臺中區國立高級中學 104 學年度
指定科目第一次聯合模擬考

數學甲

數學甲

—作答注意事項—

考試範圍：第一～四冊全、選修數學甲（上）

考試時間：80 分鐘

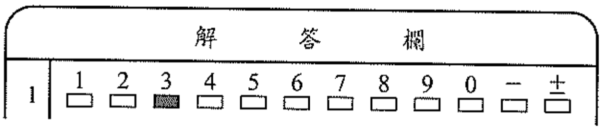
作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內畫記，修正時應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，並標明題號。請在規定之欄位以筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。更正時，可以使用修正帶（液）。

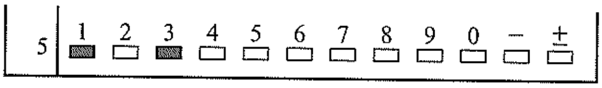
第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一) 單選題及多選題只用 1，2，3，4，5 等五個格子，而不需要用到－，±，以及 6，7，8，9，0 等格子。

例：若第 1 題為單選題，選項為(1) 3　(2) 5　(3) 7　(4) 9　(5) 11，而考生得到的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 $\underset{\square}{3}$ 畫記（注意不是 7），如：

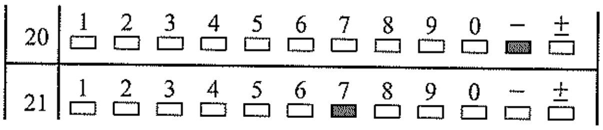


例：若第 5 題為多選題，而考生認為正確的選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡第 5 列的 $\underset{\square}{1}$ 與 $\underset{\square}{3}$ 畫記，如：



(二) 選填題的題號是 A.，B.，C.，…，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。

例：若第 C. 題的答案格式是 $\dfrac{⑳㉑}{50}$，而依題意計算出來的答案是 $\dfrac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\underset{\square}{-}$ 與第 21 列的 $\underset{\square}{7}$ 畫記，如：



祝考試順利

NO.99362503

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 74 分）

一、單選題（18 分）

說明：第 1. 題至第 3. 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設 $0 \leq \theta \leq \pi$，令 $f(\theta)=\sin(\cos\theta)$，$g(\theta)=\cos(\sin\theta)$，若 $f(\theta)$ 的最大值為 a，最小值為 b；$g(\theta)$ 的最大值為 c，最小值為 d，則下列選項何者正確？
   (1) $b<a<d<c$
   (2) $b<d<a<c$
   (3) $b<a<c<d$
   (4) $b<d<c<a$
   (5) $b<c<d<a$

2. 設 $-10 \leq x \leq 10$，則滿足對數不等式 $\log_6 x+\log_6(x^2-7)>1$ 的整數解 x 共有多少個？
   (1) 10 個
   (2) 9 個
   (3) 8 個
   (4) 7 個
   (5) 6 個

3. 設矩陣 $A=\begin{bmatrix}1 & 0\\ -1 & \frac{1}{2}\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{bmatrix}$。三點 $P(1\,,2)$，$Q(2\,,3)$，$R(3\,,\,-2)$，則△PQR 經過矩陣 $B^{10}A^{2}(B^{-1})^{5}$ 作用之後變為△$P'Q'R'$，則△$P'Q'R'$ 的面積為何？

(1) 3

(2) 12

(3) 144

(4) 48

(5) 24

二、多選題（32 分）

說明：第 4. 題至第 7. 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。每題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

4. 投擲一枚均勻的硬幣，連擲 4 次，令 X 表示出現正面的次數，$Y=\cos\dfrac{\pi\cdot X}{2}$，則下列選項哪些正確？

(1) X 的可能值為 5 種

(2) $X=2$ 的機率為 $\dfrac{1}{4}$

(3) $Y=1$ 的機率為 $\dfrac{1}{8}$

(4) X 的期望值為 2

(5) Y 的期望值為 0

5. 設 x 為實數，$f(x)=|x-\sqrt{2}|+|x-\pi|-|x-10|$，則下列選項哪些是正確的？

(1)當 $x\geq 10$ 時，$f(x)$ 為遞增函數，且 $f(x)\geq 15$

(2)當 $\pi\leq x<10$ 時，$f(x)$ 為遞增函數且 $f(x)\geq 0$

(3)當 $\sqrt{2}\leq x<\pi$ 時，$f(x)$ 為遞增函數且 $f(x)\geq -10$

(4)當 $x\leq\sqrt{2}$ 時，$f(x)$ 為遞減函數且 $f(x)\geq -10$

(5)當 $a\geq -15$ 時，$f(x)=a$ 均有兩個解

6. 設實係數多項式 $f(x)$ 滿足 $f(2-\sqrt{3}\,i)=5+2\sqrt{3}\,i$，$f(i)=19$ 且 $f(x)$ 除以 $(x^2-4x+7)(x^2+1)$ 的餘式為 $g(x)$，請選出正確的選項。

(1) $g(2+\sqrt{3}\,i)=5-2\sqrt{3}\,i$

(2) $g(-i)=-19$

(3) $g(x)$ 除以 x^2-4x+7 的餘式是一次多項式

(4) $g(x)$ 除以 x^2-4x+7 的商式是 $2x-3$

(5) $g(1)=10$

7. 空間中，O 是原點，平面 $z=1$ 上有不共線三點 A，B，C，設△ABC 的面積為 a，四面體 $OABC$ 的體積為 b，$\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$ 所張之平行六面體體積為 c，則下列選項哪些是正確的？$\left(\text{已知：錐體體積}=\frac{1}{3}\times\text{底面積}\times\text{高}\right)$

(1) 四面體 $OABC$ 可能是正四面體

(2) $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OC}$ 所張之平行六面體可能是正立方體

(3) $b=\frac{1}{6}a$

(4) $c=a$

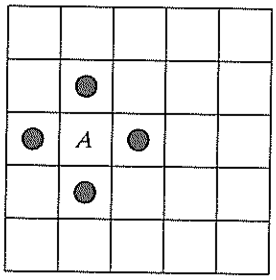
(5) $c=6b$

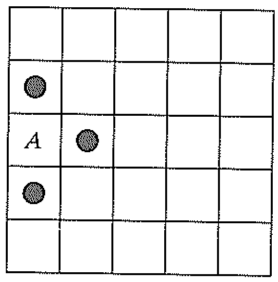
三、選填題（24 分）

說明：第 A. 題至第 D. 題為選填題。將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（8－16）內。每一題完全答對得 6 分，答錯不倒扣；未完全答對不給分。

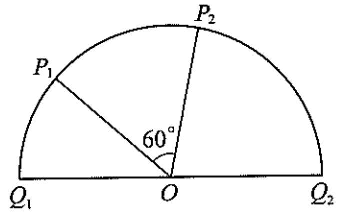
A. 當 (x,y) 在射線 $\begin{cases} x=t \\ y=-2-2t \end{cases}$，$t\geq 0$ 上變動時，若 $k=\left(\dfrac{1}{4}\right)^{x}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{y}$，則 k 的最小值為__⑧__。

B. 秋冬是流感盛行的季節，依過去經驗，班級座位如下圖所示，座位“A”者感染流感之後，一星期內在其前、後、左、右相鄰座位“●”者，必會被傳染，其餘座位者不會被傳染。已知甲、乙兩人在同一班級，且班上有 25 人坐成 5×5 之正方形，今老師隨機重排座位，而甲當天恰巧感染流感，不考慮傳染再傳染的情況下(僅考慮甲直接傳染給乙)，乙在一星期內因為與甲相鄰而被甲直接傳染流感的機率為 $\dfrac{⑨}{⑩⑪}$。(化為最簡分數)

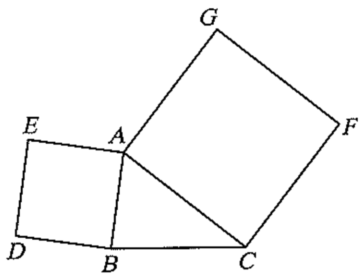




C. 如右圖所示，P_1，P_2 為以原點 O 為圓心之單位圓上半圓上兩點，且 Q_1，Q_2 為直徑的兩端點，已知 $\angle P_1OP_2 = 60^\circ$，則 $\triangle P_1OQ_1$ 與 $\triangle P_2OQ_2$ 面積和的最大值為 $\underline{\dfrac{\sqrt{⑫}}{⑬}}$。(化為最簡根式)



D. 如右圖，$\triangle ABC$ 的三邊長 $\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=7$，$\overline{CA}=8$，若四邊形 $ABDE$，$ACFG$ 皆為正方形，則 $\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{BC}=$ __⑭⑮$\sqrt{⑯}$__。(化為最簡根式)



第貳部分：非選擇題（占 26 分）

說明：本部分共有二大題計算題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明題號（一、二）與子題號（(1)、(2)），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每題配分標於題末。

一、有一項闖關遊戲分 A、B 兩個關卡，只有當 A 關卡挑戰成功後，才可繼續挑戰 B 關卡，每個關卡若挑戰失敗，只可允許有一次重來的機會，若兩關卡均挑戰成功，則授予證書，並頒給獎金 3000 元。根據過去經驗：A 關卡挑戰成功的機率為 $\dfrac{2}{3}$，B 關卡挑戰成功的機率為 $\dfrac{1}{2}$，A、B 兩關卡挑戰成功與否均互不影響。則：

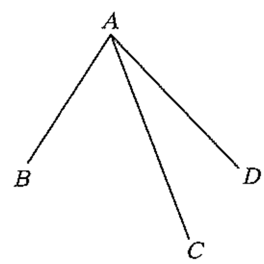
(1) 若小玉挑戰失敗，則小玉是在 A 關卡就挑戰失敗的機率為何？(6 分)

(2) 參加遊戲獲得獎金的期望值為多少元？(7 分)

二、生鏽的三腳架因久未保養，打開後腳不能伸到最長，如右圖，此時三支腳長度分別為 $\overline{AB}=3$，$\overline{AC}=5$，$\overline{AD}=4$，且三支腳兩兩互相垂直。試問：

(1) 三腳架立起來後的高度，即 A 到 BCD 平面的距離為多少？(7 分)

(2) $\triangle BCD$ 的面積為何？(6 分)



臺中區國立高級中學104學年度

指定科目第一次聯合模擬考

數學甲

數學甲參考答案暨詳解

數學考科詳解

題號	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.		
答案	(2)	(4)	(5)	(1)(3)(4)	(1)(3)(4)	(1)(3)	(1)(2)(5)		

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. (2)

出處：選修數學甲(上)第二章〈三角函數〉

目標：三角函數的概念與函數值的比較

解析：(i) $\because 0 \leq \theta \leq \pi$

$\therefore -1 \leq \cos\theta \leq 1 \Rightarrow \sin(-1) \leq \sin(\cos\theta) \leq \sin 1 \Rightarrow -\sin 1 \leq f(\theta) \leq \sin 1$

$\therefore a=\sin 1$，$b=-\sin 1$

(ii) $\because 0 \leq \theta \leq \pi$

$\therefore 0 \leq \sin\theta \leq 1 \Rightarrow \cos 0 \geq \cos(\sin\theta) \geq \cos 1 \Rightarrow 1 \geq g(\theta) \geq \cos 1$

$\therefore c=1$，$d=\cos 1$

因 1 弧度 $\approx 57.2958^\circ$，$\dfrac{\pi}{4}<1<\dfrac{\pi}{2}$，故 $\sin 1>\cos 1$

所以 $-\sin 1<0<\cos 1<\sin 1<1 \Rightarrow b<d<a<c$

故選(2)。

2. (4)

出處：第一冊第三章〈指數、對數函數〉

目標：對數函數的基本性質與一次因式檢驗法

解析：$\log_6 x+\log_6(x^2-7)>1 \Rightarrow \log_6 x(x^2-7)>\log_6 6$

$\Rightarrow x^3-7x-6>0$

$\Rightarrow (x+1)(x-3)(x+2)>0$

$\Rightarrow x>3$ 或 $-2<x<-1$

考慮真數大於 0，解為 $x>3$

又因 $-10 \leq x \leq 10$

故 $3<x \leq 10$，整數 x 共有 7 個

故選(4)。

3. (5)

出處：第四冊第三章〈矩陣〉

目標：線性變換的性質與矩陣的乘法

解析：$\because \overrightarrow{PQ}=(1,1)$，$\overrightarrow{PR}=(2,-4)$

$\therefore \triangle PQR$ 面積 $=\dfrac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix}\right|=3$

令 $\triangle PQR$ 經過 $(B^{-1})^5$ 作用變成 $\triangle P_1Q_1R_1$

$\triangle P_1Q_1R_1$ 經過 A^2 作用變成 $\triangle P_2Q_2R_2$

$\triangle P_2Q_2R_2$ 經過 B^{10} 作用變成 $\triangle P'Q'R'$

$\because A^2=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{3}{2} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$，$\det A^2=\dfrac{1}{4}$

又 $B=\sqrt{2}\begin{bmatrix} \cos 45^\circ & -\sin 45^\circ \\ \sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{bmatrix}$

$\therefore B^{10}=(\sqrt{2})^{10}\begin{bmatrix} \cos 450^\circ & -\sin 450^\circ \\ \sin 450^\circ & \cos 450^\circ \end{bmatrix}=(\sqrt{2})^{10}\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & -2^5 \\ 2^5 & 0 \end{bmatrix}$

$\therefore \det B^{10}=2^{10}$

又 $B^{-1}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}\cos(-45°) & -\sin(-45°)\\ \sin(-45°) & \cos(-45°)\end{bmatrix}$

$\therefore (B^{-1})^5=\frac{1}{(\sqrt{2})^5}\begin{bmatrix}\cos(-225°) & -\sin(-225°)\\ \sin(-225°) & \cos(-225°)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\frac{1}{2^3} & -\frac{1}{2^3}\\ \frac{1}{2^3} & -\frac{1}{2^3}\end{bmatrix}$

$\therefore \det(B^{-1})^5=\frac{1}{2^5}$

$\triangle P_1Q_1R_1$ 面積$=|\det(B^{-1})^5|\cdot\triangle PQR=\frac{1}{2^5}\cdot\triangle PQR$

$\triangle P_2Q_2R_2$ 面積$=|\det A^2|\cdot\triangle P_1Q_1R_1=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2^5}\cdot\triangle PQR$

$\triangle P'Q'R'$ 面積$=|\det B^{10}|\cdot\triangle P_2Q_2R_2=2^{10}\cdot\frac{1}{2^7}\cdot\triangle PQR=8\times\triangle PQR=8\times3=24$

故選(5)。

二、多選題

4. (1)(3)(4)

出處：選修數學甲(上)第一章〈機率統計II〉

目標：機率分布與期望值的概念

解析：(1)○：X 可能值有 0，1，2，3，4，共 5 種

(2)╳：$P(X=2)=C^4_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$

(3)○：$P(Y=1)=P(X=0)+P(X=4)$

$=C^4_0\left(\frac{1}{2}\right)^4+C^4_4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{8}$

(4)○：由題意知，$X\sim B\left(4,\frac{1}{2}\right)$ $\therefore E(X)=4\times\frac{1}{2}=2$

(5)╳：$\because P(Y=0)=P(X=1)+P(X=3)$

$=C^4_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^3+C^4_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{1}{2}$

$P(Y=1)=P(X=0)+P(X=4)$

$=C^4_0\left(\frac{1}{2}\right)^4+C^4_4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{8}$

$P(Y=-1)=P(X=2)$

$=C^4_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$

$\therefore E(Y)=0\times\frac{1}{2}+1\times\frac{1}{8}+(-1)\times\frac{3}{8}=-\frac{1}{4}$

故選(1)(3)(4)。

5. (1)(3)(4)

出處：第一冊第二章〈多項式函數〉

目標：絕對值函數的性質

解析：(1)○：當 $x\geq 10$ 時

$f(x)=x-\sqrt{2}+x-\pi-x+10$

$=x+10-\sqrt{2}-\pi$

遞增，最小值 $f(10)=20-\sqrt{2}-\pi\geq 15$

(2)╳：當 $\pi\leq x<10$ 時

$f(x)=x-\sqrt{2}+x-\pi-(10-x)$

$=3x-\sqrt{2}-\pi-10$

遞增，最小值 $f(\pi)=3\pi-\sqrt{2}-\pi-10$

$=2\pi-\sqrt{2}-10<0$

(3) ○：當 $\sqrt{2} \le x < \pi$ 時

$f(x)=x-\sqrt{2}+(\pi-x)-(10-x)$

$=x-\sqrt{2}+\pi-10$

遞增，最小值 $f(\sqrt{2})=\pi-10 \ge -10$

(4) ○：當 $x \le \sqrt{2}$ 時

$f(x)=\sqrt{2}-x+(\pi-x)-(10-x)$

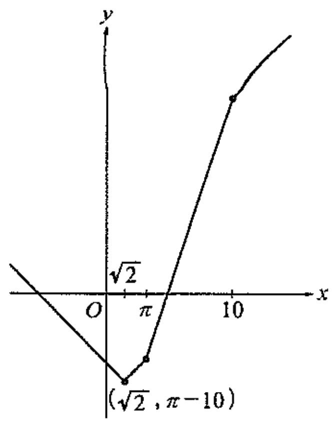
$=-x+\sqrt{2}+\pi-10$

遞減，最小值 $f(\sqrt{2})=\pi-10 \ge -10$

(5) ╳：如右圖可知，

$f(x) > \pi-10 \approx -6.86$ 時，才會有兩個解

故選(1)(3)(4)。



6. (1)(3)

出處：第一冊第二章〈多項式函數〉

目標：餘式定理、除法定理的應用，複數的四則運算

解析：設 $f(x)=(x^2-4x+7)(x^2+1)Q(x)+g(x)$，

其中 $Q(x)$ 表示商式，而餘式 $g(x)$ 至多為三次式

另設 $g(x)=(x^2-4x+7)(ax+b)+cx+d$

$x^2-4x+7=0$ 的根為 $2\pm\sqrt{3}\,i$，$x^2+1=0$ 的根為 $\pm i$，故可推得

(1) $g(2+\sqrt{3}\,i)=f(2+\sqrt{3}\,i)=f(\overline{2-\sqrt{3}i})=\overline{f(2-\sqrt{3}i)}=\overline{5+2\sqrt{3}i}=5-2\sqrt{3}\,i$

(2) $g(-i)=f(-i)=f(\bar{i})=\overline{f(i)}=\overline{19}=19$

(3)(4)(5) $\because f(2-\sqrt{3}\,i)=g(2-\sqrt{3}\,i)=5+2\sqrt{3}\,i$

$\Rightarrow c(2-\sqrt{3}\,i)+d=5+2\sqrt{3}\,i \Rightarrow c=-2$，$d=9$

又 $f(i)=g(i)=19$

$\Rightarrow (-1-4i+7)(ai+b)-2i+9=19$

$\Rightarrow a=b=1$

$\therefore g(x)=(x^2-4x+7)(x+1)-2x+9$

$\Rightarrow g(1)=(1-4+7)\cdot 2-2+9=15$

故選(1)(3)。

7. (1)(2)(5)

出處：第四冊第一章〈空間向量〉

目標：三階行列式的幾何意義

解析：(1) ○：只要 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{BC}$ 即可

(2) ○

(3)(4)(5) 令 $A(x_1, y_1, 1)$，$B(x_2, y_2, 1)$，$C(x_3, y_3, 1)$

則 $a=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}\right|$，視為在平面中三點 $A'(x_1, y_1)$，$B'(x_2, y_2)$，$C'(x_3, y_3)$ 的面積

$b=\frac{1}{3}\cdot a\cdot 1=\frac{1}{3}a\left(\text{錐體體積}=\frac{1}{3}\times\text{底面積}\times\text{高}\right)$

$c=\left|\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}\right| \quad \therefore c=2a=6b$

$\therefore$(3) ╳；(4) ╳；(5) ○

故選(1)(2)(5)。

三、選填題

A. 5

出處：第一冊第一章〈數與式〉

目標：算幾不等式與直線參數式的運算

解析：$k=\left(\frac{1}{4}\right)^{x}+\left(\frac{1}{2}\right)^{y}$

令 $k(t)=\left(\frac{1}{4}\right)^{t}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2-2t}=4^{-t}+4\cdot4^{t}\geq2\sqrt{4^{-t}\cdot4\cdot4^{t}}=4$

但算幾不等式等號成立於 $4^{-t}=4\cdot4^{t}\Rightarrow t=-\frac{1}{2}$ 時，不在範圍內

$k(t)$ 為遞增函數

故最小值發生在 $t=0$ 時，此時 $k=\left(\frac{1}{4}\right)^{0}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=1+4=5$。

B. $\frac{2}{15}$

出處：第二冊第三章〈機率〉

目標：機率的應用

解析：如下圖，A 表示甲可能坐的座位

	A	A	A	
	A	A	A	
	A	A	A	

圖(一)

	A	A	A	
A				A
A				A
A				A
	A	A	A	

圖(二)

A				A
A				A

圖(三)

(1)甲在圖(一)時，乙在其相鄰：$\frac{9}{25}\times\frac{4}{24}=\frac{3}{50}$

(2)甲在圖(二)時，乙在其相鄰：$\frac{12}{25}\times\frac{3}{24}=\frac{3}{50}$

(3)甲在圖(三)時，乙在其相鄰：$\frac{4}{25}\times\frac{2}{24}=\frac{1}{75}$

由(1)、(2)、(3)得，所求為 $\frac{3}{50}+\frac{3}{50}+\frac{1}{75}=\frac{2}{15}$。

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

出處：第三冊第一章〈三角〉、選修數學甲(上)第二章〈三角函數〉

目標：三角函數的疊合與面積公式的應用

解析：令 $\angle P_1OQ_1=\theta$，則 $\angle P_2OQ_2=120^\circ-\theta$

$\therefore\triangle P_1OQ_1$ 面積 $+\triangle P_2OQ_2$ 面積

$$=\frac{1}{2}\cdot1\cdot1\cdot\sin\theta+\frac{1}{2}\cdot1\cdot1\cdot\sin(120^\circ-\theta)$$

$$=\frac{1}{2}\sin\theta+\frac{1}{2}(\sin120^\circ\cos\theta-\cos120^\circ\sin\theta)$$

$$=\frac{1}{2}\sin\theta+\frac{\sqrt{3}}{4}\cos\theta+\frac{1}{4}\sin\theta$$

$$=\frac{3}{4}\sin\theta+\frac{\sqrt{3}}{4}\cos\theta\leq\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^{2}+\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^{2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

故最大值為 $\frac{\sqrt{3}}{2}$。

D. $40\sqrt{3}$

出處：第三冊第一章〈三角〉、第三冊第三章〈平面向量〉

目標：向量的拆解

解析：$\cos\angle BAC=\dfrac{5^2+8^2-7^2}{2\cdot5\cdot8}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore\angle BAC=60^\circ$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{EG}\cdot\overrightarrow{BC}&=(\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AG})\cdot(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC})\\&=\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AC}\\&=0+5\cdot8\cdot\cos30^\circ+8\cdot5\cdot\cos30^\circ+0\\&=40\sqrt{3}\text{。}\end{aligned}$$

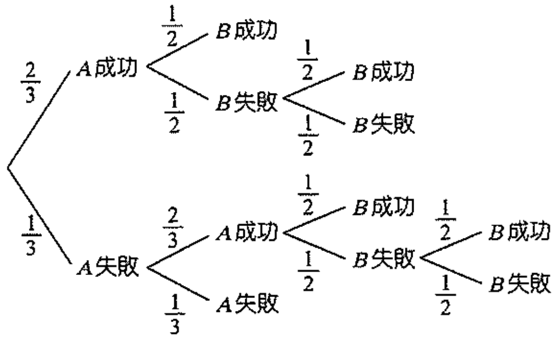
第貳部分：非選擇題

一、(1) $\dfrac{1}{3}$；(2) 2000 元

出處：第二冊第三章〈機率〉、選修數學甲(上)第一章〈機率統計 II〉

目標：條件機率與期望值的概念

解析：依題意可繪出樹狀圖如右：



(1)設 C 事件為小玉挑戰失敗的事件

D 事件為小玉在 A 關卡挑戰失敗的事件

所求即 $P(D\mid C)=\dfrac{P(C\cap D)}{P(C)}$

$$=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}}$$

$$=\frac{1}{3}\text{。}$$

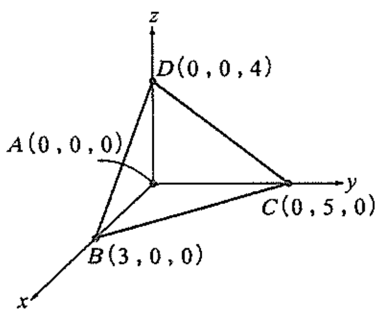
(2)所求為$\left(\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\right)\times3000=2000$ (元)。

二、(1) $\dfrac{60}{\sqrt{769}}$；(2) $\dfrac{\sqrt{769}}{2}$

出處：第四冊第一章〈空間向量〉、第四冊第二章〈空間中的平面與直線〉

目標：空間坐標與空間中的平面

解析：(1) 將 A 點置於空間中的原點，坐標化如右圖



BCD 平面方程式為 $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}+\dfrac{z}{4}=1\Rightarrow20x+12y+15z=60$

A 點到 BCD 平面的距離為 $\dfrac{60}{\sqrt{20^2+12^2+15^2}}=\dfrac{60}{\sqrt{769}}$。

(2) $\triangle BCD$ 面積$=\dfrac{1}{2}\left|\overrightarrow{BC}\times\overrightarrow{BD}\right|$

$$\begin{aligned}&=\frac{1}{2}\left|(-3,5,0)\times(-3,0,4)\right|\\&=\frac{1}{2}\left|(20,12,15)\right|\\&=\frac{1}{2}\sqrt{20^2+12^2+15^2}=\frac{\sqrt{769}}{2}\text{。}\end{aligned}$$