

數學甲

20	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="2"/>	<input type="text" value="3"/>	<input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="5"/>	<input type="text" value="6"/>	<input type="text" value="7"/>	<input type="text" value="8"/>	<input type="text" value="9"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="-"/>	<input type="text" value="±"/>
21	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="2"/>	<input type="text" value="3"/>	<input type="text" value="4"/>	<input type="text" value="5"/>	<input type="text" value="6"/>	<input type="text" value="7"/>	<input type="text" value="8"/>	<input type="text" value="9"/>	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="-"/>	<input type="text" value="±"/>

第壹部分：選擇題(單選題、多選題及選填題共占 78 分)

一、單選題(占 24 分)

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 在坐標平面上，圓 $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$ 與 $y = |x + 1| + |x|$ 的圖形有幾個交點？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 0

2. 吳品餐廳的套餐是由前菜、湯品、主菜、飲料各一樣所組成。菜單中有 3 種前菜，5 種湯品、7 種主菜、4 種飲料可供選擇；今黑心商人充斥，問題油品流竄，發現有 1 種湯品、2 種主菜使用到問題油品，請問顧客隨機點一份套餐會吃到問題油品的機率為下列哪一個選項？

- (1) $\frac{3}{19}$
- (2) $\frac{2}{35}$
- (3) $\frac{17}{35}$
- (4) $\frac{4}{7}$
- (5) $\frac{3}{7}$

3. 擲一公正骰子 100 次，設隨機變數 X 的值為出現 6 點的次數。若 p_k 表 X 取值為 k 的機率 ($k=0,1,2,\dots,100$)，則下列哪一個選項最大？

(1) p_{50}

(2) p_{51}

(3) p_{15}

(4) p_{16}

(5) p_{17}

4. 請問指數方程式 $25^x - 2 \times 9^x = 15^x$ 的解 x 最接近下列哪一個選項？($\log 2 \approx 0.3010$ 、 $\log 3 \approx 0.4771$ 、 $\log 7 \approx 0.8451$)

(1) 1.1

(2) 1.2

(3) 1.3

(4) 1.4

(5) 1.5

二、多選題 (占 40 分)

說明：第 5 題至第 9 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇 (填) 題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

5. 設 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ 是一個實係數多項式，若 $f(x) \div (x-3)$ 餘式是 2，且商式 $Q(x)$ 是一個係數均為正數的多項式，已知 $Q(\sqrt{3}i) = 0$ ，則下列哪些選項正確？
- (1) $f(-\sqrt{3}i) = 2$
 - (2) $Q(3) = 0$
 - (3) $a + b + c + d > 0$
 - (4) $f(x) = 0$ 必有正實根
 - (5) $Q(x) = 0$ 必有負實根
6. 設直線 $x + y = 8$ 分別與 $y = 2^x$ 、 $y = \log_2 x$ 交於 $P(a, b)$ 、 $Q(c, d)$ 兩點，且 O 為原點，則下列哪些選項正確？
- (1) $a + c = 8$
 - (2) $a > 3$
 - (3) $c < 6$
 - (4) $2^d = b$
 - (5) ΔPOQ 的面積大於 16

7. 小新擲一粒公正骰子，將出現的點數 x 來計算 x^{30} 展開後的最高位數字 y (即最左一位數字)，則下列哪些選項正確？

(1) y 值為 1 的機率為 $\frac{1}{2}$

(2) y 值為 2 的機率為 $\frac{1}{6}$

(3) y 值為 5 的機率為 $\frac{1}{3}$

(4) $x=1, 2, 3, 4, 5, 6$ 所對應的 y 值全部的和為 16

(5) y 值的期望值為 $\frac{16}{5}$

8. 若三階行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = k$ ，則下列哪些選項正確？

(1) 若 $k=0$ ，則空間中 $A(a_1, a_2, a_3)$ 、 $B(b_1, b_2, b_3)$ 、 $C(c_1, c_2, c_3)$ 三點共線

(2) 若 $k=0$ ，則平面上 $a_1x+b_1y+c_1=0$ 、 $a_2x+b_2y+c_2=0$ 、 $a_3x+b_3y+c_3=0$ 三線共點

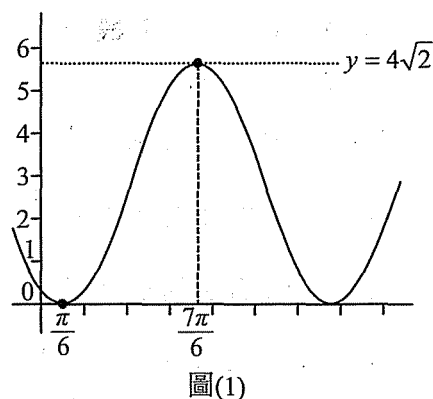
(3) 若 $k=0$ ，則方程組 $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=0 \\ a_2x+b_2y+c_2z=0 \\ a_3x+b_3y+c_3z=0 \end{cases}$ 有無限多解

(4) 若 $k=0$ ，則方程組 $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1z=1 \\ a_2x+b_2y+c_2z=0 \\ a_3x+b_3y+c_3z=0 \end{cases}$ 無解

(5) 若空間中 $\vec{a}=(a_1, a_2, a_3)$ 、 $\vec{b}=(b_1, b_2, b_3)$ 、 $\vec{c}=(c_1, c_2, c_3)$ ，且 $|\vec{a}|+|\vec{b}|+|\vec{c}|=3$ ，則 $-1 \leq k \leq 1$

9. 函數 $y = a\sin x + b\cos x + c$ 的部分圖形如圖(1)所示，則下列哪些選項正確？

- (1) $c > 5$
(2) $a + b = c$
(3) $a^2 + b^2 = c^2$
(4) 函數圖形的週期為 2π
(5) 此函數圖形可由 $y = \sin x$ 的圖形經適當伸縮與平移得到

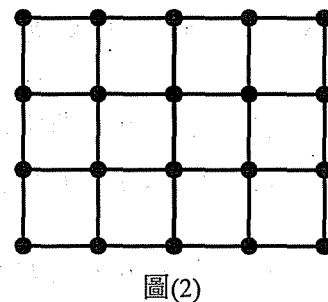


三、選填題 (占 14 分)

說明：1. 第 A 題與第 B 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號(10~15)。

2. 每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 小軒想在房間地毯上擺放一臺電視與單人沙發，地毯可想像成一個 5×4 共有 20 個可以放置傢俱格子點(如圖(2))，每個格子點上都可以放置一個傢俱。令相鄰兩點的距離為 1 單位。試求電視與沙發的距離至少 2 單位，且在同一直行或同一橫列的條件下，兩者的距離大於或等於 3 單位的機率為 $\frac{\textcircled{10}\textcircled{11}}{\textcircled{12}\textcircled{13}}$ 。(化成最簡分數)



- B. 已知 O 為坐標原點，將點 $P(2, -4)$ 對直線 $L_1: x - \sqrt{3}y = 0$ 做鏡射得 Q 點，再將 Q 點對直線 $L_2: x - y = 0$ 做鏡射得 R 點，最後將 R 點以 O 點為中心逆時針旋轉 20 度。上述的動作可視為：以 O 點為旋轉中心，將 P 點逆時針旋轉 $\textcircled{14}\textcircled{15}$ 度得到 R 點。

第貳部分：非選擇題(占 22 分)

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至給零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、已知坐標平面上有三點 $A(1,6)$ 、 $B(8,5)$ 、 $C(9,2)$ 。

- (1) 坐標平面上一點 D 滿足 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ ，試問 D 點坐標及 \overline{AD} 線段長。(6 分)
- (2) 直線 $y=mx+7$ 與 $\triangle ABC$ 的外接圓有兩交點，請求出 m 的範圍。(4 分)

二、(1) 解方程式 $z^6+z^4+z^2+1=0$ 。(4 分)

- (2) 承(1)，已知 z_1 、 z_2 、 z_3 、 z_4 、 z_5 、 z_6 為方程式 $z^6+z^4+z^2+1=0$ 的 6 個根。求以此六根在複數平面上所對應的點 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 、 Z_4 、 Z_5 、 Z_6 為頂點所圍成的六邊形面積。(4 分)

- (3) 承(2)， P 為 $2i$ 在複數平面上所對應的點，求 $\overline{PZ_1} \cdot \overline{PZ_2} \cdot \overline{PZ_3} \cdot \overline{PZ_4} \cdot \overline{PZ_5} \cdot \overline{PZ_6}$ 的值。(4 分)