

臺中區國立高級中學 103 學年度 大學入學第三次指定科目聯合模擬考

數學甲

考試日期：104 年 3 月 4~5 日

— 作答注意事項 —

考試時間：80 分鐘

作答方式：• 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦

擦拭，切勿使用修正液（帶）。

• 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，
可以使用修正液（帶）。

• 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水
的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果
由考生自行承擔。

• 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，

考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫

記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{(18)}{(19)}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\frac{\square}{\square}$ 與第 19 列的 $\frac{\square}{\square}$ 畫記，如：

18	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\blacksquare}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{+}{\square}$
19	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\blacksquare}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{+}{\square}$

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{(20)(21)}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答

案卡的第 20 列的 $\frac{\square}{\square}$ 與第 21 列的 $\frac{\square}{\square}$ 畫記，如：

20	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\blacksquare}$	$\frac{+}{\square}$
21	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\blacksquare}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{+}{\square}$

第壹部分：選擇題(單選題、多選題及選填題共占 76 分)

一、單選題(占 24 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 若 \vec{a} 在 \vec{b} 上的正射影為 $-3\vec{b}$ ，且 $|\vec{a}-\vec{b}|=5|\vec{b}|$ ，則 \vec{a} 與 \vec{b} 的夾角餘弦值為？

- (1) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$
- (2) $-\frac{3}{\sqrt{30}}$
- (3) 0
- (4) $\frac{3}{\sqrt{30}}$
- (5) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

2. 已知 \overline{AB} 為圓 $C: x^2 + y^2 = 100$ 上長度為 12 的弦，若 \overleftrightarrow{AB} 為斜率 $\frac{4}{3}$ 且不通過第四象限的直線，則 \overline{AB} 上的格子點有幾個？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

3. 小明將 15 張規格一樣的卡片，分別編上 1 號、2 號、3 號、……14 號、15 號，然後放到袋子裡充分混合。請問小明從袋子裡隨機抽出三張卡片，這三張卡片上的編號數字能形成等差數列的機率為何？

(1) $\frac{7}{390}$

(2) $\frac{1}{35}$

(3) $\frac{7}{65}$

(4) $\frac{1}{5}$

(5) $\frac{7}{13}$

4. 設 $O(0,0,0)$ 、 $P(2,1,-2)$ 、 $Q(2,-3,6)$ 為空間坐標系中的三個點。若 $\overrightarrow{OR} = t\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$ 平分 $\angle POQ$ ，則 t 之值為何？

(1) $\frac{2}{3}$

(2) $\frac{5}{3}$

(3) 2

(4) $\frac{7}{3}$

(5) 3

二、多選題（占40分）

說明：第5題至第9題，每題有5個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得8分；答錯1個選項者，得4.8分；答錯2個選項者，得1.6分；答錯多於2個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = \sqrt{3}$ ， $\angle A = \frac{\pi}{3}$ ， \overline{BC} 上的高為 $\frac{1}{2}$ ，則：
- (1) $\triangle ABC$ 的外接圓直徑為 1
 - (2) $\overline{AB} \times \overline{AC} = 1$
 - (3) $\overline{AB} + \overline{AC} = 6$
 - (4) \overline{BC} 上的中線長為 $\frac{\sqrt{5}}{2}$
 - (5) $\overline{AB} \cos B + \overline{AC} \cos C = \sqrt{3}$
6. 設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 為整係數多項式，且 $f(x) = 0$ 的三根皆為有理數。已知 $f(\sqrt{3}) < 0$ ， $f(\sqrt{6}) > 0$ ， $f(\pi) < 0$ ， $f(\sqrt{19}) > 0$ 。則下列敘述哪些正確？（註： π 為圓周率）
- (1) $f(x) = 0$ 至少有兩個正實根
 - (2) \sqrt{a} 之值為 3
 - (3) b 有四個正因數
 - (4) c 之值為 24
 - (5) $a + b + c = -7$

7. 已知 a 、 b 、 c 、 d 四數皆為實數。若不等式 $|ax+3| \leq b$ 的解為 $-1 \leq x \leq 4$ ，且不等式 $|cx+4| > d$ 的解為 $x < -1$ 或 $x > 5$ 。則下列敘述哪些正確？

- (1) $a \times c > 0$
- (2) $\frac{b}{d} < 1$
- (3) $a^b > c^d$
- (4) $b^a > d^c$
- (5) $a+b+c+d=7$

8. 設 A 為二階方陣，而且 $O(0,0)$ 、 $P(1,0)$ 、 $Q(1,1)$ 、 $R(0,1)$ 、 $P'(-1,-2)$ 、 $Q'(-1,-1)$ 為坐標平面上的六個點。若正方形 $OPQR$ 經過 A 的變換，變為平行四邊形 $OP'Q'R$ 。則下列敘述哪些正確？

- (1) A 為轉移矩陣
- (2) A 的反方陣存在
- (3) $5A+7I_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -10 & 12 \end{bmatrix}$
- (4) $A^{10} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1024 & 1 \end{bmatrix}$
- (5) 點 $S(6,8)$ 若經過 A 的變換，會映到點 $S'(-6,-4)$

9. 擲一個公正的骰子。在丟擲過程中，小於 3 點第一次出現時可得獎金 1 元，小於 3 點第二次出現時可再得獎金 2 元，小於 3 點第三次出現時可再得獎金 3 元，……以此類推。試問下列哪些選項是正確的？

- (1) 若投擲骰子兩次，則累積得到獎金 1 元的機率為 $\frac{4}{9}$
- (2) 若投擲骰子三次，則累積獎金的期望值為 1 元
- (3) 若投擲骰子六次，則在第六次擲骰子時出現小於 3 點，且累積得到獎金 6 元的機率為 $\frac{80}{729}$
- (4) 若投擲骰子八次，則累積得到獎金 2 元的機率為 $28(\frac{1}{3})^2(\frac{2}{3})^6$
- (5) 若投擲骰子十次，則累積獎金少於 6 元的機率為 $\sum_{k=0}^2 C_k^{10} (\frac{1}{3})^k (\frac{2}{3})^{10-k}$

三、選填題（占 12 分）

說明：1. 第 A 題與第 B 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號(10~18)。

2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 試求內接於單位圓的正七邊形之所有對角線與所有邊長的總乘積為 $\frac{\textcircled{11}}{\textcircled{10} \textcircled{12}}$ 。
- (提示：令 $\omega = \cos \frac{2}{7}\pi + i \sin \frac{2}{7}\pi$ ，可假設正七邊形的七個頂點為複數平面上的 1、 ω 、 ω^2 、 ω^3 、 ω^4 、 ω^5 、 ω^6 七個點來求出本題。)

- B. 已知 $10^{2.5328} \div 341$ ， $10^{1.5340} \div 34.2$ 。若 $\log x = -1.4670$ ，請計算 x 至小數點後第六位，利用四捨五入法取到小數點後第五位，得 x 之近似值為 $\textcircled{13}.\textcircled{14}\textcircled{15}\textcircled{16}\textcircled{17}\textcircled{18}$ 。

第貳部分：非選擇題(占 24 分)

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至給零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、設空間中兩直線 $L_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+5}{2}$ 與 $L_2: \frac{x-5}{3} = \frac{y+7}{-6} = \frac{z-1}{-2}$

- (1) 若平面 E 為包含直線 L_1 且和直線 L_2 平行的平面，試求平面 E 的方程式。(5 分)
- (2) 兩直線 L_1 與 L_2 的最短距離為何？(5 分)

二、已知二階方陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ 。

- (1) 試求 $B^{-1}AB = ?$ (4 分)
- (2) 試求 $A^{n-1} = ?$ (5 分)
- (3) 若 $\langle a_n \rangle$ 為一數列， $a_1 = a_2 = 1$ ；而且對所有的自然數 n 而言，矩陣 $K_n = \begin{bmatrix} a_{n+1} \\ a_n \end{bmatrix}$ 以及 $K_{n+1} = AK_n$ 皆成立。試求數列 $\langle a_n \rangle$ 的一般項 $a_n = ?$ (5 分)
- (註：(2)和(3)的答案皆請用 n 表示)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	3	3	4	245	135	1245	235	135	7	7	2	0	0	3
16	17	18												
4	1	2												

第壹部分：選擇題

一、單選題

- $\because \vec{a} + 3\vec{b} \perp \vec{b}, \therefore (\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -3|\vec{b}|^2$
 又 $25|\vec{b}|^2 = |\vec{a} - \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 \Rightarrow |\vec{a}| = 3\sqrt{2}|\vec{b}|$
 又 $|\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta = -3|\vec{b}|^2, \therefore \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
- 設直線 $AB: y = \frac{4}{3}x + k$ ，又圓心到 \overline{AB} 的距離為 8
 $\therefore \frac{|3k|}{5} = 8 \Rightarrow k = \pm \frac{40}{3}$ (因直線 AB 不過第四象限故取 +)
 所以直線 AB 的參數式為 $\begin{cases} x = -10 + 3t \\ y = 4t \end{cases}, t \in R$ ，又 \overline{AB} 在圓內或圓周上
 $\therefore (-10 + 3t)^2 + (4t)^2 \leq 100 \Rightarrow 0 \leq t \leq \frac{12}{5}$ ，所以格子點有 3 個
- 設抽出的三數由小到大排序為 a, b, c ，只要 a 和 c 同為奇數或同為偶數，即符合題意要求
 故答案為 $\frac{C_2^8 + C_2^7}{C_3^{15}} = \frac{\frac{8 \times 7}{2 \times 1} + \frac{7 \times 6}{2 \times 1}}{\frac{15 \times 14 \times 13}{3 \times 2 \times 1}} = \frac{28 + 21}{5 \times 7 \times 13} = \frac{49}{5 \times 7 \times 13} = \frac{7}{65}$

故選(3)

- 若 $|\vec{OP}| = |\vec{OQ}|$ ，則以 \vec{OP} 與 \vec{OQ} 為兩鄰邊的平行四邊形為菱形，此時 \vec{OR} 平分 $\angle POQ$

如圖

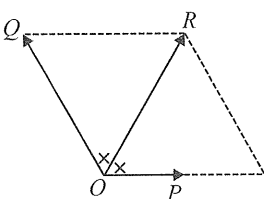
$$\vec{OP} = (2, 1, -2)$$

$$\Rightarrow |\vec{OP}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2} = 3$$

$$\vec{OQ} = (2, -3, 6) \Rightarrow |\vec{OQ}| = \sqrt{2^2 + (-3)^2 + 6^2} = 7$$

$$|\vec{OP}| = |\vec{OQ}|, t > 0 \text{ (如圖)}$$

$$\Rightarrow t|\vec{OP}| = |\vec{OQ}| \Rightarrow 3t = 7 \Rightarrow t = \frac{7}{3}$$



二、多選題

- $\frac{\overline{BC}}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sin \frac{\pi}{3}} = 2R \Rightarrow 2R = 2$
- $\frac{1}{2} \overline{AB} \times \overline{AC} \times \sin A = \frac{1}{2} \overline{BC} \times \text{高} \Rightarrow \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{\sqrt{3} \times \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$
- $3 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2\overline{AB} \times \overline{AC} \cos \frac{\pi}{3}$
 $\Rightarrow \overline{AB}^2 - \overline{AB} \times \overline{AC} + \overline{AC}^2 = 3$
 $\therefore \overline{AB}^2 + 2\overline{AB} \times \overline{AC} + \overline{AC}^2 = 6 \Rightarrow \overline{AB} + \overline{AC} = \sqrt{6}$
- 由(3)可知 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 4$

$$\text{由中線定理 } \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2 \left[\left(\frac{\overline{BC}}{2} \right)^2 + \text{中線長}^2 \right]$$

$$\therefore \text{中線長} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

(5) 由投影定理可知 $\overline{AB} \cos B + \overline{AC} \cos C = \overline{BC} = \sqrt{3}$
 故選(2)(4)(5)

- (步驟 1) 根據有理根的判別法，若有有理根 $\frac{q}{p}$ ，則 $p|1$ 且

$$q|c, \text{ 故 } \frac{q}{p} = \frac{c \text{ 的所有正負因數}}{\pm 1} = c \text{ 的所有正負因數} \Rightarrow \frac{q}{p} \text{ 必}$$

為整數，即得 3 根皆為整數根

(步驟 2) 再由勘根定理知 $(\sqrt{3}, \sqrt{6})$ 之間、 $(\sqrt{6}, \pi)$ 之間、 $(\pi, \sqrt{19})$ 之間皆各自「至少有一」實根，然而 $f(x) = 0$ 為三次方程式，至多就 3 個實根，所以前述「至少有一」就可改為「恰一」

(步驟 3) 因 $\sqrt{3} \div 1.7, \sqrt{6} \div 2.4, \pi \div 3.1, \sqrt{19} \div 4.4$ ，綜合(步驟 1)、(步驟 2)可得三個整數根，即為 2、3、4

(步驟 4) $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c = (x-2)(x-3)(x-4)$
 $= x^3 - 9x^2 + 26x - 24$ ，可得 $\begin{cases} a = -9 \\ b = 26 \\ c = -24 \end{cases}$ ，故選(1)(3)(5)

- (步驟 1) $\because -1 \leq x \leq 4 \Rightarrow -1 - m \leq x - m \leq 4 - m$

$$\text{(由 } -1 - m + 4 - m = 0 \text{ 可得 } m = \frac{3}{2})$$

$$\Rightarrow -\frac{5}{2} \leq x - \frac{3}{2} \leq \frac{5}{2} \Rightarrow \left| x - \frac{3}{2} \right| \leq \frac{5}{2} \Rightarrow |2x - 3| \leq 5$$

$$\Rightarrow |-2x + 3| \leq 5, \text{ 得 } a = -2, b = 5$$

(步驟 2) $\because x < -1$ 或 $x > 5 \Rightarrow x - n < -1 - n$ 或 $x - n > 5 - n$

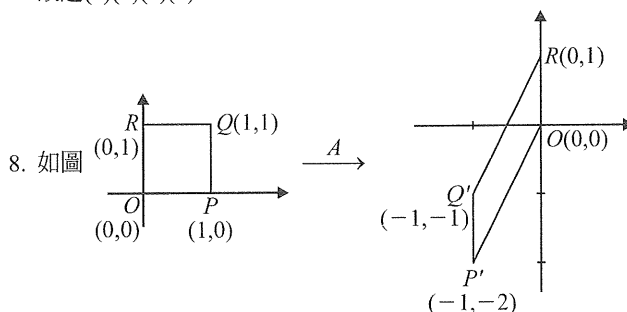
(由 $-1 - n + 5 - n = 0$ 可得 $n = 2$)

$$\Rightarrow x - 2 < -3 \text{ 或 } x - 2 > 3 \Rightarrow |x - 2| > 3 \Rightarrow |2x - 4| > 6$$

$$\Rightarrow |-2x + 4| > 6, \text{ 得 } c = -2, d = 6$$

$$\text{(步驟 3) 由 } \begin{cases} a = -2 \\ b = 5 \\ c = -2 \\ d = 6 \end{cases}$$

故選(1)(2)(4)(5)



可知先對 y 軸作鏡射變換(對應矩陣為 $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$), 再沿 y 軸推

移 x 坐標的 2 倍(對應矩陣為 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$)

$$\text{故得 } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

(1) \times : A 的第 1 行和為 $-3 \neq 1$

(2) \circ : $\det(A) = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$, 故 A 的反方陣存在

$$(3) \circ: 5A + 7I_2 = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ -10 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -10 & 12 \end{bmatrix}$$

$$(4) \times: \text{先求 } A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{故 } A^{10} = (A^2)^5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(5) \circ: \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -12+8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -4 \end{bmatrix}$$

故選(2)(3)(5)

$$9. (1) C_1^2 \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

(2)

累計獎金	0	1	3	6
機率	$C_0^3 \left(\frac{2}{3}\right)^3$	$C_1^3 \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^2$	$C_2^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^1$	$C_3^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3$
	$= \frac{8}{27}$	$= \frac{12}{27}$	$= \frac{6}{27}$	$= \frac{1}{27}$

$$\therefore \text{期望值} = 1 \times \frac{12}{27} + 3 \times \frac{6}{27} + 6 \times \frac{1}{27} = \frac{36}{27} = \frac{4}{3}$$

$$(3) C_2^5 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{80}{729}$$

(4) 得到獎金 2 元的機率為 0

$$(5) C_0^{10} \left(\frac{2}{3}\right)^{10} + C_1^{10} \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^9 + C_2^{10} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^8 = \sum_{k=0}^2 C_k^{10} \left(\frac{1}{3}\right)^k \left(\frac{2}{3}\right)^{10-k}$$

故選(1)(3)(5)

三、選填題

A. 內接於單位圓的正七邊形之七個頂點可設複數

$$A(1)、B(\omega)、C(\omega^2)、D(\omega^3)、E(\omega^4)、F(\omega^5)、G(\omega^6),$$

$$\text{其中 } \omega = \cos \frac{2\pi}{7} + i \sin \frac{2\pi}{7}$$

$$\text{則 } \overline{AB} \times \overline{AC} \times \overline{AD} \times \overline{AE} \times \overline{AF} \times \overline{AG}$$

$$= |(1-\omega)(1-\omega^2)(1-\omega^3)(1-\omega^4)(1-\omega^5)(1-\omega^6)| = 7$$

$$\therefore \text{所求為 } 7^{\frac{7}{2}}$$

$$B. \log 341 \div 2.5328 \Rightarrow \log 3.41 \div 0.5328$$

$$\log 34.2 \div 1.5340 \Rightarrow \log 3.42 \div 0.5340$$

$$\log x = -1.4670 = -2 + 0.5330 = -2 + \log a \Rightarrow \log a = 0.5330$$

$$\text{由內插法可得 } \frac{a-3.41}{3.42-3.41} = \frac{0.5330-0.5328}{0.5340-0.5328}$$

$$\Rightarrow \frac{a-3.41}{0.01} = \frac{0.0002}{0.0012} = \frac{1}{6}$$

$$\text{得 } a \div 3.41 + 0.00166 = 3.41166 \div 3.4117$$

$$\text{故 } x = 3.4117 \times 10^{-2} = 0.034117 \Rightarrow x \div 0.03412$$

第貳部分：非選擇題

一、答：(1) $2x+3y-6z-32=0$; (2) 7

詳解：

(1) 設 \vec{n} 為平面 E 的法向量，則

$$\vec{n} // \vec{L_1} \times \vec{L_2} = (3, 2, 2) \times (3, -6, -2)$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -6 & -2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -6 \end{vmatrix}$$

$$= (8, 12, -24) // (2, 3, -6) \text{ (2 分)}$$

又 E 包含直線 L_1 ，故 L_1 上任意點皆在 E 上，

找 $(1, 0, -5)$ 即可 (1 分)

$$\text{代點法式得 } 2(x-1)+3(y-0)-6(z+5)=0$$

$$\Rightarrow 2x+3y-6z-32=0 \text{ (2 分)}$$

(2) $d(L_1, L_2) = d(P, E)$ ， $P \in L_2$

故 P 點找 $(5, -7, 1)$ 即可 (1 分)

$$\text{所求} = \frac{|2 \times 5 + 3 \times (-7) - 6 \times 1 - 32|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + (-6)^2}} = \frac{49}{\sqrt{49}} = \frac{49}{7} = 7 \text{ (4 分)}$$

$$\text{二、答：(1) } \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}; (2) \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3^n - (-1)^n & 3^n + 3(-1)^n \\ 3^{n-1} + (-1)^n & 3^{n-1} + 3(-1)^{n-1} \end{bmatrix};$$

$$(3) \frac{3^{n-1} + (-1)^{n-1}}{2} = \frac{3^{n-1} - (-1)^n}{2} = \frac{3^{n-1} + (-1)^{n+1}}{2}$$

詳解：

$$(1) B^{-1}AB = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ (4 分)}$$

$$(2) \begin{bmatrix} 3^{n-1} & 0 \\ 0 & (-1)^{n-1} \end{bmatrix} = (B^{-1}AB)^{n-1} = B^{-1}A^{n-1}B$$

$$\therefore A^{n-1} = B \begin{bmatrix} 3^{n-1} & 0 \\ 0 & (-1)^{n-1} \end{bmatrix} B^{-1} \text{ (2 分)}$$

$$= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3^n - (-1)^n & 3^n + 3(-1)^n \\ 3^{n-1} + (-1)^n & 3^{n-1} + 3(-1)^{n-1} \end{bmatrix} \text{ (3 分) (四個元全對才給分)}$$

$$(3) K_n = \begin{bmatrix} a_{n+1} \\ a_n \end{bmatrix} = A^{n-1}K_1 = A^{n-1} \begin{bmatrix} a_2 \\ a_1 \end{bmatrix} \text{ (2 分)}$$

$$= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3^n - (-1)^n & 3^n + 3(-1)^n \\ 3^{n-1} + (-1)^n & 3^{n-1} + 3(-1)^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3^n + (-1)^n \\ 3^{n-1} - (-1)^n \end{bmatrix} \text{ (2 分)}$$

$$\therefore a_n = \frac{3^{n-1} + (-1)^{n-1}}{2} = \frac{3^{n-1} - (-1)^n}{2} = \frac{3^{n-1} + (-1)^{n+1}}{2} \text{ (1 分)}$$

(三種型式任一種皆給分)