臺北區 107 學年度第二學期
指定科目第二次模擬考試

數學甲

—作答注意事項—

考試範圍：第一～四冊全、選修數學甲全

考試時間：80 分鐘

作答方式：
- 選擇(填)題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。
- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液(帶)。
- 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
- 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A，B，C，……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\dfrac{⑱}{⑲}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\dfrac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的 3 與第 19 列的 8 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
18	□	□	■	□	□	□	□	□	□	□	□	□
19	□	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□

例：若第 C 題的答案格式是 $\dfrac{⑳㉑}{50}$ ，而答案是 $\dfrac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 − 與第 21 列的 7 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±
20	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	■	□
21	□	□	□	□	□	□	■	□	□	□	□	□

祝考試順利

99363403-27

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 76 分）

一、單選題（占 18 分）

> 說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知實係數函數 $f(x)$ 的圖形是由實係數函數 $g(x)=\cos x$ 的圖形經以下步驟變換得到：
一、先將 $g(x)$ 圖形上所有點的縱坐標伸長為原來的 3 倍(橫坐標不變)；
二、將所得到的圖形向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 單位長。
若 $0 \le x \le 2\pi$ 且最小值 $m \le f(x)+g(x) \le$ 最大值 M，求 $M-m=$？
(1) $\frac{\sqrt{10}}{2}$
(2) $\sqrt{10}$
(3) $\frac{3}{2}\sqrt{10}$
(4) $2\sqrt{10}$
(5) $3\sqrt{10}$

2. 設實係數函數 $f(x)=x^3+(a-1)x^2+ax$，若 $f(x)=-f(-x)$，則 $f(x)$ 在原點的切線方程式為下列何者？
(1) $y=\frac{1}{3}x$
(2) $y=-\frac{1}{3}x$
(3) $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x$
(4) $y=-\frac{1}{\sqrt{3}}x$
(5) $y=x$

3. 已知集合 $A=\{z \mid |z-2| \le |z| \le 2\}$，試求集合 A 在複數平面上所形成的圖形面積為何？
   (1) $\frac{2}{3}\pi+\sqrt{3}$
   (2) $\frac{4}{3}\pi$
   (3) $\frac{8}{3}\pi$
   (4) $\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$
   (5) $\frac{8}{3}-2\sqrt{3}$

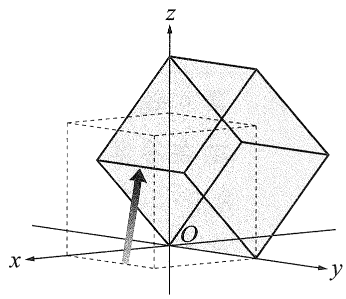
二、多選題（占 40 分）

說明：第 4 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 甲、乙兩人進行象棋比賽，約定先勝 3 局者獲得比賽的勝利，比賽隨即結束。除了第五局甲獲勝的機率為 $\frac{2}{3}$ 外，其餘每局比賽甲獲勝的機率都是 $\frac{1}{2}$。假設各局比賽結果互相獨立，則下列選項哪些正確？
   (1)甲以 3：0 獲勝的機率為 $\frac{1}{8}$
   (2)甲以 3：1 獲勝的機率為 $\frac{1}{16}$
   (3)甲以 3：2 獲勝的機率為 $\frac{1}{4}$
   (4)甲以 3：0 獲勝的機率＞甲以 3：1 獲勝的機率＞甲以 3：2 獲勝的機率
   (5)若比賽結果為 3：0 或 3：1，則勝方得 3 分，輸方得 0 分；若比賽結果為 3：2，則勝方得 2 分，輸方得 1 分，則甲獲勝時得分的期望值為 $\frac{23}{16}$ 分

5. 若 $\langle a_n \rangle$，$\langle b_n \rangle$ 為二數列，則下列敘述何者正確？
(1)若 $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n+b_n)$ 存在，則 $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n+b_n)=\lim\limits_{n\to\infty}a_n+\lim\limits_{n\to\infty}b_n$
(2)若 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$，則無窮級數 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收斂
(3)若 $\langle b_n \rangle=\left\langle \dfrac{\pi}{5} \right\rangle^n$，則無窮級數 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 收斂
(4)若 $\langle a_n \rangle$ 收斂到 0，則數列 $\langle a_n^2 \rangle$ 亦收斂到 0
(5)若 $\lim\limits_{n\to\infty}|b_n|=0$，則 $\lim\limits_{n\to\infty}b_n=0$

6. 如右圖在空間中有一個邊長為 1 的正立方體，它的長寬高分別在 x 軸、y 軸以及 z 軸上，若將此正立方體如右圖往 x 軸負向翻轉 45 度，產生新坐標系 x' 軸、y' 軸以及 z' 軸，則下列敘述何者正確？
(1)原坐標系中 z 軸變為新坐標系中的 $x'-z'=0$
(2)原坐標系中點 $(0, 1, 0)$ 仍然還是新坐標系中的點 $(0, 1, 0)$
(3)原坐標系中點 $(0, 0, 1)$ 變為新坐標系中的點 $(1, 0, 1)$
(4)原坐標系中 xy 平面變為新坐標系中 $x'+z'=0$
(5)原坐標系中 yz 平面變為新坐標系中 $x'-z'=0$



7. 若在坐標平面上繪製直線 $y=12x+a$ 與 $y=x^3$ 的圖形，則下列選項何者正確？
(1)當 $a=-25$ 時，兩圖形恰有 1 個交點
(2)當 $a=-3$ 時，兩圖形恰有 4 個交點
(3)當 $a=0$ 時，兩圖形恰有 3 個交點
(4)當 $a=16$ 時，兩圖形恰有 2 個交點
(5)當 $a=25$ 時，兩圖形恰有 2 個交點

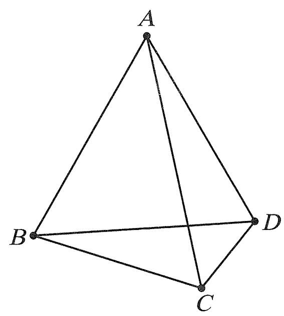
8. x，y 為正整數且 $x<y$，$\log x$ 的首數是 m，尾數是 a，$\log y$ 的首數是 n，尾數是 b，已知 $m^2+n^2=5$，$a+b=1$，則 x 可能之值為何？
(1) 10
(2) 25
(3) 32
(4) 40
(5) 80

三、選填題（占 18 分）

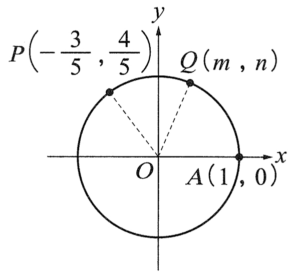
說明：1.第 A 至 C 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(9－16)。 2.每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 已知三次實係數函數 $f(x)$ 滿足 $f(0)=f\left(\frac{1}{2}\right)=f(1)=0$，$f(3)>0$，且 $f(x)$ 的圖形與 x 軸所圍成區域的面積為 $\frac{1}{16}$，則 $f(2)=$ ＿⑨＿。

B. 空間坐標中，如右圖，一四面體 $ABCD$ (此為示意圖)，其頂點坐標為 $A(-1,3,3)$、$B(1,3,4)$，$C(3,-5,-5)$，$D(2,2,7)$，則四面體 $ABCD$ 中，以 ABC 為底面時，高為 ＿$\sqrt{⑩}$＿。



C. 如右圖，已知 $A(1,0)$，$Q(m,n)$，$P\left(\dfrac{-3}{5},\dfrac{4}{5}\right)$ 均在單位圓上，



$\angle QOP=60^\circ$，試求點 Q 的 x 坐標 $m=$ $\dfrac{⑪⑫+⑬\sqrt{⑭}}{⑮⑯}$ 。

(化為最簡分數)

第貳部分：非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、某工廠的某產品裝箱包裝，每箱 200 件，每箱產品交貨前都會先進行檢驗，若檢驗為不合格品就會更換成合格品。檢驗時先從這箱產品中任取 20 件檢驗，再根據檢驗結果決定是否對剩下的所有產品做檢驗。設每件產品不合格機率均為 p $(0<p<1)$且各項產品是否為不合格互相獨立，試求：

(1) 若抽驗的 20 件產品中恰有 2 件為不合格品的機率為 $f(p)$，則當 $p=p_0$ 時，$f(p)$ 有最大值時，p_0 的值為何？(6 分)

(2) 承(1)，現對一箱產品抽檢 20 件後發現恰有 2 件為不合格品且以 p_0 為 p 的值。已知每件產品的檢驗費用為 2 元，若有不合格品進入客戶手中，則每件產品要賠償客戶 25 元。若不對剩下的產品做檢驗，將這一箱產品的檢驗費用和賠償費用的和記為隨機變數 X，試求期望值 $E(X)$。(4 分)

(3) 承(2)，若以隨機變數 X 的期望值做為決策依據，是否該對剩下的產品做檢驗？(2 分)

二、1973 年研發出原型手機 DynaTAC，據說當時在民間有一群設計師設計出一隻長方體原型機，開始設計成形時只有底面邊長為 9 *cm* 的正方形，設計師規劃正方形邊長每減少 x *cm*，$x>0$，高(從 0 公分開始增加)就增加 $2x$ *cm*，設計師希望能有最大體積放入最多的零件，則：

⑴ 設計出來的手機，正方形邊長與高分別為幾公分。(10 分)

⑵ 手機體積最大為多少立方公分。(2 分)

數學考科詳解

題號	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	
答案	(4)	(5)	(4)	(1)(3)(5)	(3)(4)(5)	(2)(4)(5)	(1)(3)(4)	(2)(4)(5)	

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. (4)

難易度：中

出處：選修數學甲(上)第二章〈三角函數〉

目標：三角函數疊合的性質

解析：由題意可推得 $f(x)=3\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=3\sin x$

$\therefore f(x)+g(x)=3\sin x+\cos x=\cos x+3\sin x$

$=\sqrt{10}\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\cos x+\frac{3}{\sqrt{10}}\sin x\right)=\sqrt{10}\sin(x+\theta)\left(\sin\theta=\frac{1}{\sqrt{10}}，\cos\theta=\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$

$\because -1\le\sin(x+\theta)\le 1\Rightarrow -\sqrt{10}\le\sqrt{10}\sin(x+\theta)\le\sqrt{10}$

$\therefore -\sqrt{10}\le f(x)+g(x)\le\sqrt{10}\Rightarrow M=\sqrt{10}$，$m=-\sqrt{10}\Rightarrow M-m=\sqrt{10}-(-\sqrt{10})=2\sqrt{10}$

故選(4)。

2. (5)

難易度：易

出處：選修數學甲(下)第二章〈多項式函數的微積分〉

目標：導函數的理解

解析：$\because f(x)=0$ 為奇函數　$\therefore a-1=0\Rightarrow a=1\Rightarrow f(x)=x^3+x$

$\therefore f'(x)=3x^2+1$，$f'(0)=1$，又 $f(x)=0$ 過原點　$\therefore$所求切線方程式為 $y=x$

故選(5)。

3. (4)

難易度：易

出處：選修數學甲(上)第二章〈三角函數〉、第三冊第二章〈直線與圓〉

目標：熟悉複數平面及線性規劃

解析：令 $z=x+yi$，x、$y\in R$

$|z|\le 2\Rightarrow\sqrt{x^2+y^2}\le 2\Rightarrow x^2+y^2\le 4$

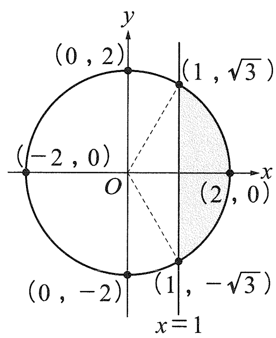
$\Rightarrow$ 其圖形為以 O 為圓心，半徑為 2 的圓及其內部

$|z-2|\le|z|\Rightarrow\sqrt{(x-2)^2+y^2}\le\sqrt{x^2+y^2}\Rightarrow x^2-4x+4+y^2\le x^2+y^2\Rightarrow x\ge 1$

交集圖形如右圖陰影部分

所求面積為 $\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot 2^2-\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot\sin 120^\circ=\frac{4\pi}{3}-\sqrt{3}$

故選(4)。



二、多選題

4. (1)(3)(5)

難易度：易

出處：第二冊第三章〈機率〉、選修數學甲(上)第一章〈機率統計〉

目標：二項分布、期望值的應用

解析：設隨機變數 X 表示甲進行的比賽局數，則 X 可能的值為 3，4，5

設 $P(X)$ 表示甲比賽 X 局獲勝的機率

(1) ○：$P(3)=C_3^3\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$

(2) ╳：__ __ __甲

$P(4)=C_2^3\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$

(3) 〇：＿ ＿ ＿ ＿甲

$$P(5)=C_2^4\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot\frac{2}{3}=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$$

(4) ╳：$\frac{1}{8}<\frac{3}{16}<\frac{1}{4}$

即甲以 3：0 獲勝的機率＜甲以 3：1 獲勝的機率＜甲以 3：2 獲勝的機率

(5) 〇：

甲獲勝時的得分	3	3	2
機率	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{4}$

甲獲勝時得分的期望值為 $E(X)=3\times\frac{1}{8}+3\times\frac{3}{16}+2\times\frac{1}{4}=\frac{3}{8}+\frac{9}{16}+\frac{1}{2}=\frac{23}{16}$ 分

故選(1)(3)(5)。

5. (3)(4)(5)

難易度：中

出處：選修數學甲(下)第一章〈極限與函數〉

目標：無窮數列的收斂與發散

解析：(1) ╳：設 $a_n=n$，$b_n=1-n$，則 $\lim\limits_{n\to\infty}(a_n+b_n)=1$，但 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n$，$\lim\limits_{n\to\infty}b_n$ 不存在

(2) ╳：設 $a_n=\frac{1}{n}$，則 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$，但 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ 發散

(3) 〇：$\because -1<\frac{\pi}{5}<1$　$\therefore \sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n$ 收斂

(4) 〇：當 n 足夠大時，則 $-1<a_n<1 \Rightarrow -1<0<a_n^2<1$，且 $a_n^2<|a_n|$

又 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0 \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}|a_n|=0 \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}a_n^2=0$

(5) 〇：設 $c_n=|b_n|$，$d_n=-|b_n|=-c_n$，則 $d_n\le b_n\le c_n$，又 $\lim\limits_{n\to\infty}|b_n|=0$

$\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}c_n=0$，$\lim\limits_{n\to\infty}d_n=\lim\limits_{n\to\infty}(-c_n)=0$，由夾擠定理可得 $\lim\limits_{n\to\infty}b_n=0$

故選(3)(4)(5)。

6. (2)(4)(5)

難易度：中

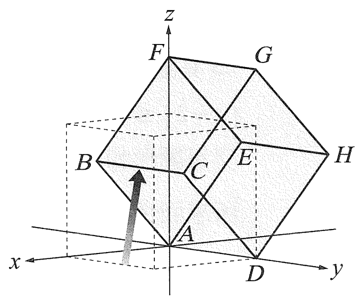
出處：第四冊第一章〈空間向量〉、第四冊第二章〈空間中的平面與直線〉

目標：了解空間坐標與直線平面的應用

解析：令在新坐標系中正立方體的八個頂點分別為

$A(0,0,0)$，$B(1,0,0)$，$C(1,1,0)$，$D(0,1,0)$

$E(0,0,1)$，$F(1,0,1)$，$G(1,1,1)$，$H(0,1,1)$



(1) ╳：原坐標系中 z 軸為新坐標中 $\overleftrightarrow{AF}$，即 $\begin{cases}x'=t\\y'=0\\z'=t\end{cases}$，$t\in R$

(2) 〇：原坐標系中 y 軸仍為 $\overleftrightarrow{AD}$，即 y' 軸，因此仍為 $(0,1,0)$

(3) ╳：原坐標系中 $(0,0,1)$ 在 z 軸上距 A 點 1

故承(1)，$\sqrt{t^2+0^2+t^2}=1\Rightarrow t=\frac{1}{\sqrt{2}}$

因此為新坐標系中 $\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

(4) 〇：原坐標系中 xy 平面法向量為 $(0,0,1)$，

承(3)，在新坐標系中的法向量為 $\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$，即 $\frac{x'}{\sqrt{2}}+\frac{z'}{\sqrt{2}}=0\Rightarrow x'+z'=0$

(5) 〇：同(4)，原坐標系中 yz 平面法向量 $(1,0,0)$

在新坐標系中為 $\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$，即 $\frac{x'}{\sqrt{2}}-\frac{z'}{\sqrt{2}}=0\Rightarrow x'-z'=0$

故選(2)(4)(5)。

7. (1)(3)(4)

難易度：易

出處：選修數學甲(下)第二章〈多項式函數的微積分〉

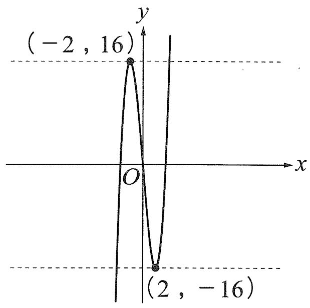
目標：三次多項式函數的圖形

解析：$12x+a=x^3 \Rightarrow x^3-12x=a$

令 $f(x)=x^3-12x$

$\because f'(x)=3x^2-12=3(x+2)(x-2)$，且 $f''(x)=6x$

作圖如右



$f(0)=0$，$f(2)=16$，$f(-2)=16$

$\therefore a>16$ 或 $a<-16$ 時，有 1 個交點

$a=16$，-16 時，有 2 個交點

$-16<a<16$ 時，有 3 個交點

故選(1)(3)(4)。

8. (2)(4)(5)

難易度：中

出處：第一冊第三章〈指數、對數函數〉

目標：了解首尾數的意義及對數的運算

解析：$\log x=m+a$，$\log y=n+b$，$x<y \Rightarrow m \leq n$

$\because m^2+n^2=5 \quad \therefore m=1$，$n=2$

$a+b=1$，$0<a<1$，$0<b<1$

$\log x=m+a=1.\cdots\cdots \Rightarrow 10<x<100$

$\log xy=\log x+\log y=m+a+n+b=1+2+1=4$

$\therefore xy=10^4=2^4\cdot 5^4$，又 $10<x<100$

$\therefore x=16$，20，25，40，50，80

故選(2)(4)(5)。

三、選填題

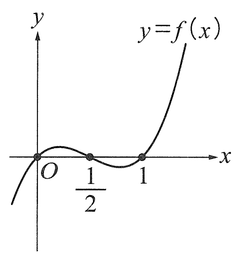
A. 6

難易度：中

出處：選修數學甲(下)第二章〈多項式函數的微積分〉

目標：多項式與積分的綜合問題

解析：$\because f(0)=f\left(\frac{1}{2}\right)=f(1)=0$，$f(3)>0$，作略圖如右



設 $f(x)=ax(2x-1)(x-1)$

$=a(2x^3-3x^2+x)$

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{1}{2}} a(2x^3-3x^2+x)dx-\int_{\frac{1}{2}}^{1} a(2x^3-3x^2+x)dx=\frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow a\left(\frac{1}{2}x^4-x^3+\frac{1}{2}x^2\right)\Bigg|_0^{\frac{1}{2}}-a\left(\frac{1}{2}x^4-x^3+\frac{1}{2}x^2\right)\Bigg|_{\frac{1}{2}}^{1}=\frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow a\left(\frac{1}{32}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}-0-\left(\frac{1}{2}-1+\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{32}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\right)\right)\right)=\frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow a\left(\frac{1}{32}-0-\left(0-\frac{1}{32}\right)\right)=\frac{1}{16}$$

$\Rightarrow a=1$

$\Rightarrow f(x)=2x^3-3x^2+x$

故 $f(2)=16-12+2=6$。

B. $\sqrt{5}$

難易度：易

出處：第四冊第二章〈空間中的平面與直線〉

目標：平面方程式與距離公式的應用

解析：$A(-1,3,3)$

$B(1,3,4)$

$C(3,-5,-5)$

$D(2,2,7)$

四面體 $ABCD$ 中，

則以 ABC 為底，所求的高為點 D 到 A，B，C 所在平面的距離

先找出 A，B，C 所在的平面 E

$\overrightarrow{AB}=(1-(-1),3-3,4-3)=(2,0,1)$

$\overrightarrow{AC}=(3-(-1),-5-3,-5-3)=(4,-8,-8)$

$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=(8,20,-16)=4(2,5,-4)$

$\therefore$取法向量 $\overrightarrow{n}=(2,5,-4)$

設 A，B，C 三點所在平面 E 為 $2x+5y-4z+k=0$

將 $A(-1,3,3)$ 代入 $\Rightarrow 2\cdot(-1)+5\cdot 3-4\cdot 3+k=0$

$\Rightarrow k=-1$

$\therefore$平面 E 為 $2x+5y-4z-1=0$

$d(D,E)=\dfrac{|2\times2+5\times2-4\times7-1|}{\sqrt{2^2+5^2+(-4)^2}}=\dfrac{|-15|}{\sqrt{45}}=\dfrac{15}{3\sqrt{5}}=\sqrt{5}$ 。

C. $\dfrac{-3+4\sqrt{3}}{10}$

難易度：中

出處：第四冊第三章〈矩陣〉

目標：旋轉矩陣

解析：將 P 點以圓心順時針旋轉 60° 可得 $Q(m,n)$

$$\Rightarrow\begin{bmatrix}\cos(-60^\circ) & -\sin(-60^\circ)\\ \sin(-60^\circ) & \cos(-60^\circ)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-\frac{3}{5}\\ \frac{4}{5}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}m\\ n\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}\\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-\frac{3}{5}\\ \frac{4}{5}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}m\\ n\end{bmatrix}$$

$m=\dfrac{1}{2}\times\left(-\dfrac{3}{5}\right)+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{-3+4\sqrt{3}}{10}$ 。

第貳部分：非選擇題

一、(1) $\dfrac{1}{10}$ ；(2) 490 (元)；(3)要檢驗

難易度：中

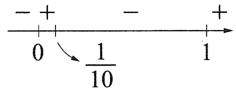
出處：選修數學甲(上)第一章〈機率統計〉、選修數學甲(下)第二章〈多項式函數的微積分〉

目標：了解機率分布及期望值的使用

解析：(1) $f(p)=C_2^{20}p^2(1-p)^{18}$

$\therefore f'(p)=C_2^{20}(p^2\cdot(-18(1-p)^{17})+2p(1-p)^{18})=C_2^{20}\cdot 2p\cdot(1-p)^{17}(1-10p)$

令 $f'(p)=0\Rightarrow p=0$，1，$\dfrac{1}{10}$



故當 $p_0=\dfrac{1}{10}$ 時有最大值。

(2)令 y 表示剩下產品中不合格件數

$y\sim B(180,0.1)$

$E(y)=180\times0.1=18$

又 $X=20\times2+25y$

$E(X)=40+25E(y)=490$ (元)。

(3)全部檢驗的費用為 $200\times2=400<E(X)$ $\therefore$要檢驗。

二、⑴正方形的邊長為 6 公分，高為 6 公分；⑵手機體積最大為 216 立方公分

難易度：易

出處：選修數學甲(下)第二章〈多項式函數的微積分〉

目標：微積分在生活中的應用

解析：⑴設邊長減少 x 公分，高增加 $2x$ 公分，$0<x<9$

體積為 $(9-x)\times(9-x)\times 2x=2x^3-36x^2+162x$

令 $f(x)=2x^3-36x^2+162x$

則 $f'(x)=6x^2-72x+162$

$=6(x^2-12x+27)$

$=6(x-9)(x-3)$

$f'(x)=0$，$x=9$ 或 3

取 $x=3$，底面正方形邊長為 6 公分，高為 6 公分。

⑵最大體積為 $6\times6\times6=216$ 立方公分。

非選擇題批改原則

一、⑴$\dfrac{1}{10}$；⑵ 490；⑶要檢驗

難易度：中

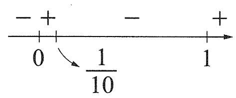
出處：選修數學甲(上)第一章〈機率統計〉、選修數學甲(下)第二章〈多項式函數的微積分〉

目標：了解機率分布及期望值的使用

解析：⑴ $f(p)=C^{20}_{2}p^2(1-p)^{18}$ (2 分)

$\therefore f'(p)=C^{20}_{2}(p^2\cdot(-18(1-p)^{17})+2p(1-p)^{18})-C^{20}_{2}\cdot 2p\cdot(1-p)^{17}(1-10p)$ (2 分)

令 $f'(p)=0\Rightarrow p=0$，1，$\dfrac{1}{10}$



故當 $p_0=\dfrac{1}{10}$ 時有最大值 (2 分)

⑵令 y 表示剩下產品中不合格件數

$y\sim B(180\ ,\ 0.1)$

$E(y)=180\times0.1=18$ (2 分)

又 $X=20\times2+25y$

$E(X)=40+25E(y)=490$ (2 分)

⑶全部檢驗的費用為 $200\times2=400<E(X)$ $\therefore$要檢驗。 (2 分)

二、⑴正方形的邊長為 6 公分，高為 6 公分；⑵手機體積最大為 216 立方公分

難易度：易

出處：選修數學甲(下)第二章〈多項式函數的微積分〉

目標：微積分在生活中的應用

解析：⑴設邊長減少 x 公分，高增加 $2x$ 公分，$0<x<9$ (2 分)

體積為 $(9-x)\times(9-x)\times 2x=2x^3-36x^2+162x$ (2 分)

令 $f(x)=2x^3-36x^2+162x$

則 $f'(x)=6x^2-72x+162$ (2 分)

$=6(x^2-12x+27)$

$=6(x-9)(x-3)$

$f'(x)=0$，$x=9$ 或 3 (2 分)

取 $x=3$，底面正方形邊長為 6 公分，高為 6 公分。 (2 分)

⑵最大體積為 $6\times6\times6=216$ 立方公分。 (2 分)