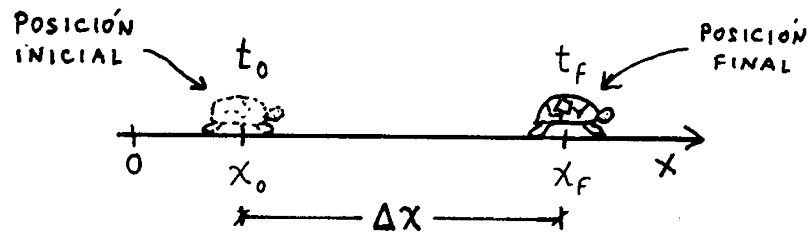


# MRU

## MOVIMIENTO RECTILINEO Y UNIFORME



### ECUACIONES HORARIAS

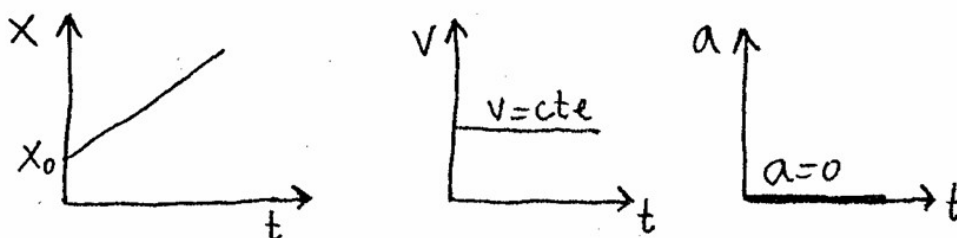
$$\begin{cases} 1^{\text{ra}} : (\text{posición}) \rightarrow \boxed{X = X_0 + V(t - t_0)} \\ 2^{\text{da}} : (\text{velocidad}) \rightarrow v = \text{cte} \\ 3^{\text{ra}} : (\text{aceleración}) \rightarrow a = 0 \end{cases}$$

$$\boxed{V = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0}}$$

← Esto es  $\Delta x$   
← Esto es  $\Delta t$

← ASI SE CALCULA  
LA VELOCIDAD  
EN EL MRU

### GRÁFICOS PARA EL MRU



# CINEMÁTICA

## CONCEPTOS DE POSICIÓN, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN

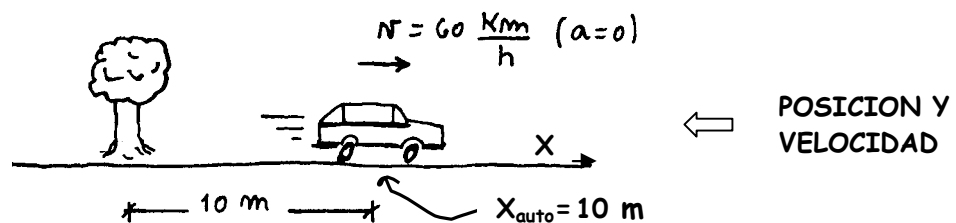
En cinemática hay tres cosas que tenés que conocer porque se usan todo el tiempo. Son la posición, la velocidad y la aceleración. Fijate:

El lugar en donde está la cosa que se está moviendo se llama **Posición**.

La rapidez que tiene lo que se está moviendo se llama **velocidad**.

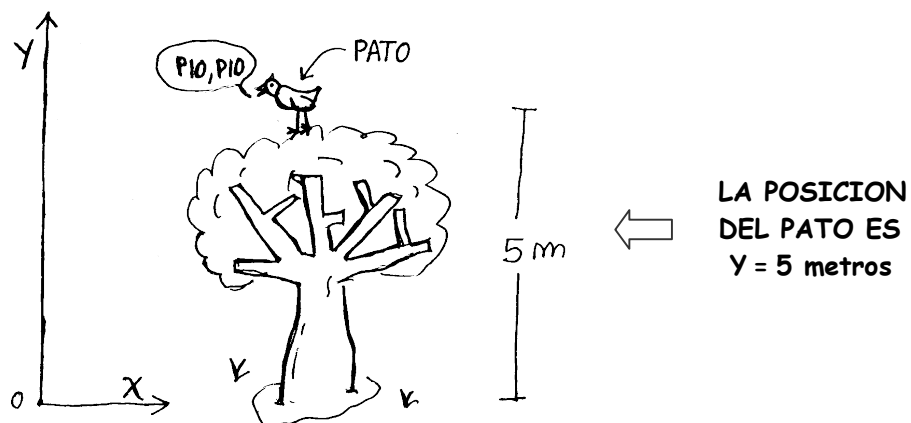
Si la velocidad del objeto aumenta o disminuye, se dice que tiene **aceleración**.

**Ejemplo:**



Para la posición se usa la letra  $x$  porque las posiciones se marcan sobre el eje  $x$ . Se miden en Kilómetros o en metros. Si el objeto está a una determinada altura del piso se usa un eje vertical  $y$  (y la altura se indica con la letra  $y$ ).

**EJEMPLO:** Supongamos que tengo algo a 5 metros de altura. Para dar su posición tomo un eje vertical  $Y$ . Con respecto a este eje digo:



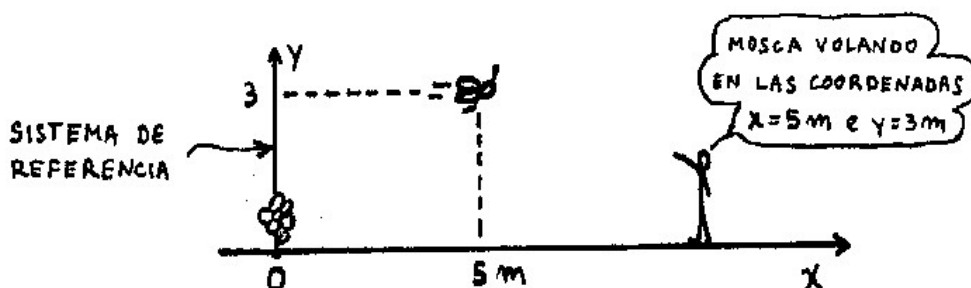
$X$  e  $Y$  se llaman **coordenadas del cuerpo**. Dar las coordenadas de una cosa es una manera de decir dónde está el objeto en ese momento. ( Por ejemplo, un avión ).

## SISTEMA DE REFERENCIA

Cuando digo que la posición de algo es  $x = 10\text{ m}$ , tengo que decir  $10\text{ m}$  medidos **desde dónde**. Vos podés estar a  $10\text{ m}$  de tu casa pero a  $100\text{ m}$  de la casa de tu primo. La frase: "estoy a  $10\text{ m}$ " no indica nada. Hay que aclarar **desde dónde uno mide esos  $10\text{ m}$** . Entonces en física, lo que ellos hacen es decir:

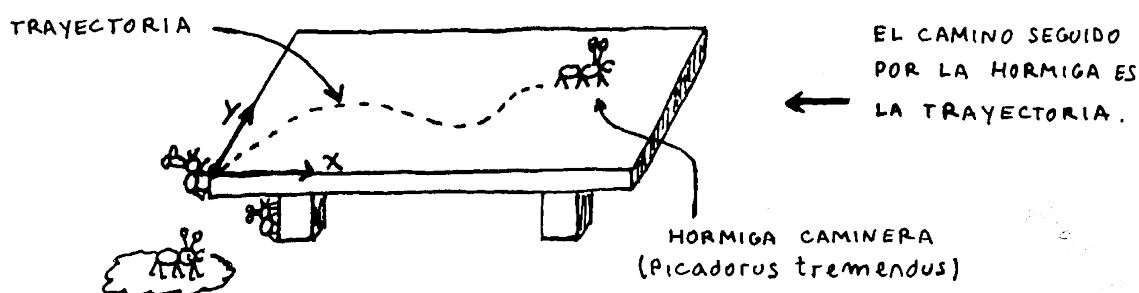


En el lugar que elijo como cero pongo el par de ejes  $x$ - $y$ . Estos dos ejes forman el **sistema de referencia**. Todas las distancias que se miden están **referidas** a él. Para resolver los problemas siempre hay que tomar un par de ejes  $x$ - $y$ . Poner el par de ejes  $x$ - $y$  nunca está de más. Si no lo ponés, no sabés desde dónde se miden las distancias. Las ecuaciones que uno plantea después para resolver el problema, **van a estar referidas al par de ejes  $x$ - $y$  que uno eligió**.



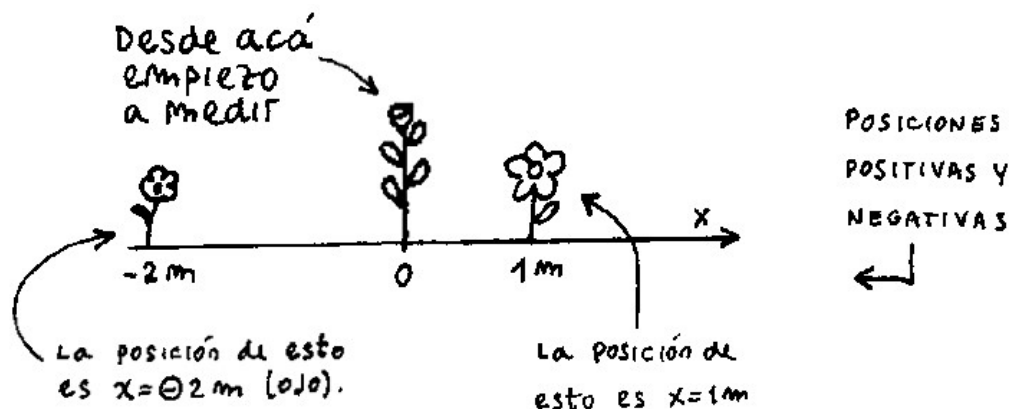
### TRAYECTORIA ( Fácil )

La **trayectoria** es el caminito que recorre el cuerpo mientras se mueve. Puede haber muchos tipos de trayectorias. Acá en MRU es siempre rectilínea. La trayectoria no tiene por qué ser algún tipo de curva especial. Puede tener cualquier forma. Ejemplo:



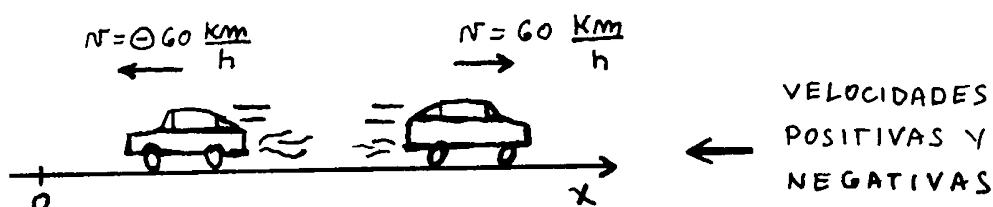
### POSICIONES NEGATIVAS ( Ojo )

Una cosa puede tener una posición negativa como  $x = -3 \text{ m}$ , ó  $x = -200 \text{ Km}$ . Eso pasa cuando la cosa está del lado negativo del eje de las equis. Esto es importante, porque a veces al resolver un problema el resultado da negativo. Y ahí uno suele decir: Huy, me dió  $X = -20 \text{ m}$ . No puede ser. Pero puede ser. La posición puede dar negativa. Incluso la velocidad y la aceleración también pueden dar negativas. Mirá en este dibujito como se representa una posición negativa :



### VELOCIDAD NEGATIVA ( ← Leer )

Si una cosa se mueve en el mismo sentido que el eje de las x, su velocidad es (+). Si va al revés, es (-). Atento con esto que no es del todo fácil de entender. A ver:



Es decir, en la vida diaria uno no usa posiciones ni velocidades negativas. Nadie dice: "estoy a -3 m de la puerta". Dice: "estoy 3 m detrás de la puerta". Tampoco se usa decir: "ese coche va a -20 km/h". Uno dice: "ese coche va a 20 Km por hora al revés de cómo voy yo". Pero atento porque acá en cinemática la cuestión de posiciones negativas y velocidades negativas se usa todo el tiempo y hay que saberlo bien.

### LA LETRA GRIEGA DELTA ( Δ )

Vas a ver que todo el tiempo ellos usan la letra Delta. Es un triangulito así: → Δ. En física se usa la delta para indicar que a lo final hay que restarle lo inicial. Por ejemplo, Δx querrá decir "equis final menos equis inicial". Δt querrá decir "t final menos t inicial", y así siguiendo. En matemática a este asunto de hacer la resta de 2 cosas se lo llama hallar la **variación** o hallar la **diferencia**.

### ESPACIO RECORRIDO ( = Delta equis → ΔX )

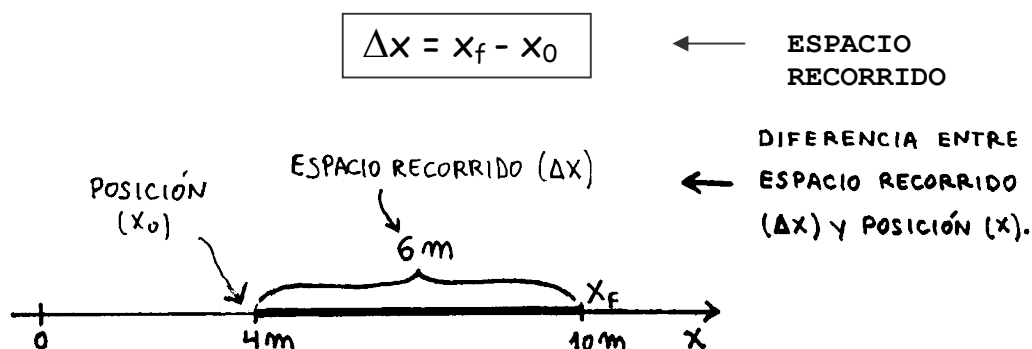
El lugar donde el tipo está se llama **posición**. La distancia que el tipo recorre al ir de una posición a otra se llama **espacio recorrido**. Fijate que posición y espacio recorrido **NO** son la misma cosa. Pongámonos de acuerdo. Vamos a llamar:

$X_0$  = posición inicial ( lugar de donde el tipo salió )

$X_f$  = posición final ( lugar a donde el tipo llegó )

$\Delta X$  = espacio recorrido. ( =  $X_f - X_0$  )

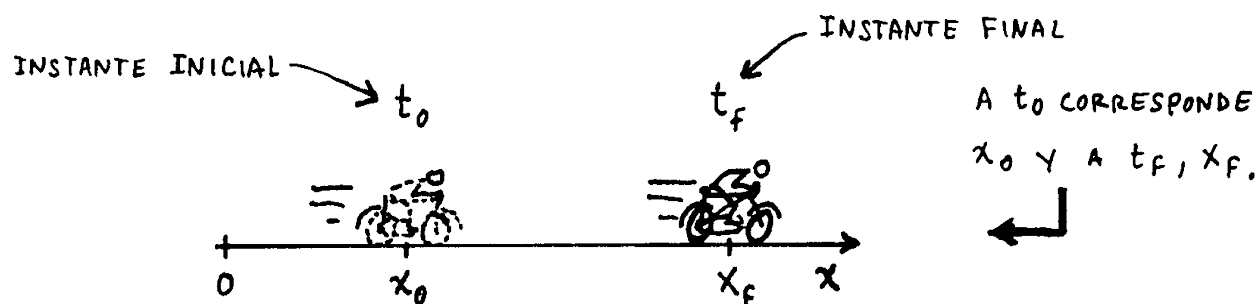
Si el móvil salió de una posición inicial ( por ejemplo  $X_0 = 4 \text{ m}$  ) y llegó a una posición final ( por ejemplo  $X_f = 10 \text{ m}$  ) , el espacio recorrido se calcula haciendo esta cuenta:



Es decir, en este caso me queda:  $\Delta X = 10 \text{ m} - 4 \text{ m} \rightarrow \underline{\Delta X = 6 \text{ m}}$

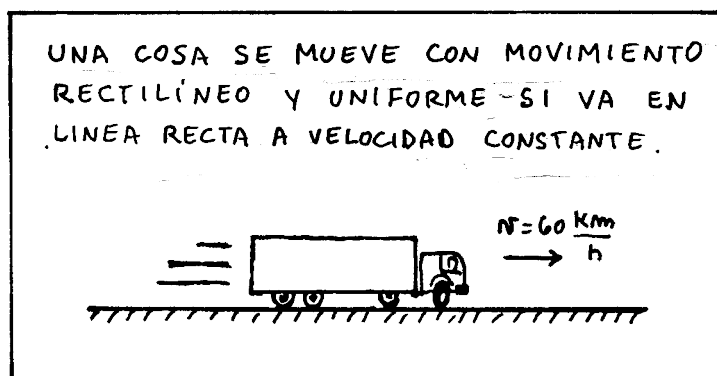
### TIEMPO TRANSCURRIDO o INTERVALO DE TIEMPO ( $\Delta t$ )

El intervalo de tiempo  $\Delta t$  es el tiempo que el tipo estuvo moviéndose. Delta t puede ser 1 segundo, 10 segundos, 1 hora, lo que sea... Si el objeto salió en un instante inicial  $t_0$  ( por Ej. a las 16 hs ), y llegó en un determinado instante final ( por Ej. a las 18 hs), el intervalo de tiempo delta t se calcula haciendo la cuenta  $\Delta t = t_f - t_0$ , ( Es decir  $18 \text{ hs} - 16 \text{ hs} = 2 \text{ hs}$  ).



### MOVIMIENTO RECTILÍNEO y UNIFORME ( MRU )

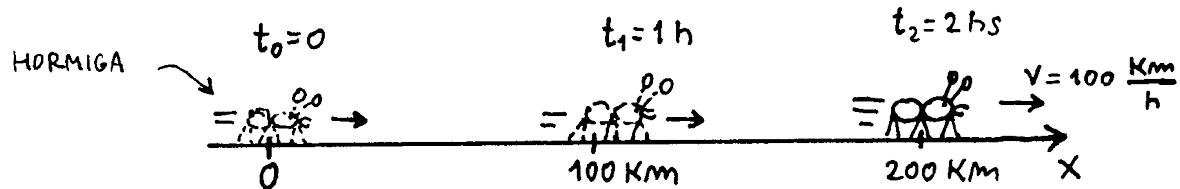
Una cosa se mueve con movimiento rectilíneo y uniforme si se mueve en **línea recta** y va siempre a la misma velocidad. Otra manera de decir lo mismo es decir que el móvil recorre **espacios iguales en tiempos iguales**. Esto lo dijo Galileo ( ídolo ! ).



En el MRU la velocidad no cambia, se mantiene constante. Al ser la velocidad todo el tiempo la misma, digo que lo que se viene moviendo **no acelera**. Es decir, en el movimiento rectilíneo y uniforme **la aceleración es cero** ( $a = 0$ ).

### GRÁFICOS EN EL MRU ( ← Leer esto )

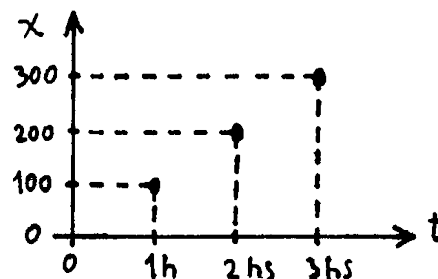
Muchas veces piden hacer gráficos. ¿Cómo es eso? Fijate. Suponé que una cosa se viene moviendo a 100 por hora. Una hormiga, por ejemplo.



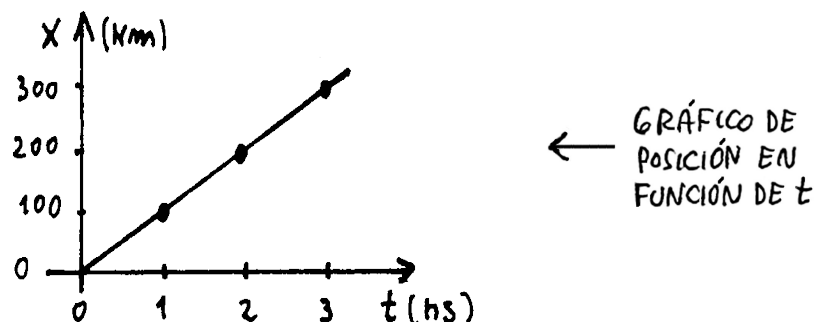
Después de una hora habrá recorrido  $100 \text{ Km}$ . Después de  $2 \text{ hs}$  habrá recorrido  $200 \text{ Km}$  y así siguiendo... Esto se puede escribir en una tablita:

POSICIÓN	TIEMPO
$0 \text{ Km}$	$0 \text{ hs}$
$100 \text{ Km}$	$1 \text{ h}$
$200 \text{ Km}$	$2 \text{ hs}$

Ahora puedo hacer un gráfico poniendo para cada tiempo la posición correspondiente ( A  $0$  le corresponde  $0$ , a  $1$  le corresponde  $100$ , etc ).



Uniendo todos los puntos tengo el gráfico de la posición en función del tiempo:

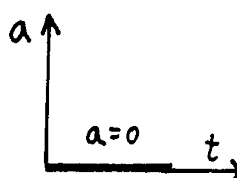
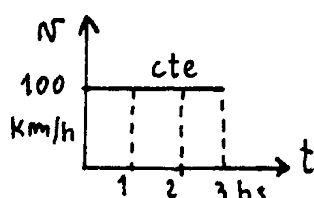


A este gráfico se lo suele llamar abreviadamente  $x(t)$ ,  $x = f(t)$ , o  $x = x(t)$ .

Todos estos nombres quieren decir lo mismo → :

### Representación de la posición X en función del tiempo.

Puedo dibujar también los gráficos de velocidad y aceleración en función del tiempo. ( Importantes ). Si lo pensás un poco vas a ver que quedan así:



← GRÁFICOS DE  
a y v COMO  
FUNCIÓN DE t.

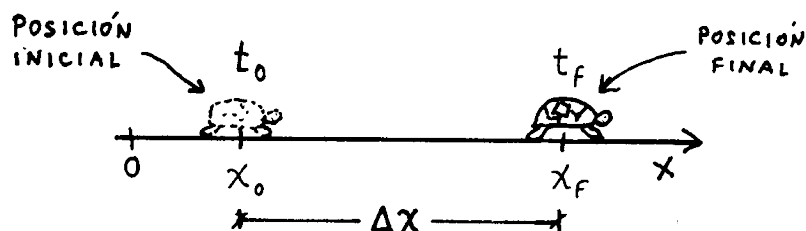
En estos 3 gráficos se ven perfectamente las características del MRU. O sea :  
El gráfico de x en función del tiempo muestra que la posición es lineal con el tiempo. ( Lineal con el tiempo significa directamente proporcional ).

El gráfico de v en función de t muestra que la velocidad se mantiene constante.

El gráfico de a en función de t muestra que la aceleración es todo el tiempo cero.

### CÁLCULO DE LA VELOCIDAD EN EL MRU

Para calcular la velocidad se hace la cuenta **espacio recorrido sobre tiempo empleado**. Esta misma cuenta es la que vos usás en la vida diaria. Supongamos que un tipo salió de la posición  $x_0$  y llegó a la posición  $x_f$ .



La velocidad va a ser:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{v = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0}} \quad \leftarrow \text{ASI SE CALCULA LA VELOCIDAD EN EL MRU}$$

Por ejemplo, si una persona viaja de Buenos Aires a Mar del Plata (400 km) en 5 horas, su velocidad será:

$$v = \frac{400 \text{ Km}}{5 \text{ hs}} = 80 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$$

Si el tipo salió inicialmente del kilómetro 340 ( $x_0$ ) y llega al km 380 ( $x_f$ ) después de 30 minutos, su velocidad será :

$$\Delta x = \underbrace{380 \text{ Km}}_{x_f} - \underbrace{340 \text{ Km}}_{x_0}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40 \text{ Km}}{0,5 \text{ hs}} = 80 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$$

## ECUACIONES HORARIAS EN EL MRU ( Importante ).

La definición de velocidad era:  $v = \frac{x - x_0}{t - t_0}$  . Si ahora despejo  $x - x_0$  me queda :

$$\rightarrow v \cdot (t - t_0) = x - x_0$$

$$\rightarrow \boxed{x = x_0 + v \cdot (t - t_0)} \quad \leftarrow 1^{\text{ra}} \text{ ECUACION HORARIA}$$

Se la llama "horaria" porque en la ecuación está el tiempo ( = la hora ). Como el factor  $(t - t_0)$  es  $\Delta t$ , a veces se la suele escribir como  $x = x_0 + v \cdot \Delta t$  . Y también si  $t_0$  cero vale cero, se la pone como  $x = x_0 + v \cdot t$  . ( Importante ).

Pregunta: ¿ Para qué sirve la ecuación horaria de la posición ?

**Rta:** Esta ecuación me va dando la posición del tipo en función del tiempo.

O sea, yo le doy los valores de  $t$  y ella me da los valores de  $x$ . ( Atento ). Fijate :

Suponete que lo que se está moviendo salió en  $t_0 = 0$  de la posición  $x_0 = 200 \text{ Km}$ .

Si el objeto al salir tenía una velocidad de  $100 \text{ Km/h}$ , su ecuación horaria será:

$$X = 200 \text{ Km} + 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \cdot (t - 0)$$

$$\rightarrow X = 200 \text{ Km} + 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} t$$

Si en la ecuación voy dándole valores a  $t$  ( 1 h, 2 hs, 3 hs, etc) voy a tener la posición donde se encontraba el tipo en ese momento. En realidad siempre hay 3 ecuaciones horarias. La velocidad y la aceleración también tienen sus ecuaciones horarias. Para el caso del MRU, las ecuaciones de  $v$  y de  $a$  son :

$$v = \text{cte} \quad \text{y} \quad a = 0$$

En definitiva, las tres ecuaciones horarias para el MRU son:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = x_0 + v \cdot (t - t_0) \\ v = \text{Cte} \\ a = 0 \end{array} \right. \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{ECUACIONES HORARIAS} \\ \text{PARA EL MOVIMIENTO} \\ \text{RECTILINEO Y UNIFORME} \end{array}$$

De las tres ecuaciones sólo se usa la primera para resolver los problemas. Las otras dos no se usan. Son sólo conceptuales. ( Pero hay que saberlas ).

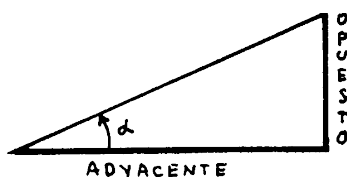
Recordá que casi siempre  $t$  cero vale cero, entonces la 1ra ecuación horaria queda como:

$$\boxed{x = x_0 + v t}$$



## TANGENTE DE UN ÁNGULO

Calcular la tangente (tg) de un ángulo significa hacer la división entre lo que mide el cateto opuesto y lo que mide el cateto adyacente. Dibuja un ángulo cualquiera.



← Un triángulo  
De ángulo alfa

En este triángulo la tangente de alfa va a ser:

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

← Tangente de un ángulo.

Mido con una regla directamente sobre la hoja. Suponé que te da: Opuesto: 2,1 cm.  
Adyacente: 4,8 cm

Entonces:

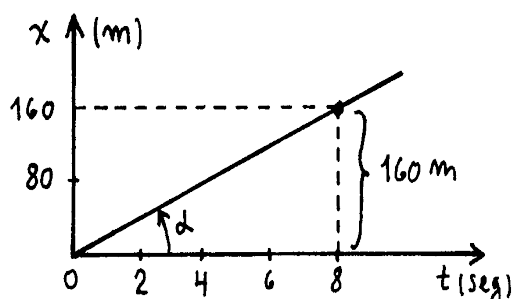
$$\text{tg } \alpha = \frac{2,1 \text{ cm}}{4,8 \text{ cm}} = 0,437$$

Fijate que el resultado no dió en cm ni en metros. La tangente de un ángulo es siempre un número sin unidades.

## PENDIENTE DE UNA RECTA

La pendiente de una recta es una cosa parecida a la tg de un ángulo. Pero la pendiente no es un número. Tiene unidades. Hallar el valor de la pendiente de una recta significa hacer la división entre la **cantidad que está representando el cateto opuesto** y la **cantidad que está representando el cateto adyacente**.

Veamos: supongamos que tengo la siguiente recta que proviene de la representación de la posición en función del tiempo para una cosa que se viene moviendo con MRU:



← UN GRÁFICO  
CUALQUIERA  
DE POSICIÓN  
EN FUNCIÓN  
DEL TIEMPO.

Para el ángulo alfa que yo dibujé, el cateto opuesto MIDE unos 1,8 cm si lo mido con una regla en la hoja. Pero REPRESENTA 160 m. De la misma manera, el cateto adyacente MIDE unos 3,8 cm; pero REPRESENTA 8 seg. De manera que el valor de la pendiente de la recta va a ser:

$$\text{pendiente} = \frac{160 \text{ m}}{8 \text{ s}} \Rightarrow \text{pendiente} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

En este caso:

$$\text{Pendiente} = \frac{\text{Valor que representa el Cat. Op.}}{\text{Valor que representa el Cat. Ady.}} \quad \leftarrow \text{Pendiente de una recta}$$

Repito. Fijate que la pendiente no es sólo un número, sino que tiene unidades. En este caso esas unidades me dieron en metros por segundo. La pendiente puede darte en otras unidades también. Eso depende de qué estés graficando en función de qué.

### LA PENDIENTE DE LA RECTA EN EL GRÁFICO $X=f(t)$ ES LA VELOCIDAD

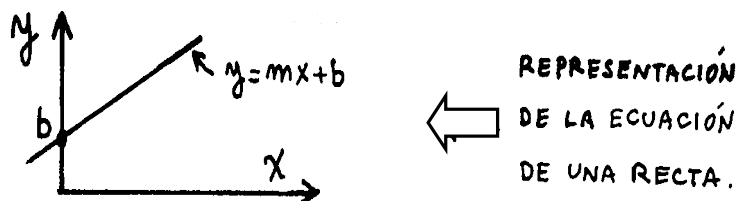
No es casualidad que la pendiente del gráfico anterior haya dado justo en unidades de velocidad. La pendiente de la recta en el gráfico posición en función del tiempo **SIEMPRE** te va a dar la velocidad del movimiento.

¿ Por qué ?

Rta: Porque al hacer la cuenta "opuesto sobre adyacente" lo que estás haciendo es  $\Delta x / \Delta t$ , y esto es justamente la velocidad (Atenti).

### REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS ECUACIONES HORARIAS ( Ver )

En cinemática se usan todo el tiempo 3 gráficos muy importantes que son los de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo. Cada gráfico es la representación de una de las ecuaciones horarias. Quiero que te acuerdes primero cómo se representaba una recta en matemática. La ecuación de la recta tenía la forma  $y = m \cdot x + b$ . **Eme** era la pendiente y **Be** era la ordenada al origen (= el lugar donde la recta corta al eje vertical ). Por ejemplo la ecuación de una recta podría ser  $y = 3x + 4$ .



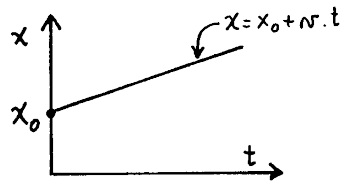
Si tomo la 1ª ecuación horaria con  $t_0 = 0$  ( Que es lo que en general suele hacerse ), me queda  $x = x_0 + v \cdot t$ . Ahora fijate esta comparación:

$$\begin{array}{cccc} y = mx + b \\ \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ x = vt + x_0 \end{array}$$

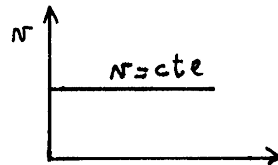
Veo que la ecuación de  $x$  en función del tiempo en el MRU también es una recta en donde la **velocidad es la pendiente** y  $x_0$  es el lugar donde la recta corta el

**eje vertical.** Para cada ecuación horaria puedo hacer lo mismo y entonces voy a tener 3 lindos gráficos, uno para cada ecuación. Los tres tristes gráficos del MRU quedan así:

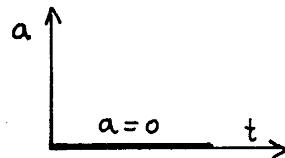
### LOS 3 GRÁFICOS DEL MRU (IMPORTANTES)



**POSICIÓN** en función del tiempo ( Muestra que  $x$  aumenta linealmente con  $t$  )



**VELOCIDAD** en función del tiempo ( Muestra que  $v$  se mantiene constante ).



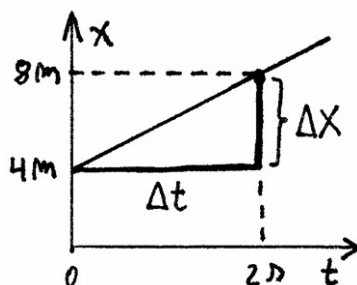
**ACELERACIÓN** en función del tiempo. Muestra que la  $a$  es cero todo el tiempo.

### PENDIENTES Y ÁREAS EN LOS GRAFICOS DEL MRU ← VER

Los 3 gráficos del MRU son la representación de las ecuaciones horarias. Fijate que en algunos de estos gráficos, el área y la pendiente tienen un significado especial.

### LA PENDIENTE DEL GRAFICO DE POSICIÓN ES LA VELOCIDAD

El grafico de posición en función del tiempo ya lo analicé antes. La pendiente de ese gráfico me da la velocidad. Quiero que lo veas de nuevo con más detalle porque es importante. Fijate. Agarro un gráfico cualquiera de un auto que se mueve con MRU. Por ejemplo, supongamos que es este:



← LA PENDIENTE DEL GRAFICO DE POSICIÓN EN FUNCION DEL TIEMPO ME DA LA VELOCIDAD

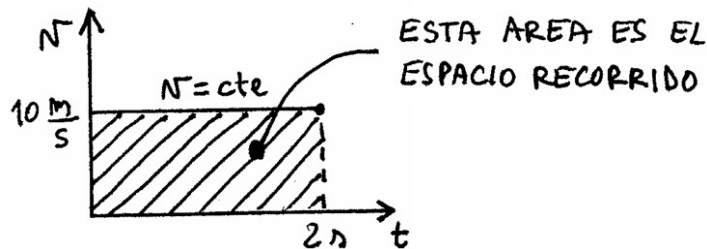
Este gráfico me dice que el auto salió de la posición inicial  $x = 4 \text{ m}$  y llegó a la posición final  $x = 8 \text{ m}$  después de 2 segundos. Quiere decir que el tipo recorrió 4 m en 2 seg. Entonces su velocidad es de 2 m/s. Esto mismo se puede ver analizando la pendiente del gráfico. Fijate que el cateto adyacente es el tiempo transcurrido  $\Delta t$ . El cateto opuesto es el espacio recorrido  $\Delta x$ . Entonces, si calculo la pendiente tengo :

$$Pend = \frac{OP}{ady} = \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

$$Pend = \frac{8m - 4m}{2s - 0s} = 2 \frac{m}{s}$$

### EL AREA DEL GRAFICO DE VELOCIDAD ES EL ESPACIO RECORRIDO

Supongamos que un auto se mueve con velocidad 10 m/s. Su gráfico de velocidad sería así:

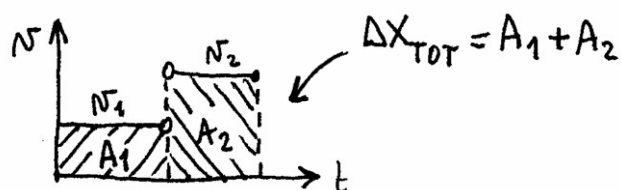


Fijate que al ir a 10 m/s, en 2 segundos el tipo recorre 20 m. Esto mismo lo puedo calcular si miro la superficie del gráfico. Fijate qué pasa si hago la cuenta para el área que marqué:

$$Area_{\square} = Base \times Altura$$

$$\Rightarrow Area = 2s \times 10 \frac{m}{s} = 20m \leftarrow \text{ESTO ES } \Delta X$$

A veces es más fácil sacar las velocidades y los espacios recorridos calculando pendientes y áreas que haciendo las cuentas con las ecuaciones. Por ejemplo, fijate el caso de una persona que va primero con una velocidad  $v_1$  y después con otra velocidad  $v_2$ :



Para calcular la distancia total que recorrió directamente saco las áreas  $A_1$  y  $A_2$  del gráfico de velocidad.

### PREGUNTA:

Yo analicé solamente la pendiente del gráfico de posición y el área del gráfico de velocidad. Pero también se pueden analizar pendientes y áreas para los otros gráficos. Por ejemplo. ¿Qué significa la pendiente del gráfico de velocidad? ¿Qué significa el área del gráfico de aceleración? (Pensalo)

Estos conceptos de pendientes y áreas son importantes. Tenés que entenderlos bien porque se usan todo el tiempo después en MRUV.

## UN EJEMPLO DE MOVIMIENTO RECTILÍNEO Y UNIFORME

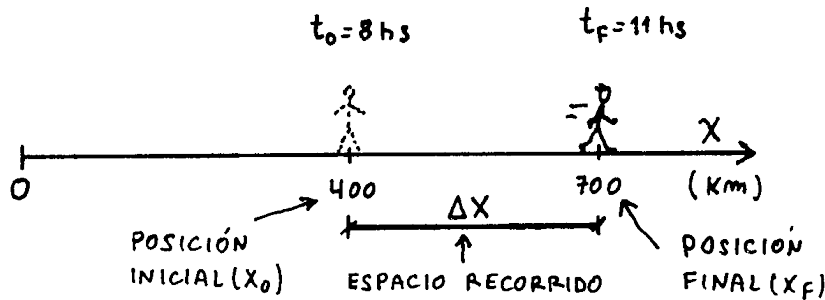
Un señor sale de la posición  $X_0 = 400$  Km a las 8 hs y llega a  $X_f = 700$  Km a las 11 hs. Viaja en línea recta y con  $v = \text{cte}$ . Se pide:

- Calcular con qué velocidad se movió. (En Km/h y en m/s)
- Escribir las 3 ecuaciones horarias y verificarlas.
- Calcular la posición a las 9 hs y a las 10 hs.
- Dibujar los gráficos de  $x=f(t)$ ,  $v=v(t)$  y  $a=a(t)$ .

Lo que tengo es esto :

$$V = 100 \text{ Km / h}$$

← Velocidad del tipo



a) - Calculo con qué velocidad se movió.  $V$  era  $\Delta x / \Delta t$ , entonces:  $v = \frac{x - x_0}{t - t_0}$

$$v = \frac{700 \text{ Km} - 400 \text{ Km}}{11 \text{ hs} - 8 \text{ hs}}$$

$$v = \frac{300 \text{ Km}}{3 \text{ hs}}$$

Para pasar 100 Km/h a m/s uso el siguiente truco: (recordalo por favor). A la palabra "Km" la reemplazo por 1.000 m y a la palabra "hora" la reemplazo por 3.600 seg. Entonces :

$$100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} = 100 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ seg}}$$

$$\Rightarrow 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} = \frac{100 \text{ m}}{3,6 \text{ seg}}$$

Fijate en este " tres coma seis". De acá saco una regla que voy a usar :

Para pasar de Km/h a m/s hay que dividir por 3,6. Para pasar de m/s a Km/h hay que multiplicar por 3,6.

← Regla para pasar de Km/h a m/s y viceversa

Si no te acordás de esta regla, no es terrible. Lo deducís usando el mismo truco que usé yo. ( O sea, 1 Km son mil metros y 1 hora son 3.600 segundos ).

b) - Escribir las 3 ec. horarias y verificarlas.

Bueno, en el movimiento rectilíneo y uniforme las ecuaciones horarias eran:

$$\begin{cases} x = x_0 + v \cdot (t - t_0) \\ v = \text{Cte} \\ a = 0 \end{cases}$$

En este caso reemplazo por los datos y me queda:

$$\begin{cases} x = 400 \text{ Km} + 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} (t - 8 \text{ hs}) \\ v = 100 \text{ Km/h} = \text{constante} \\ a = 0 \end{cases}$$

Verificar las ecuaciones horarias significa comprobar que están bien planteadas. Bueno, con la 2<sup>da</sup> y la 3<sup>ra</sup> (  $V = 100 \text{ Km/h}$ , y  $a = 0$  ) no tengo problema. Sé que el movimiento es rectilíneo y uniforme de manera que la velocidad me tiene que dar constante y la aceleración cero. ( → Están bien ).

Vamos a la verificación de la 1<sup>ra</sup> ecuación.

Si esta ecuación estuviera bien planteada, reemplazando  $t$  por  $8 \text{ hs}$  ( $= t_0$ ), la posición me tendría que dar  $400 \text{ Km}$  ( $= x_0$ ). Veamos si da:

$$x = 400 \text{ Km} + 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} (t - 8 \text{ hs})$$

$$x = 400 \text{ Km} + 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \underbrace{(8 \text{ hs} - 8 \text{ hs})}_0$$

$$\rightarrow \underline{X = 400 \text{ Km}} \text{ ( Dió bien ).}$$

Vamos ahora a la posición final. Para  $t = 11 \text{ hs}$  la posición me tiene que dar  $x = 700 \text{ Km}$ . Otra vez reemplazo  $t_{\text{cero}}$  por  $11 \text{ hs}$ . Hago la cuenta a ver que da.

$$X = 400 \text{ Km} + 100 \text{ Km/h} ( t - 8 \text{ hs} )$$

$$X = 400 \text{ Km} + 100 \text{ Km/h} ( 11 \text{ hs} - 8 \text{ hs} )$$

$$\rightarrow \underline{X = 700 \text{ Km}} \text{ ( Dió bien ).}$$

c)- Calcular la posición a las 9 hs y a las 10 hs.

Hago lo mismo que lo que hice recién, pero reemplazando  $t$  por 9 hs y por 10 hs:

$$x = 400 \text{ Km} + 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \underbrace{( 9 \text{ hs} - 8 \text{ hs} )}_{1 \text{ h}}$$

$$\Rightarrow x_{(9 \text{ hs})} = 500 \text{ Km} \quad \leftarrow \text{ Posición a las 9 hs.}$$

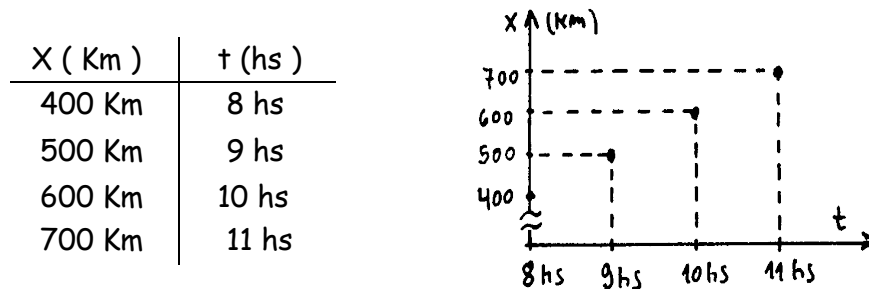
Para  $t = 10 \text{ hs}$  :

$$x_{(10 \text{ hs})} = 400 \text{ Km} + 100 \frac{\text{Km}}{\text{h}} \underbrace{( 10 \text{ hs} - 8 \text{ hs} )}_{2 \text{ hs}}$$

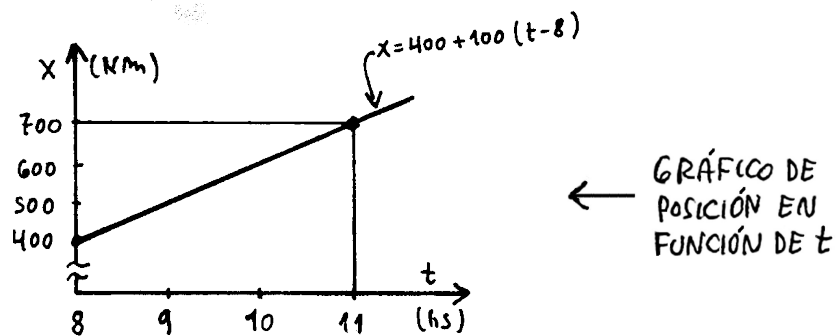
$$\Rightarrow x_{(10\text{hs})} = 600 \text{ Km} \quad \leftarrow \text{Posición a las 10 hs}$$

d) - Dibujar los gráficos  $x = x(t)$ ,  $v = v(t)$  y  $a = a(t)$ .

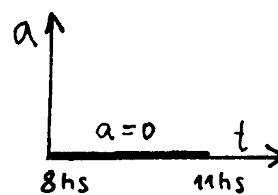
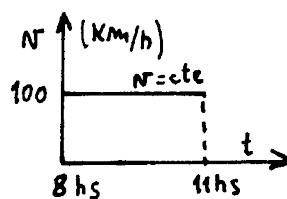
El gráfico más complicado de hacer es el de posición en función del tiempo. Con lo que calculé antes puedo armar una tabla y represento estos puntos en el gráfico Posición - tiempo :



En realidad no hacía falta tomar tantos puntos. Con 2 hubiera sido suficiente ( Porque es una recta ). Finalmente el gráfico posición en función del tiempo  $X(t)$  queda así :

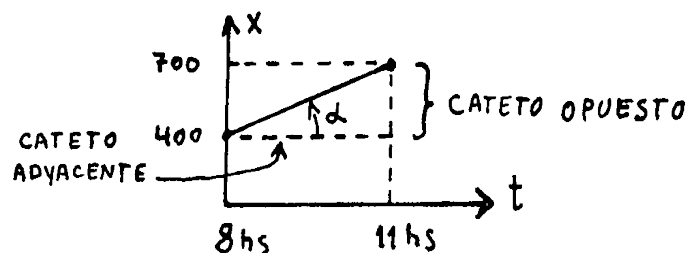


Los otros 2 gráficos quedarían así  $\Rightarrow$



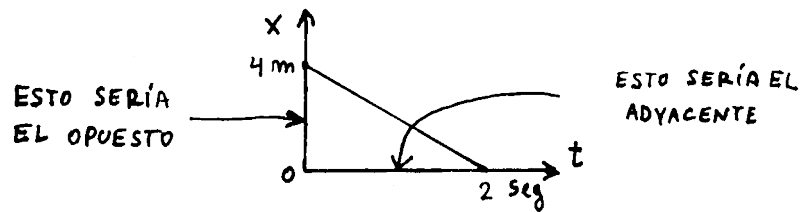
$\leftarrow$  GRÁFICOS DE VELOCIDAD Y ACCELERACIÓN EN FUNCIÓN DE t.

Por último me gustaría verificar que la pendiente del gráfico de posición en función del tiempo es la velocidad del movimiento. Veamos si verifica :



Fijate bien cómo consideré los catetos opuesto y adyacente. Siempre el cateto

opuesto tiene que ser el espacio recorrido ( $\Delta x$ ) y siempre el cateto adyacente tiene que ser el tiempo empleado ( $\Delta t$ ). Por ejemplo, si la recta estuviera yendo para abajo en vez de para arriba:



Este sería el caso de una cosa que tiene velocidad negativa. (= está yendo para atrás). Para la verificación de la pendiente hago esto:

$$\text{pendiente} = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

$$\text{pend.} = \frac{700\text{Km} - 400\text{Km}}{11\text{hs} - 8\text{hs}}$$

$$\text{pend.} = 100 \text{ Km/h} \quad \leftarrow \text{Dio bien.}$$

## VELOCIDAD MEDIA

← VER ESTO

Cuando uno viaja, no va todo el tiempo a la misma velocidad. Va más rápido, más despacio, frena, para a tomar mate y demás. Entonces no se puede hablar de "velocidad" porque  $V$  no es constante. Para tener una idea de la rapidez del movimiento, lo que se hace es trabajar con la VELOCIDAD MEDIA. Si un tipo va de un lugar a otro pero no viaja con velocidad constante, su velocidad media se calcula así:

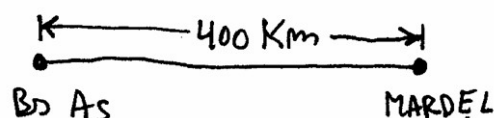
$$V_{\text{MEDIA}} = \frac{\text{DISTANCIA TOTAL RECORIDA}}{\text{TIEMPO TOTAL EMPLEADO}} \quad \leftarrow \text{VELOCIDAD MEDIA}$$

¿ Para qué se calcula la velocidad media ? ¿ Qué significa calcular la velocidad media ?

Rta: La velocidad media es la velocidad CONSTANTE que tendría que tener el móvil para recorrer la misma distancia en el mismo tiempo. Vamos a un ejemplo:

UN SEÑOR VA DE BUENOS AIRES A MAR DEL PLATA (  $D = 400 \text{ KM}$  ). LOS 1ros 300 Km LOS RECORRE EN 3 hs Y MEDIA. DESPUÉS SE DETIENE A DESCANSAR MEDIA HORA Y POR ÚLTIMO RECORRE LOS ÚLTIMOS 100 Km EN 1 HORA. CALCULAR SU VELOCIDAD MEDIA. HACER LOS GRÁFICOS DE POSICIÓN Y VELOCIDAD EN FUNCIÓN DEL TIEMPO

Hagamos un dibujito



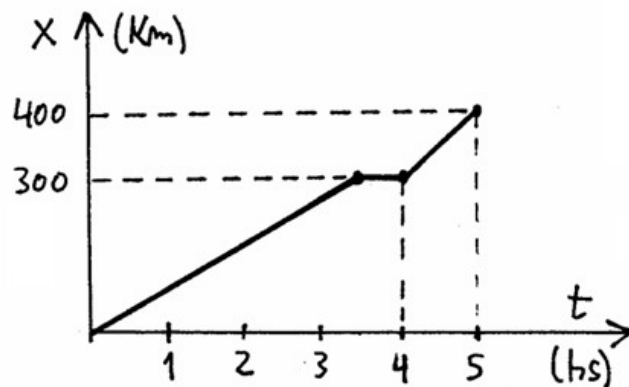


La distancia total recorrida es 400 km. El tiempo total que tardó va a ser 3,5 hs + 0,5 hs + 1 h. Entonces su velocidad media va a ser:

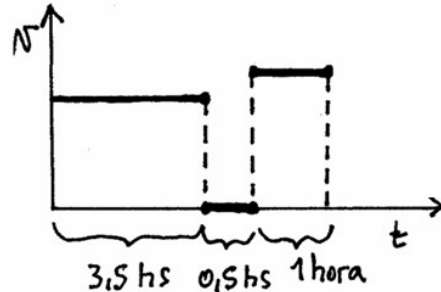
$$v_m = \frac{400 \text{ Km}}{3,5 \text{ hs} + 0,5 \text{ hs} + 1 \text{ h}}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_m = 80 \frac{\text{Km}}{\text{h}}} \leftarrow \text{VELOCIDAD MEDIA}$$

Si el tipo fuera todo el tiempo a 80 km/h, llegaría a Mar del Plata en 5 hs. Podés ver también este significado mirando los gráficos de posición y velocidad.

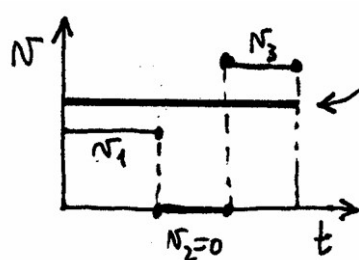


← GRÁFICO DE POSICIÓN

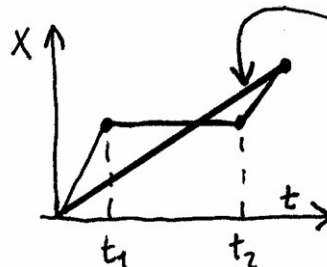


← GRÁFICO DE VELOCIDAD

Ahora fijate el significado hacer los gráficos con la velocidad media:



←  $v_m = \text{cte}$



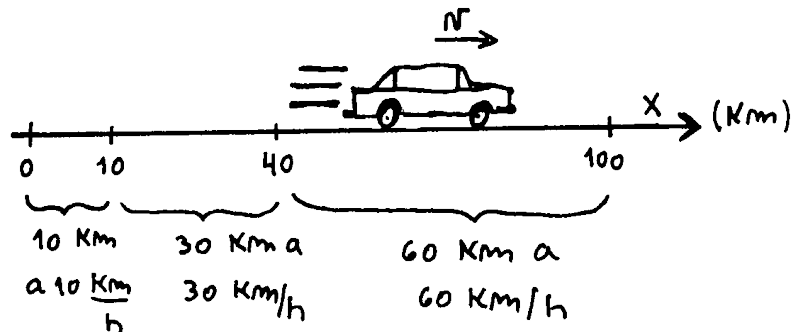
ESTE SERÍA EL GRÁFICO SI EL TIPO HUBIERA IDO CON VELOCIDAD CONSTANTE

## OTRO EJEMPLO DE VELOCIDAD MEDIA

Un señor tiene que recorrer un camino que tiene 100 Km. Los primeros 10 Km los recorre a 10 Km/h. Después recorre 30 Km a 30 Km por hora. Y, por último, recorre los 60 Km finales a 60 Km/h.

- a)- ¿ Qué tiempo tardó en recorrer los 100 Km ?
- b)- ¿ A qué velocidad constante tendría que haber ido para recorrer los 100 Km en el mismo tiempo ?
- c)- Dibujar los gráficos:  $x(t)$ ,  $v(t)$  y  $a(t)$ .

Hago un esquema de lo que plantea el problema:



Me fijo que tiempo tardó en recorrer cada tramo. Como  $V$  era  $\Delta x / \Delta t$ , entonces  $\Delta t = \Delta x / v$ . Entonces calculo el tiempo que tardó en cada tramo :

$$\Delta t_1 = \frac{10 \text{ Km}}{10 \text{ Km/h}} = 1 \text{ h}$$

$$\Delta t_2 = \frac{30 \text{ Km}}{30 \text{ Km/h}} = 1 \text{ h}$$

$$\Delta t_3 = \frac{60 \text{ Km}}{60 \text{ Km/h}} = 1 \text{ h}$$

El tiempo total que va a tardar va a ser la suma de estos 3 tiempos. Es decir:

$$\Delta t_{\text{total}} = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$$

$$\Delta t_{\text{total}} = 3 \text{ hs.}$$

Por lo tanto tarda 3 hs en recorrer los 100 Km.

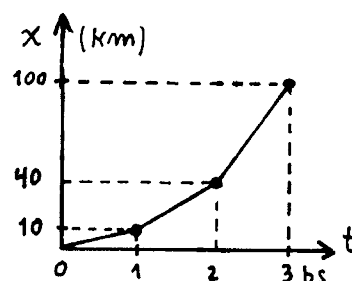
- b) La velocidad constante a la que tuvo que haber ido para recorrer la misma distancia en el mismo tiempo es justamente la **velocidad media**. Entonces:

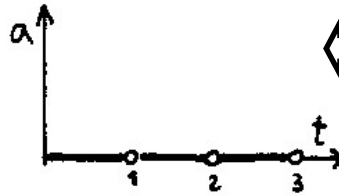
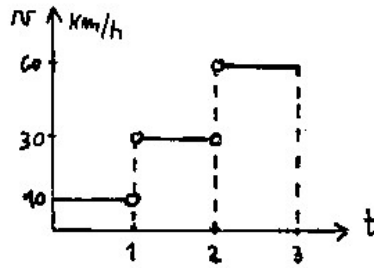
$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{100 \text{ Km}}{3 \text{ hs}}$$

$$\Rightarrow \underline{V_{\text{MEDIA}} = 33,33 \text{ Km/h}} \leftarrow \text{Velocidad media}$$

- c) Fijate como quedan los gráficos:

GRÁFICO DE POSICIÓN →



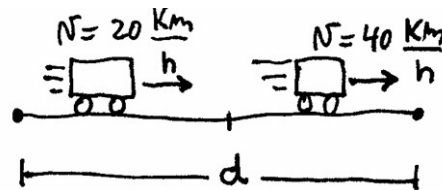


GRÁFICOS DE VELOCIDAD Y DE ACELERACIÓN

Lo que quiero que veas es cómo en el primer gráfico las rectas se van inclinando más y más hacia arriba a medida que aumenta la velocidad. Más aumenta la velocidad, más aumenta la pendiente. Esto no es casualidad. La pendiente de la recta en el gráfico  $x(t)$  es justamente la velocidad. Por eso, al aumentar la velocidad, aumenta la inclinación. Esto es algo importante que tenés que saber. Otra cosa: Fijate que la velocidad media **NO ES** el promedio de las velocidades.

### PROBLEMA PARA PENSAR

UN AUTO RECORRE LA MITAD DE UN CAMINO A 20 km/h Y LA OTRA MITAD A 40 km/h. ¿CUÁL ES SU VELOCIDAD MEDIA ?



RECORRE CADA MITAD DEL CAMINO A DISTINTA VELOCIDAD

Rta:  $V_{MEDIA} = 26,66 \text{ Km/h}$

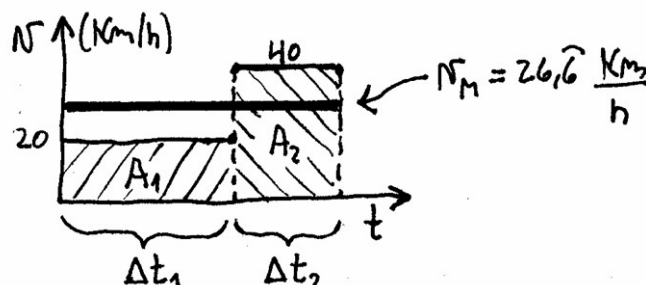
Otra vez : Fijate que la velocidad media **NO ES** el promedio de las velocidades.

Pregunta: ¿ Por qué la velocidad media dió más cerca de 20 km/h que de 40 km/h ?

**Ayudita 1:** En este problema la distancia total no es dato. En realidad esa distancia no se necesita para resolver el problema. Entonces, como no la conocés, llamala "d". ( Cada mitad será  $d/2$  ). Hacé las cuentas trabajando con letras y vas a ver que da.

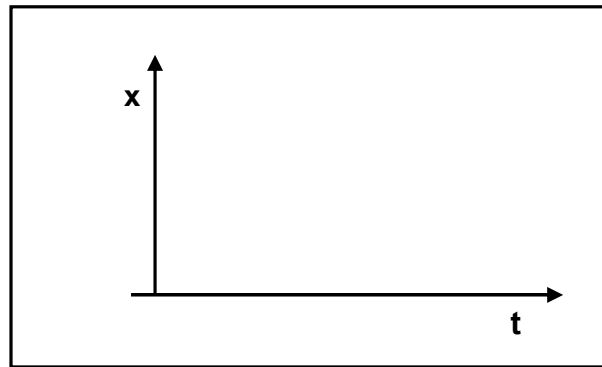
**Ayudita 2 :** La velocidad media no depende de cuál sea el valor de la distancia d. Si el problema no te sale trabajando con letras, dale un valor cualquiera a d. Por ejemplo, 100 km. Calculá el tiempo que tardó en recorrer cada mitad ( = 50 km ) y calculá la velocidad media. Si resolvés el problema te va a dar  $V_{MEDIA} = 26,66 \text{ Km/h}$ .

Fijate como dá el gráfico de velocidad hecho en forma cualitativa. ( Cualitativa = Sin dar valores exactos ). Fijate que  $\Delta t_1$  no vale lo mismo que  $\Delta t_2$ .



Si pensás un poco, te vas a dar cuenta de que el área debajo de la raya gruesa va a dar el espacio total recorrido. Y esa área tendrá que ser igual a la suma de las áreas  $A_1$  y  $A_2$ .

**Pregunta:** ¿serías capaz de hacer el gráfico de posición en función del tiempo? Tomá, acá te dejo el lugar para que lo pongas.



← GRÁFICO DE POSICIÓN

### MRU - Aclaración final :

El tema de MRU no es muy tomado en los parciales. A veces aparece algún problema de velocidad media. Pero no mucho más que eso. Sin embargo, hay que saber MRU para entender toooooodo lo que sigue. (= MRUV, Caída Libre, Tiro Vertical, etc). Si te parece que no entendés Movimiento variado o Caída Libre o Tiro Vertical, atención, es probable que el problema esté en que no captaste del todo MRU.

Pero otra cosa, si bien no se toma, es bueno saber MRU. Es uno de los temas de física que más se aplica en la vida diaria. Cuando ellos calculan el retroceso de un glaciar debido al calentamiento global, usan MRU. Cuando calculan cuánto tiempo va a tardar en llegar la ola de un Tsunami, usan MRU. Cuando vos calculás cuanto vas a tardar en llegar a tu casa sabiendo que vas a 60 por hora, usás MRU.

¿Querés saber cuánto va a tardar una vela en consumirse? → MRU

¿Querés saber cuánto va a tardar el viaje a Marte? → MRU

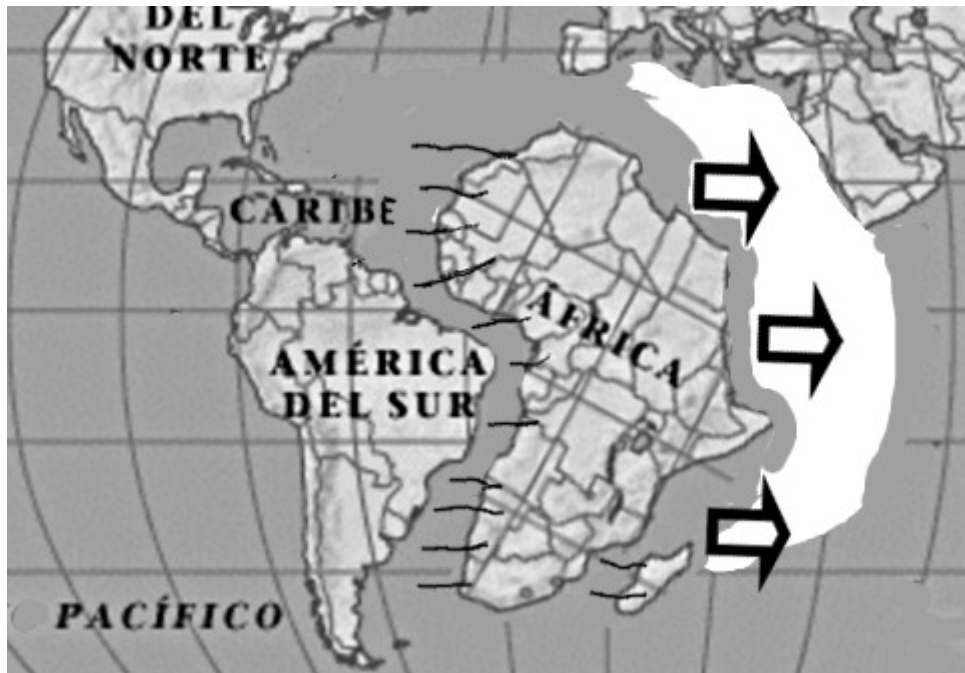
Usando MRU se pueden calcular velocidades de todo tipo. Tanto sea la rapidez con que se mueve un asteroide, como la velocidad de crecimiento de los árboles, de las uñas, del pelo o de lo que sea.

### HASTA QUE CHOQUE CHINA CON AFRICA

Vamos a un ejemplo concreto. Vos sabés que los continentes se mueven. Al principio estaban todos juntos y después se fueron separando a medida que pasaron los millones de años.

Entonces pensá esto: La velocidad de deriva continental de África alejándose de

América es de unos 5 cm por año. ¿ Cuánto se ha movido el continente africano en los últimos 100 millones de años ?



Sugerencia: Primero tirá un número a ojo y después hacé la cuenta.

---

FIN TEORÍA DE MRU