

臺北區 105 學年度第二學期

指定科目第一次模擬考試

數學甲

—作答注意事項—

考試範圍：第一～四冊全、選修數學甲(上)

考試時間：80 分鐘

作答方式：• 選擇(填)題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液(帶)。

• 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液(帶)。

• 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。

• 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{(18)}{(19)}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考

生必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\frac{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\frac{\square}{8}$ 畫記，如：

18	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\blacksquare}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{+}{\square}$
19	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\blacksquare}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{+}{\square}$

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{(20)(21)}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在

答案卡的第 20 列的 $\frac{\square}{\square}$ 與第 21 列的 $\frac{7}{\square}$ 畫記，如：

20	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\blacksquare}$	$\frac{+}{\square}$
21	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\blacksquare}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{+}{\square}$

祝考試順利



99363303-25

版權所有・翻印必究

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 78 分）

一、單選題（占 12 分）

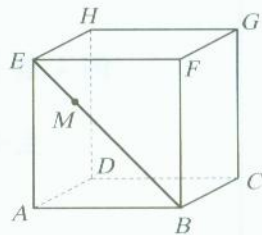
說明：第 1 題至第 2 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 若存在實數 x, y 使得 $3x+4y=k\sqrt{(x-4)^2+(y+3)^2} \neq 0$ 恆有解，則實數 k^2 的最大值為下列哪一個選項？

- (1) 1
- (2) 5
- (3) 9
- (4) 16
- (5) 25

2. 木匠用 12 根長度均為 1 公尺的木條製作如右圖的木框架 $ABCD-EFGH$ ，再在 EB 上加裝一根長度為 $\sqrt{2}$ 公尺的木條，並裝上一個會動的球 M 在木條 EB 上，則 $\overline{AM} + \overline{MH}$ 的最小值為下列哪一個選項？

- (1) $\sqrt{2}$
- (2) 2
- (3) $\sqrt{2} + 1$
- (4) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$
- (5) $\sqrt{2 + \sqrt{2}}$



二、多選題（占 48 分）

說明：第 3 題至第 8 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

3. 設 x 為實數，下列敘述何者為真？

- (1) $2^x + 2^{-x}$ 有極小值 2
- (2) $x + \frac{1}{x}$ 有極小值 2
- (3) $(0.5)^{x^2+4x+1}$ 有極小值 8
- (4) $|x-3| + |x+1|$ 有極小值 4
- (5) $|\cos x| + \frac{9}{|\cos x|}$ 有極小值 6

4. 當 $x_1 < x_2$ 時，下列函數何者滿足 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ 的條件？

- (1) $f_1(x) = 2^x$
- (2) $f_2(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
- (3) $f_3(x) = \log_2 x$
- (4) $f_4(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$
- (5) $f_5(x) = x^2$

5. 已知 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $g(x) = 2x^2 + mx - 9$, 其中 a, b, c, d 為實數, m 為整數, 且 $f(x)$ 及 $g(x)$ 有共同的因式 $(2x - 3)$, 請選出正確的選項:

- (1) $m = 3$
- (2) a 為 2 的倍數
- (3) d 為 3 的倍數
- (4) 若 $f(x) < 0$ 的解為 $x < \frac{3}{2}$, 則 $a > 0$
- (5) 若 $f(x) < 0$ 的解為 $x < \frac{3}{2}$, 則 $f(x) = 0$ 的解為三實根

6. 在平面上有相異四點 A, B, C, D , 請選出正確的選項:

- (1) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$
- (2) 若 B, C, D 三點共線, 且 $\overrightarrow{AD} = t\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$, 則 $t + s = 1$, 且 $\overline{BD} : \overline{CD} = s : t$
- (3) 存在兩實數 t, s , 使 $\overrightarrow{AD} = t\overrightarrow{AB} + s\overrightarrow{AC}$
- (4) 若 $ABDC$ 為一平行四邊形, 則其面積 $= \sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2 |\overrightarrow{AC}|^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$
- (5) 若 BCD 為一三角形且 A 為三角形 BCD 的重心, 則 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{0}$

7. 設有甲、乙、丙三袋，每袋均有一百元與五百元共六張，已知甲、乙、丙三袋依次有 1800 元、2600 元、1400 元，今隨機任取一袋(各袋被取機會均等)，再從袋中任取一張鈔票(每張鈔票被取機會均等)，則下列何者為真？

(1) 期望值為 $\frac{5800}{3}$

(2) 期望值為 $\frac{2900}{9}$

(3) 取到一百元鈔票的機率為 $\frac{4}{9}$

(4) 取到一百元鈔票的機率為 $\frac{5}{9}$

(5) 若已知取到的是五百元鈔票，則這張鈔票是取自乙袋的機率為 $\frac{1}{2}$

8. 已知 $\alpha = \frac{\sqrt{3}+i}{1-i}$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，則下列敘述，選出正確的選項：

(1) α 的主幅角為 $\frac{5\pi}{12}$

(2) 使 α^n 為實數的最小正整數 n 為 12

(3) 使 α^n 為純虛數的最小正整數 n 為 12

(4) 若 $\alpha(\cos \theta + i \sin \theta)$ 為小於 0 的實數，則 θ 為第二象限角

(5) 若 $\frac{\alpha}{\cos \theta + i \sin \theta}$ 為小於 0 的實數，則 θ 為第二象限角

三、選填題 (占 18 分)

說明：1. 第 A 至 C 題，將答案畫記在答案卡之「選擇(填)題答案區」所標示的列號(9-16)。
2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 有甲、乙兩架直升機自基地上空以相同速度分別往北偏東 30 度及正東方飛行，2 小時之後甲機收到來自乙機的求救訊號：乙機表示機體損毀，接下來只能以原本速度的一半沿著原前進方向飛行，希望甲機能在 30 分鐘後抵達到時候乙機的所在地點進行救援。請問甲機接下來至少須提高為原速度的 $\frac{\sqrt{9⑩}}{⑪}$ 倍，才能趕得及於指定地點會合？(化為最簡根式)

- B. 設空間中兩直線 $L_1: \frac{x}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{-1}$, $L_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$ ，則 L_1 、 L_2 所夾銳角的角平分線方程式為 $\begin{cases} x+ay=-2 \\ 2y+bz=5 \end{cases}$ ，則數對 $(a, b) = \underline{(\textcircled{12}\textcircled{13}, \textcircled{14})}$ 。

- C. 有一邊長皆不相等的 n 多邊形(其不旋轉、不翻轉)， $n \geq 3$ ，用 4 種顏色去塗邊長，一邊一色，且相鄰邊不同色，其塗法有 a_n 種，則 $a_{n+2} = \underline{\textcircled{15}a_{n+1} + \textcircled{16}a_n}$ 。

第貳部分：非選擇題（占 22 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號(一、二)與子題號((1)、(2)、……)，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、設 $A(1, 2)$ 、 $B(-2, 3)$ 為坐標平面上兩點， C 為直線 AB 外一點， A 、 B 、 C 三點經平面線性變換 M 矩陣作用後分別得 $A'(-1, 5)$ 、 $B'(2, 4)$ 、 C' 。

- (1) 試問線性變換 M 矩陣為何？(5 分)
- (2) 若 $\triangle ABC$ 的面積為 5，試求點 C' 到直線 $A'B'$ 的距離。(5 分)

二、將複數 $z^{12} = -32 + 32\sqrt{3}i$ 的解依主幅角大小，由小到大排列依序為 z_1, z_2, \dots, z_{12} ，求：

- (1) 請以極式表示 $z_k, k=1, 2, \dots, 12$ 。(6 分)
- (2) 由 z_3, z_5, z_8, z_{12} 所圍成的四邊形面積。(6 分)