

Fundación Universitaria Konrad Lorenz

PROJECT MATHEMATICAL MODELING

MODELACIÓN Y SIMULACIÓN I

2025-I

Profesor: Julian Orlando Jimenez Cardenas

Briam Alexander Palma Murillo - 614232005
Gabriela Castañeda Monroy- 614232709

Marzo de 2025

1 Requisitos de Datos

1.1 Simple thermodynamic model of thermostats for a liquid into a tank: an analytical approach

- <https://0310a08hk-y-https-link-springer-com.konrad.metaproxy.org/article/10.1007/s10665-024-10416-5>
- Imagen de referencia:

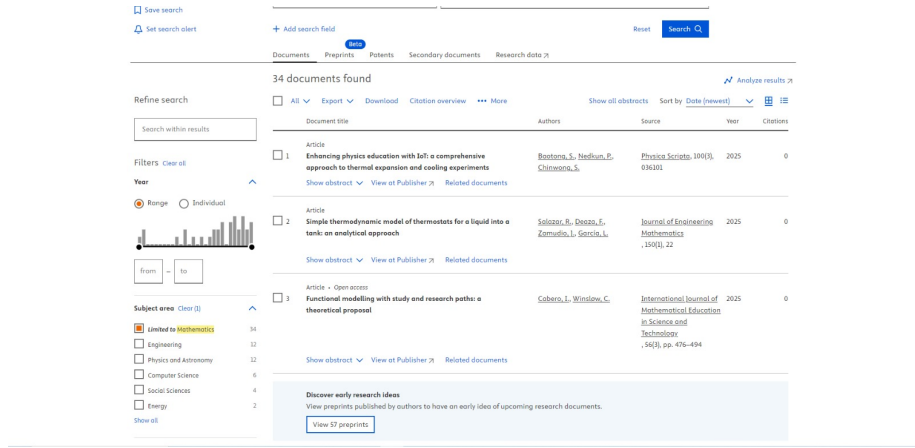


Figure 1: Descripción de la imagen

1.2 Descripción de los Datos

- $T(t)$: Temperatura del fluido en el tanque.
- T_{env} : Temperatura del ambiente.
- $T'(t)$: Temperatura de la resistencia calefactora.
- κ_1 : Coeficiente de transferencia de calor entre el fluido y el ambiente.
- κ_2 : Coeficiente de transferencia de calor entre la resistencia y el fluido.
- S_1 : Área de contacto térmico entre el fluido y el ambiente.
- S_2 : Área de contacto térmico entre la resistencia y el fluido.
- **Tiempo característico de enfriamiento del fluido hacia el ambiente:**

$$\tau_1 = \frac{c_f m_f}{\kappa_1 S_1} \quad (1)$$

- **Tiempo característico de transferencia de calor de la resistencia al fluido:**

$$\tau_2 = \frac{m_f c_f}{\kappa_2 S_2} \quad (2)$$

Estos valores se utilizan en las ecuaciones diferenciales del modelo para describir la disipación de calor en el sistema según la Ley de Enfriamiento de Newton.

2 Enfoque Matemático

2.1 Ley de Enfriamiento de Newton

La tasa de cambio de la temperatura del café se modela mediante la ecuación diferencial:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{\text{ambiente}})$$

donde:

- $T(t)$: Temperatura del café en el instante t (en °C).
- T_{ambiente} : Temperatura ambiente constante.
- k : Constante de enfriamiento (en s^{-1}).

La solución analítica de la ecuación es:

$$T(t) = T_{\text{ambiente}} + (T_0 - T_{\text{ambiente}})e^{-kt}$$

2.2 Justificación del Método

- La Ley de Newton es ideal para establecer con que rapidez se enfria un objeto respecto a la temperatura del ambiente y la temperatura con la que inicia el objeto.

2.3 Suposiciones del Metodo

- La temperatura ambiente permanece constante.
- No hay pérdida de calor por evaporación o convección forzada.
- La constante k dependera del material y la forma de la taza pero se va a ajustar a un valor de 0.1

3 Plan de Implementación

3.1 Herramientas

- Uso de las librerías `numpy` y `matplotlib.pyplot`.
- Por medio de Jupyter Notebook.

3.2 Pasos Clave

1. **Definir parámetros:** T_0 , T_{ambiente} , k .
2. **Generar datos teóricos:** Usar la solución analítica para calcular $T(t)$.
3. **Visualización:** Graficar $T(t)$ vs t para un intervalo de 60 minutos.
4. **Validación:** Comparar la curva teórica con datos experimentales (si se dispone de ellos).

4 Resultados Esperados

- Determinar el tiempo para que el café alcance $60^\circ C$ (apto para consumo).
- Evaluar cómo cambios en k afectan la velocidad de enfriamiento.
- Se espera obtener una curva de enfriamiento que muestre cómo la temperatura del café disminuye con el tiempo.