

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 80 分）

一、單選題（24 分）

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「解答欄」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知複數 $z_1 = \cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12}$ ， $z_2 = \cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12}$ ，則絕對值 $|z_1 - z_2| = ?$
- (1) 1
(2) $\sqrt{2}$
(3) 2
(4) $\sqrt{6}$
(5) $2\sqrt{2}$
2. 設甲袋中有四枚 5 元硬幣及一枚 10 元硬幣，乙袋中有一枚 5 元硬幣及四枚 10 元硬幣。現由甲、乙兩袋中隨機各取一枚硬幣互換，設各袋中每一枚硬幣被取中的機率相等，則交換一次後甲袋硬幣金額總和的期望值為何？
- (1) 30 元
(2) 33 元
(3) $\frac{199}{6}$ 元
(4) 35 元
(5) $\frac{75}{2}$ 元

3. 計算 $2^{\sqrt{2}}$ 的值最接近下列哪一個選項？

($\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 7 \approx 0.8451$, $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)

(1) 2.1

(2) 2.4

(3) 2.5

(4) 2.7

(5) 2.8

4. 一坐標平面上， O 為原點，點 A_1, A_2 在 x 軸正向上，點 B_1, B_2 在 y 軸正向上，
 $\overline{A_1B_1} = \overline{A_2B_2} = 13$ ， $\angle B_2A_2O = 2\angle B_1A_1O$ ，且 $\triangle OA_1B_1$ 的面積為 39，則 $\triangle OA_2B_2$ 的面積為
何？

(1) 30

(2) 36

(3) 39

(4) 42

(5) 48

二、多選題 (32 分)

說明：第 5 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，選出正確選項，畫記在答案卡之「解答欄」。每題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；所有選項均未作答或答錯多於 2 個選項者，該題以零分計算。

5. 已知一多項式函數 $f(x)$ 至少為三次式且 $f(x)$ 滿足 $f(1)=19$ ， $f(5)=3$ ， $f(7)=19$ ，今將 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-5)(x-7)$ 所得的餘式為 $r(x)$ ，則下列選項何者正確？

(1) $r(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式為 19

(2) $r(x) = 19 \times \frac{(x-7)(x-5)}{(1-7)(1-5)} + 3 \times \frac{(x-7)(x-1)}{(5-7)(5-1)} + 19 \times \frac{(x-1)(x-5)}{(7-1)(7-5)}$

(3) 若 $r(x) = a(x-1)(x-5) + b(x-1) + c$ ，則 $a+b+c=19$

(4) 函數 $r(x)$ 的最小值為 3

(5) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-5)$ 所得的餘式為 $19 \times \frac{(x-7)(x-5)}{(1-7)(1-5)} + 3 \times \frac{(x-7)(x-1)}{(5-7)(5-1)}$

6. 坐標平面上，直線 $x=k$ (其中 $k>0$) 與對數函數 $y=\log_{\sqrt{3}} x$ 、 $y=\log_3 x$ 、 $y=\log_9 x$ 圖形分別交於點 A_k 、 B_k 、 C_k ，則下列敘述哪些是正確的？

(1) $\overline{A_1 A_3} = 2\sqrt{2}$

(2) $\overline{A_3 B_9} = 3$

(3) $\overline{B_k C_k} = |\log_9 k|$

(4) $\overline{A_3 B_3}$ 、 $\overline{A_6 B_6}$ 、 $\overline{A_9 B_9}$ 成等差數列

(5) $\overline{A_8 B_8} : \overline{A_8 C_8} = 2 : 3$

7. 已知 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2x - 3 \cos 2x$ ，試問下列各選項哪些是正確的？

(1) $f(x)$ 的最小正週期為 2π

(2) $f(x) = 4$ 有實根

(3) 若 α 為 $f(x) = 0$ 的最小正實根，則 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(4) 若 $x = k$ 為 $y = f(x)$ 的一條對稱軸，則 $x = k - \frac{\pi}{2}$ 亦為 $y = f(x)$ 的一條對稱軸

(5) 若 $x = \theta$ 時， $y = f(x)$ 有最小值，則當 $x = \theta + \pi$ 時， $y = f(x)$ 有最大值

8. 設 $A(-8, 6)$ ， $B(-6, -8)$ ， $C(0, 10)$ 為平面上已知三點， $P = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 為一個二階方陣，若

A 經 P 變換後的像為 $D(1, 0)$ ， B 經 P 變換後的像為 $E(0, 1)$ ， C 經 P 變換後的像為 F ，則下列選項何者正確？

(1) $P^{-1} = \begin{bmatrix} -8 & -6 \\ 6 & -8 \end{bmatrix}$

(2) $ad - bc = 100$

(3) $\frac{\triangle DEF \text{ 面積}}{\triangle ABC \text{ 面積}} = \frac{1}{100}$

(4) $|\overrightarrow{AC}| = 5|\overrightarrow{DF}|$

(5) 兩向量 \overrightarrow{AB} 與 \overrightarrow{AC} 的夾角與兩向量 \overrightarrow{DE} 與 \overrightarrow{DF} 的夾角相等

三、選填題 (24 分)

說明：第 A. 題至第 C. 題為選填題。將答案畫記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (9—13) 內。每一題完全答對得 8 分，答錯不倒扣；未完全答對不給分。

- A. 在坐標平面上，圓 $x^2 + y^2 - 2x - 5y + k = 0$ 與 $y = |2x - 2|$ 的圖形恰交 2 點，則 k 值為 ⑨。
- B. 現有八枚相同的硬幣，每次至少取一枚，一直到取完為止。設每一種取法的機率相等，則在已知第二次取三枚的情況下，總共取了四次才取完的條件機率為 $\frac{\textcircled{10}}{\textcircled{11}}$ 。(化為最簡分數)
- C. 給定一個邊長為 9 的正四面體 $ABCD$ ，設 A' 為 A 對於平面 BCD 的對稱點， B' 為 B 對於平面 ACD 的對稱點，則線段 $\overline{A'B'}$ 之長為 ⑫⑬。

第貳部分：非選擇題（占 20 分）

說明：本部分共有二大題計算題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、(3)），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每題配分標於題末。

一、已知 $0 \leq \theta < 2\pi$ ，

(1) 試求滿足不等式 $\sin \theta \geq \frac{1}{2}$ 的 θ 值之範圍。(答案以弧度表示)(4 分)

(2) 試求滿足不等式 $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{3}\cos\theta} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{1+\sin\theta}$ 的 θ 值之範圍。(答案以弧度表示)(4 分)

二、空間坐標系中，有一平面 E ， A 為平面 E 上一定點，在平面 E 外，有一點 B ，滿足 $\overrightarrow{AB} = (5, -2, 4)$ ，在平面 E 上有一動點 P ，滿足 $\overline{AP} = 3$ ，已知當 P 點在 $(3, -1, 0)$ 或 $(-1, 3, -2)$ 時，可使 $\triangle ABP$ 的面積為最小。請回答下列問題：

(1) A 點坐標為何？(3 分)

(2) $\triangle ABP$ 的最小面積為何？(3 分)

(3) 平面 E 的方程式為何？(6 分)

臺北區 104 學年度第二學期 指定科目第一次模擬考試

數學甲

—作答注意事項—

考試範圍：第一～四冊全、選修數學甲(上)

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內畫記，修正時應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶(液)。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，並標明題號。請在規定之欄位以筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。更正時，可以使用修正帶(液)。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一) 單選題及多選題只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 - , \pm , 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單選題，選項為(1) 3 (2) 5 (3) 7 (4) 9 (5) 11，而考生得到的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 $\boxed{3}$ 畫記(注意不是 7)，如：

解 答 欄													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	\pm	
1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

例：若第 5 題為多選題，而考生認為正確的選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡第 5 列的 $\boxed{1}$ 與 $\boxed{3}$ 畫記，如：

5	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
---	-------------------------------------	--------------------------	-------------------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, …，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{(20)(21)}{50}$ ，而依題意計算出來的答案是 $-\frac{7}{50}$ 時，則考生必須分

別在答案卡的第 20 列的 $\boxed{-}$ 與第 21 列的 $\boxed{7}$ 畫記，如：

20	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
21	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

祝考試順利



版權所有 · 翻印必究