яка кількість елементів цієї послідовності, рівні її найбільшому елементу.

У цьому завданні не можна використовувати глобальні змінні. Функція отримує дані, зчитуючи їх з клавіатури, а не отримуючи їх у вигляді параметра. У програмі на мові Python функція повертає результат у вигляді кортежу з кількох чисел і функція взагалі не отримує ніяких параметрів. Інших параметрів, крім як використовуваних для повернення значення, функція не отримує.

Гарантується, що послідовність містить хоча б одне число (крім нуля).

Q: Кількість одиниць

Дана послідовність натуральних чисел (одне число в рядку), що завершується двома числами 0 поспіль. Визначте, скільки разів в цій послідовності зустрічається число 1. Числа, що йдуть після двох нулів, необхідно ігнорувати.

У цьому завданні не можна використовувати глобальні змінні і параметри, що передаються в функцію. Функція отримує дані, зчитуючи їх з клавіатури, а не отримуючи їх у вигляді параметрів.

R: Трикутна послідовність

Дана монотонна послідовність, в якій кожне натуральне число k зустрічається рівно k раз: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, ...

За даним натуральному n виведіть перші n членів цієї послідовності. Спробуйте обійтися тільки одним циклом `for`.

S: Задана сума цифр

Дано натуральні числа k і s . Визначте, скільки існує k -значних натуральних чисел, сума цифр яких дорівнює s . Запис натурального числа не може починатися з цифри 0.

У цьому завданні не можна використовувати цикл для перебору всіх цифр, що стоять на будь-якій позиції.

T: Без двох нулів

Дано числа a і b . Визначте, скільки існує послідовностей з a нулів і b одиниць, в яких ніякі два нулі не варті поруч.

U: Розворот числа

Дано число n , десяткова запис якого не містить нулів. Отримайте число, записане тими ж цифрами, але в протилежному порядку.

При вирішенні цього завдання не можна використовувати цикли, рядки, списки, масиви, дозволяється тільки рекурсія і арифметика.

Функція повинна повертати ціле число, яке є результатом роботи програми, виводити число по одній цифрі можна.