





## PROJETO 3 - Física Estatística Computacional - IFSC - USP - 2020

### EQUAÇÕES DE ONDAS - II - ANÁLISE DE FOURIER

Consideremos o programa do segundo projeto onde as extremidades são fixas. Rode-o para um pacote Gaussiano inicial localizado em  $x_0 = L/2$ . Armazene os resultados de  $Y(L/4, t)$  para vários tempos. Façamos uma análise espectral dos dados calculando-se as transformadas de Fourier temporais senos e cossenos dos dados (use o seu programa desenvolvido no primeiro projeto). A maneira mais rápida de extrairmos boa parte da física do problema é analisarmos, ao invés das transformadas senos  $Y^s(f)$  ou cossenos  $Y^c(f)$  o espectro de potências  $P(f) = (Y^s(f))^2 + (Y^c(f))^2$ . Mostre o gráfico  $P(f) \times f$ .

(a) Compare os picos obtidos com as frequências correspondentes aos modos estacionários. Os comprimentos de onda de tais modos são:   $\lambda_1 = \frac{2L}{1}$ ,   $\lambda_2 = \frac{2L}{2}$ ,   $\lambda_3 = \frac{2L}{3}$ , ...,   $\lambda_l = \frac{2L}{l}$ , ... . Consequentemente as frequências normais são  $f_l = \frac{c}{\lambda_l} = \frac{cl}{2L}$ ,  $l = 1, 2, \dots$ . Apareceram que modos? Faltam alguns?

Considere nos itens (b)-(e) abaixo pacotes gaussianos com centro em  $x_0$  e meia largura  $\sigma = L/30$ .

(b) Inicie o pacote Gaussiano na posição  $x_0 = \frac{L}{4}$  e repita a análise espectral anterior. Que modos aparecem agora? Quais estão perdidos?

(c) Inicie o pacote Gaussiano na posição  $x_0 = \frac{L}{3}$  e repita a análise anterior. Que modos surgem?

(d) Inicie agora com o pacote em  $x_0 = \frac{L}{20}$  e repita a análise. Que modos faltam?

Como entender tais resultados?\*

---

\*Se voce escrever o pacote Gaussiano inicial como  $Y_0(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(2\pi f_n x)$ , que componentes

Agora que você já "conversou com os Deuses" e tem a sua teoria vamos testá-la.

(e) Refaça os programas do projeto 2 para o caso em que uma das extremidades, por exemplo  $x = 0$ , é fixa e a outra  $x = L$  é livre. Teste suas conclusões escolhendo apropriadamente a posição inicial  $x_0$  para alguns pacotes iniciais. A condição de borda livre é aquela em que a derivada espacial parcial da amplitude é nula. Isto implica que a amplitude na borda é a mesma que a do ponto adjacente.

---

seriam nulas? Repare que todos os senos satisfazem às condições de bordas fixas  $Y_0(0) = Y_0(L) = 0$ . Deixe a sua imaginação viajar que você chega lá.