Fundación Universitaria Konrad Lorenz

Project Mathematical Modeling

Modelación y Simulación I

2025-I

Profesor: Julian Orlando Jimenez Cardenas

Briam Alexander Palma Murillo - 614232005 Gabriela Castañeda Monroy- 614232709

Marzo de 2025

1 Requisitos de Datos

1.1 Simple thermodynamic model of thermostats for a liquid into a tank: an analytical approach

- Salazar, R., Deaza, F., Zamudio, J., & García, L. (2025). Simple thermodynamic model of thermostats for a liquid into a tank: an analytical approach. Journal of Engineering Mathematics, 150 (22). https://doi.org/10.1007/s10665-024-10416-5
- Imagen de referencia:

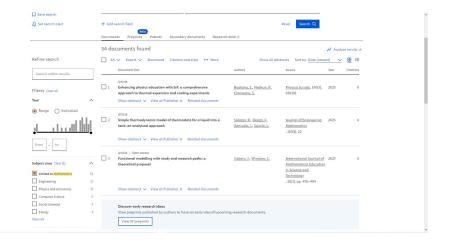


Figure 1: Descripción de la imagen

1.2 Descripción de los Datos

- T(t): Temperatura del fluido en el tanque.
- T_{env} : Temperatura del ambiente.
- T'(t): Temperatura de la resistencia calefactora.
- κ_1 : Coeficiente de transferencia de calor entre el fluido y el ambiente.
- κ_2 : Coeficiente de transferencia de calor entre la resistencia y el fluido.
- S_1 : Área de contacto térmico entre el fluido y el ambiente.
- S_2 : Área de contacto térmico entre la resistencia y el fluido.
- Tiempo característico de enfriamiento del fluido hacia el ambiente:

$$\tau_1 = \frac{c_f m_f}{\kappa_1 S_1} \tag{1}$$

• Tiempo característico de transferencia de calor de la resistencia al fluido:

$$\tau_2 = \frac{m_f c_f}{\kappa_2 S_2} \tag{2}$$

Estos valores se utilizan en las ecuaciones diferenciales del modelo para describir la disipación de calor en el sistema según la Ley de Enfriamiento de Newton.

2 Enfoque Matemático

2.1 Ley de Enfriamiento de Newton

La tasa de cambio de la temperatura del café se modela mediante la ecuación diferencial:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{\rm ambiente})$$

donde:

- T(t): Temperatura del café en el instante t (en °C).
- T_{ambiente} : Temperatura ambiente constante.
- k: Constante de enfriamiento (en s^{-1}).

La solución analítica de la ecuación es:

$$T(t) = T_{\text{ambiente}} + (T_0 - T_{\text{ambiente}})e^{-kt}$$

2.2 Justificación del Método

• La Ley de Newton es ideal para establecer con que rapidez se enfria un objeto respecto a la temperatura del ambiente y la temperatura con la que inica el objeto.

2.3 Suposiciones del Metodo

- La temperatura ambiente permanece constante.
- No hay pérdida de calor por evaporación o convección forzada.
- \bullet La constante k dependera del material y la forma de la taza pero se va a ajustar a un valor de 0.1

3 Plan de Implementación

3.1 Herramientas

- Uso de las librerías numpy y matplotlib.pyplot.
- Por medio de Jupyter Notebook.

3.2 Pasos Clave

- 1. Definir parámetros: T_0 , T_{ambiente} , k.
- 2. Generar datos teóricos: Usar la solución analítica para calcular T(t).
- 3. Visualización: Graficar T(t) vs t para un intervalo de 60 minutos.
- 4. **Validación**: Comparar la curva teórica con datos experimentales (si se dispone de ellos).

4 Resultados Esperados

- Determinar el tiempo para que el café alcance $60^{\circ}C$ (apto para consumo).
- $\bullet\,$ Evaluar cómo cambios en k afectan la velocidad de enfriamiento.
- Se espera obtener una curva de enfriamiento que muestre cómo la temperatura del café disminuye con el tiempo.